

Grafica pe calculator

Transformări de vizualizare 3D

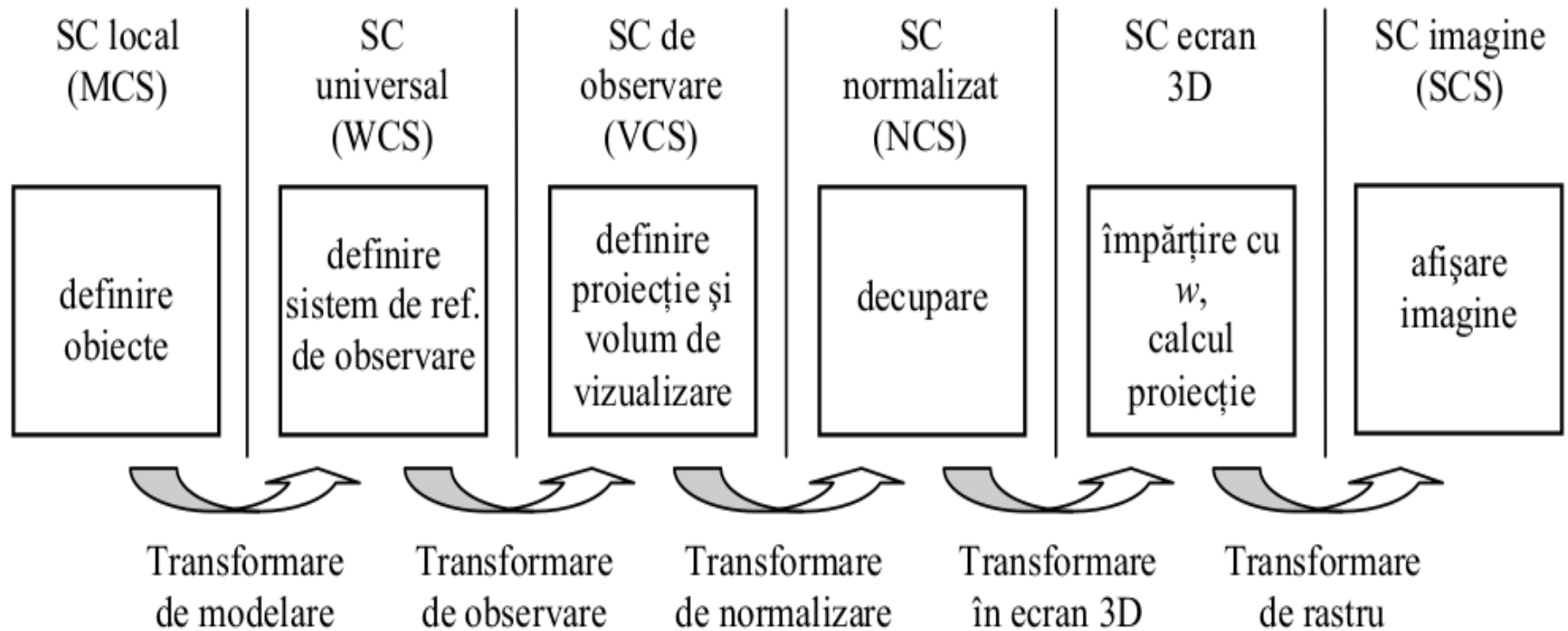
Victor Moraru

victor.moraru@calc.utm.md

Specificul transformării de vizualizare 3D

- Scopul: transformarea modelului unei scene 3D într-o imagine redată pe o suprafață de afișare (ecran).
- Poate fi comparată cu transformarea efectuată de un aparat foto asupra lumii reale pentru a se obține imaginea dintr-o fotografie
- Imaginea obținută depinde de:
 - poziția ochiului (observatorului)
 - direcția în care privește (observatorul)
 - ceea ce vede ochiul prin vizorul aparatului foto (volumul vizual)
- Este o transformare compusă din mai multe transformări, între care și o proiecție $R^3 \rightarrow R^2$
- Se efectuează asupra vârfurilor obiectelor din scena 3D

Sucesiunea operațiilor de vizualizare 3D



Sucesiunea operațiilor de vizualizare 3D

- Obiectele tridimensionale, componente ale scenei, sunt modelate în **sisteme de referință locale** (de modelare)
- Transformarea de modelare (instanțiere) : se obține descrierea obiectelor într-un sistem de referință unic al scenei virtuale numit sistem de coordonate universal (**WCS - World Coordinate System**).

Sucesiunea operațiilor de vizualizare 3D

- În sistemul de referință universal se definește un sistem de referință de observare (**VCS - Viewer Coordinate System**), care specifică punctul și direcția din care e privită scena.
- Transformarea obiectelor din sistemul de coordonate universale în sistemul de coordonate de observare e numită **transformare de observare** (vizualizare)
- Partea vizibilă din scenă se numește volum de vizualizare (**viewing volume**). În redarea scenelor, deschiderea unghiulară a piramidei de vizualizare definește câmpul de vizualizare (**field of view**), o caracteristică importantă a sistemelor grafice

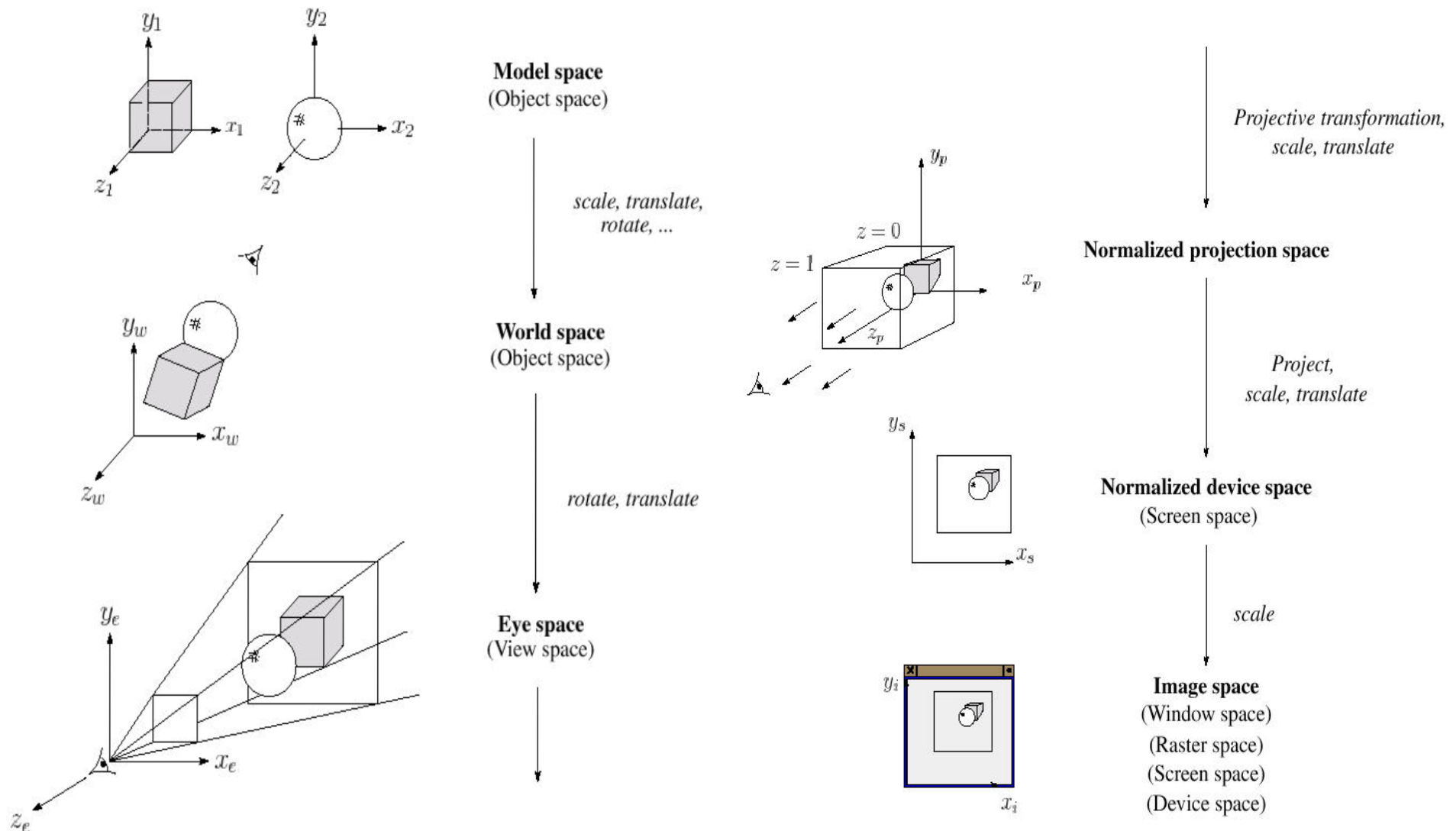
Sucesiunea operațiilor de vizualizare 3D

În continuare **transformarea de proiecție** este executată în două etape:

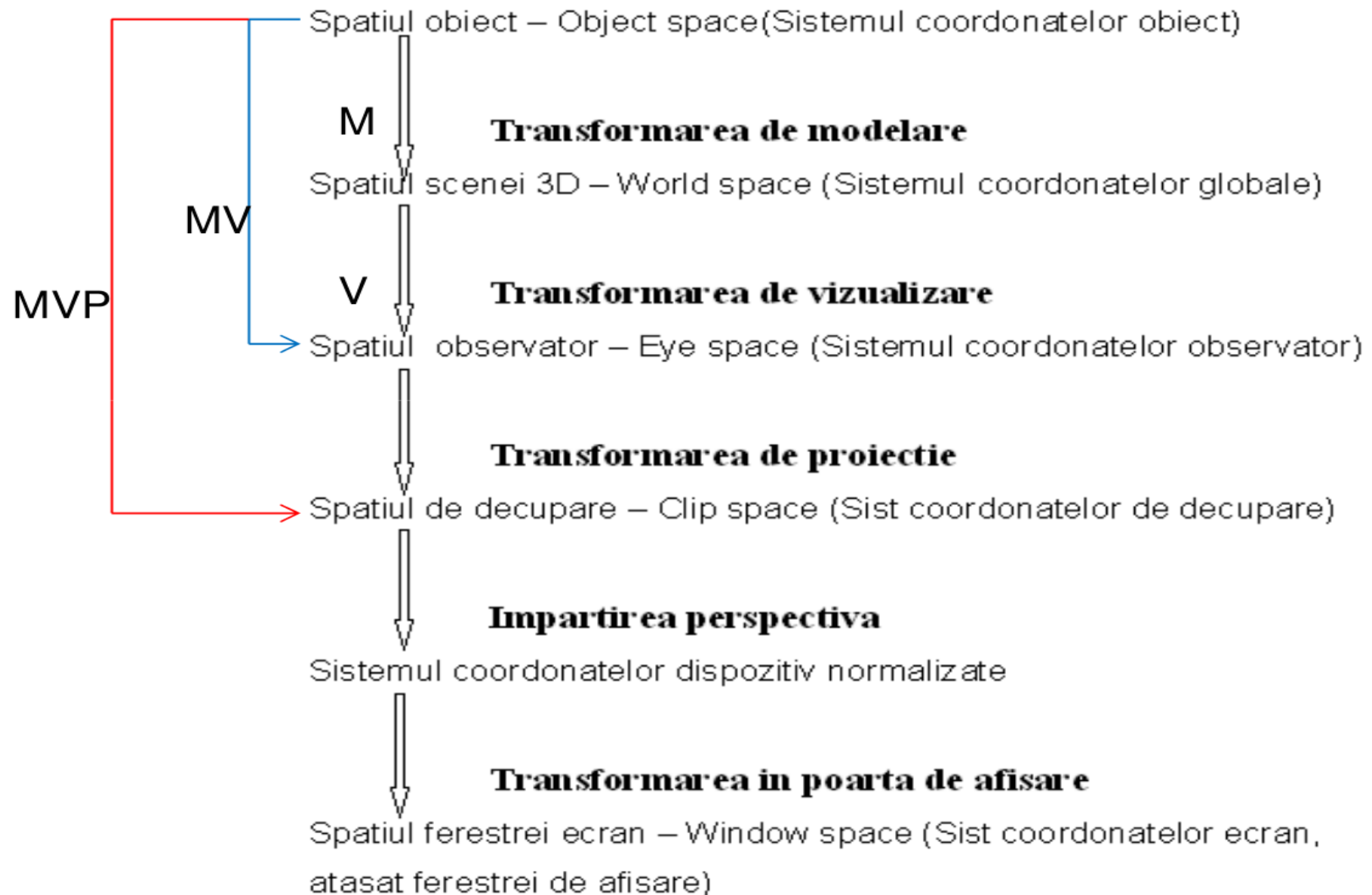
- transformare de normalizare: VCS $\rightarrow$ NCS (Normalized Coordinate System): volum canonic, care este un paralelipiped dreptunghic. Decupare (clipping) pentru a elimina componentele care nu nimeeresc în volumul de vedere
- calculul proiecției pentru a stabili coordonatele tridimensionale ale punctelor obiectelor din volumul de vizualizare. Împărțirea cu w se realizează după ce se efectuează o transformare din sistemul NCS în sistemul de referință ecran 3D

Transformarea de rastru : trecerea de la SC ecran 3D la SC imagine

Succesiunea operațiilor de vizualizare 3D



Transformarea vârfurilor in OpenGL



Transformarea de modelare

Spațiul obiect

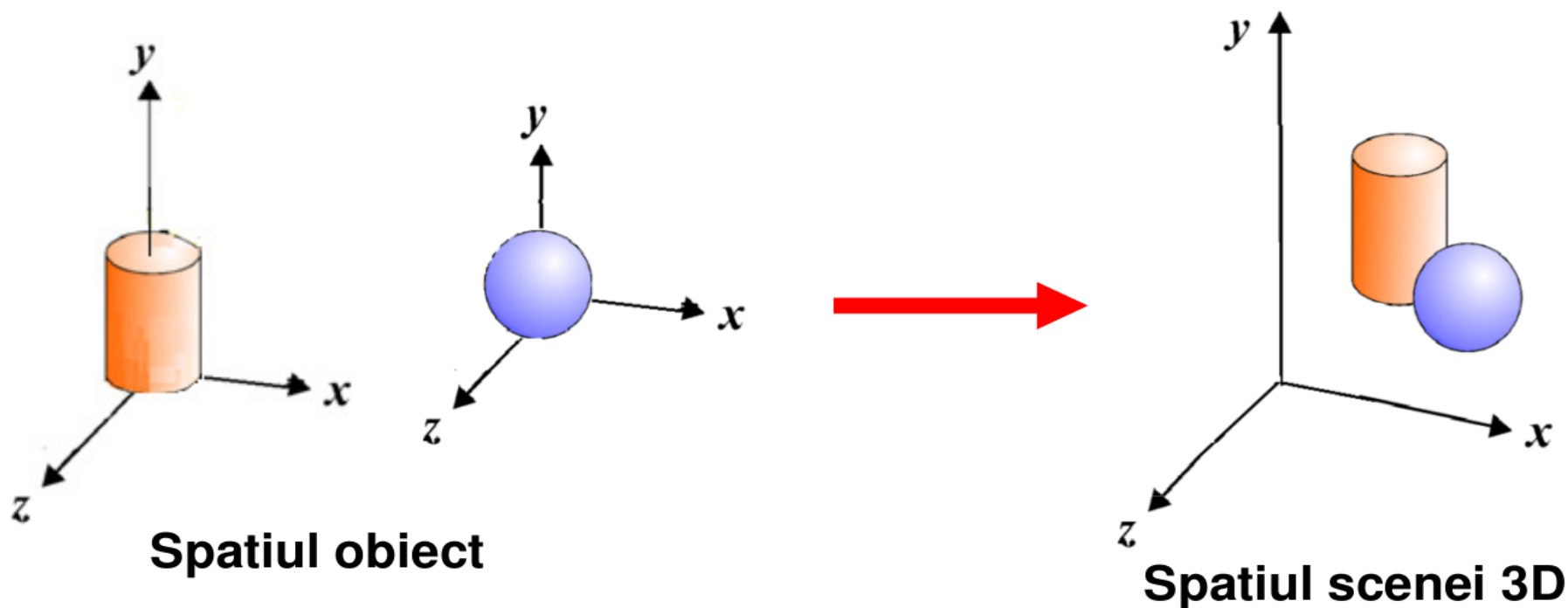
- In mod uzual, fiecare obiect este definit in propriul sau sistem de coordonate (sistemul coordonate locale – 3D « dreapta »);
 - exemple: cubul, sfera, scheletul unui personaj animat, s.a.
- Avantaje: ușurința modelării și reutilizarea modelelor obiectelor 3D

Spațiul scenei 3D (Spațiul lumii reale – World space)

- Spațiul in care este compusa scena 3D
- Raportat la un sistem de referință global – sistem de coordonate carteziane 3D “dreapta”
- Originea sistemului de coordonate este stabilita de modelatorul scenei 3D

Transformarea de modelare

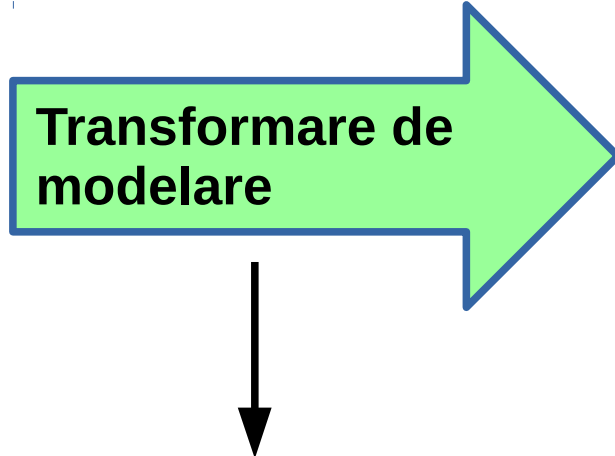
Transformarea de modelare are ca scop dimensionarea și poziționarea obiectelor în scena 3D. Este o transformare geometrică compusă.



Transformarea de modelare

Spatiu obiect

Obiecte definite in
sisteme de
coordonate locale



**Transformare de
modelare**

Spatiul scenei 3D

Obiecte definite fata de
acelasi sistem de
coordonate (sistemul
de coordonate globale)

Translatie, Rotire, Scalare

Transformarea de vizualizare

Spațiul observator (Eye space)

- O imagine este o vedere obținută dintr-un punct al spațiului 3D, similara unei fotografii
- Depinde de:
 - Poziția observatorului în spațiul scenei
 - Direcția în care privește și ceea ce observatorul reușește să vadă prin vizorul aparatului de fotografiat
 - Rotația aparatului față de axa sa

Transformarea de vizualizare

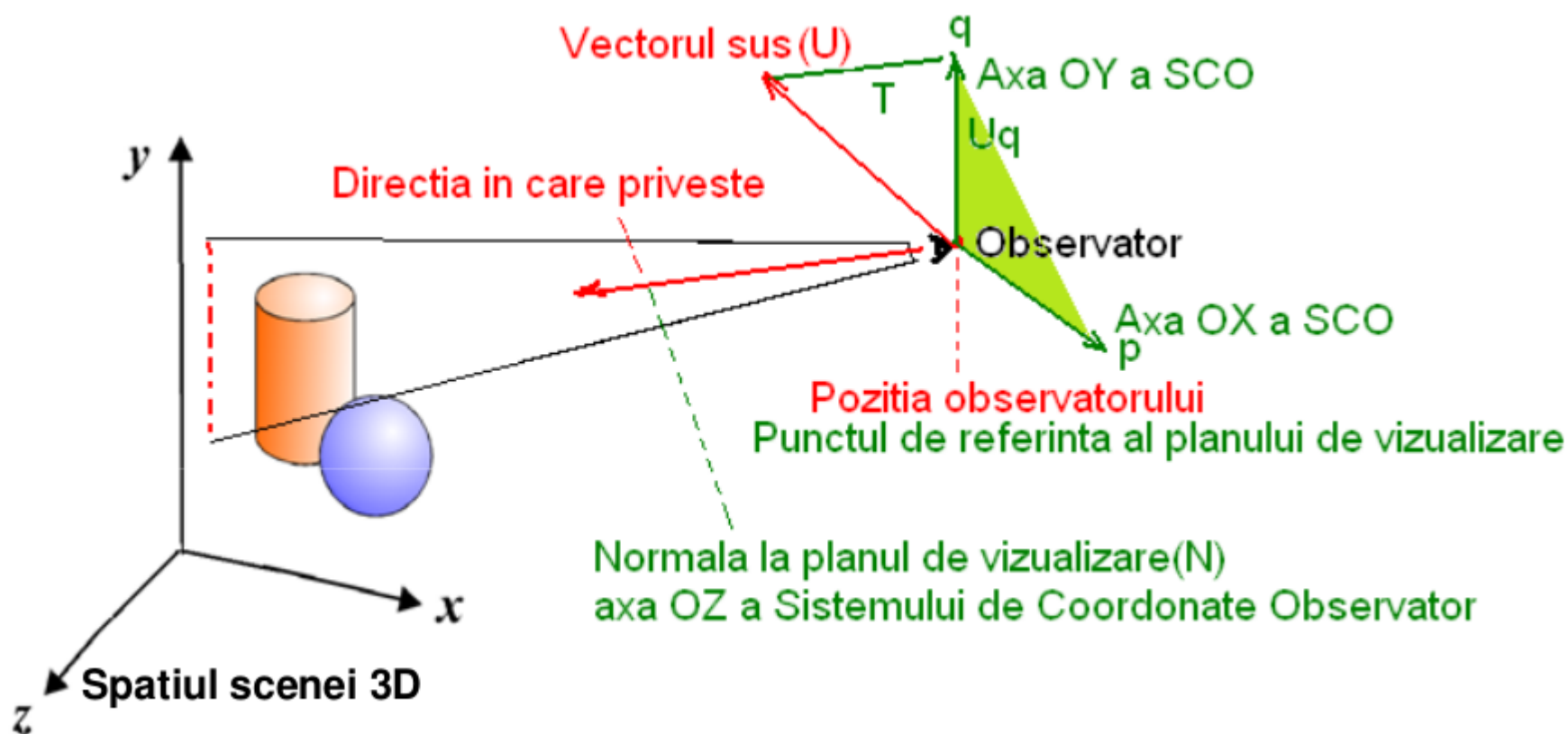
Sistemul de coordonate observator (SCO):
atașat planului de vizualizare

Sistem de coordonate 3D stânga, definit prin 3 parametri:

- **Originea sa: poziția observatorului (ochiului)** – aflata in planul de vizualizare
- **Normala la planul de vizualizare** : direcția axei OZ a sistemului de coordonate observator- este direcția în care privește observatorul (centru scenei 3D)
- **Direcția sus a planului de vizualizare**, care determina axa OY a sistemului de coordonate

Transformarea de vizualizare

Din sistemul coordonate globale ---> in sistemul de coordonate observator



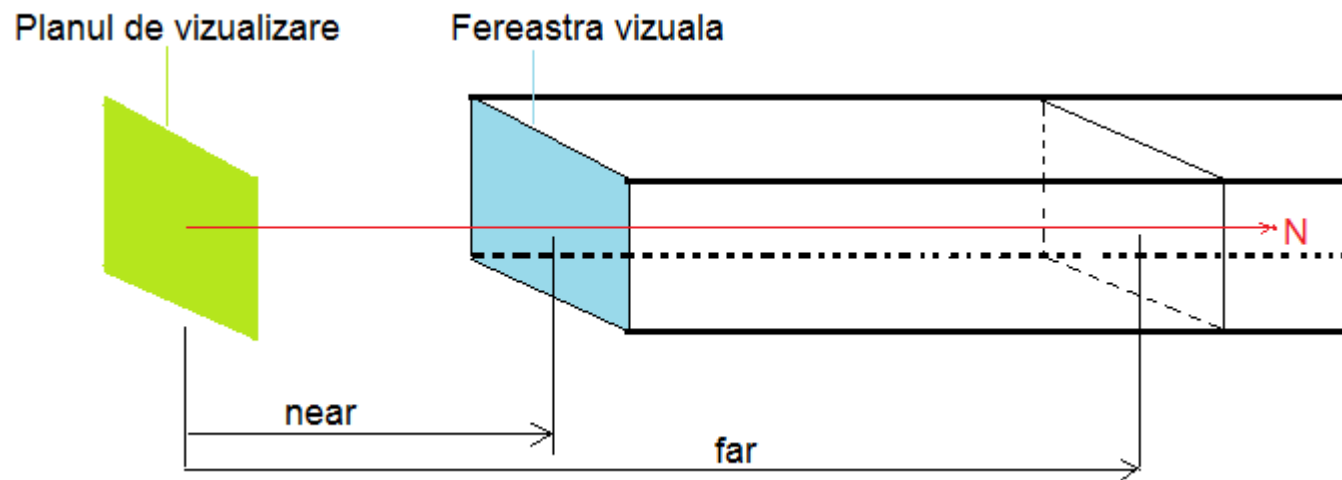
Transformarea de proiecție

Determinata de volumul vizual definit de programator:

- trunchi de piramida pentru proiecția perspectiva
- paralelipiped dreptunghic pentru proiecția paralela

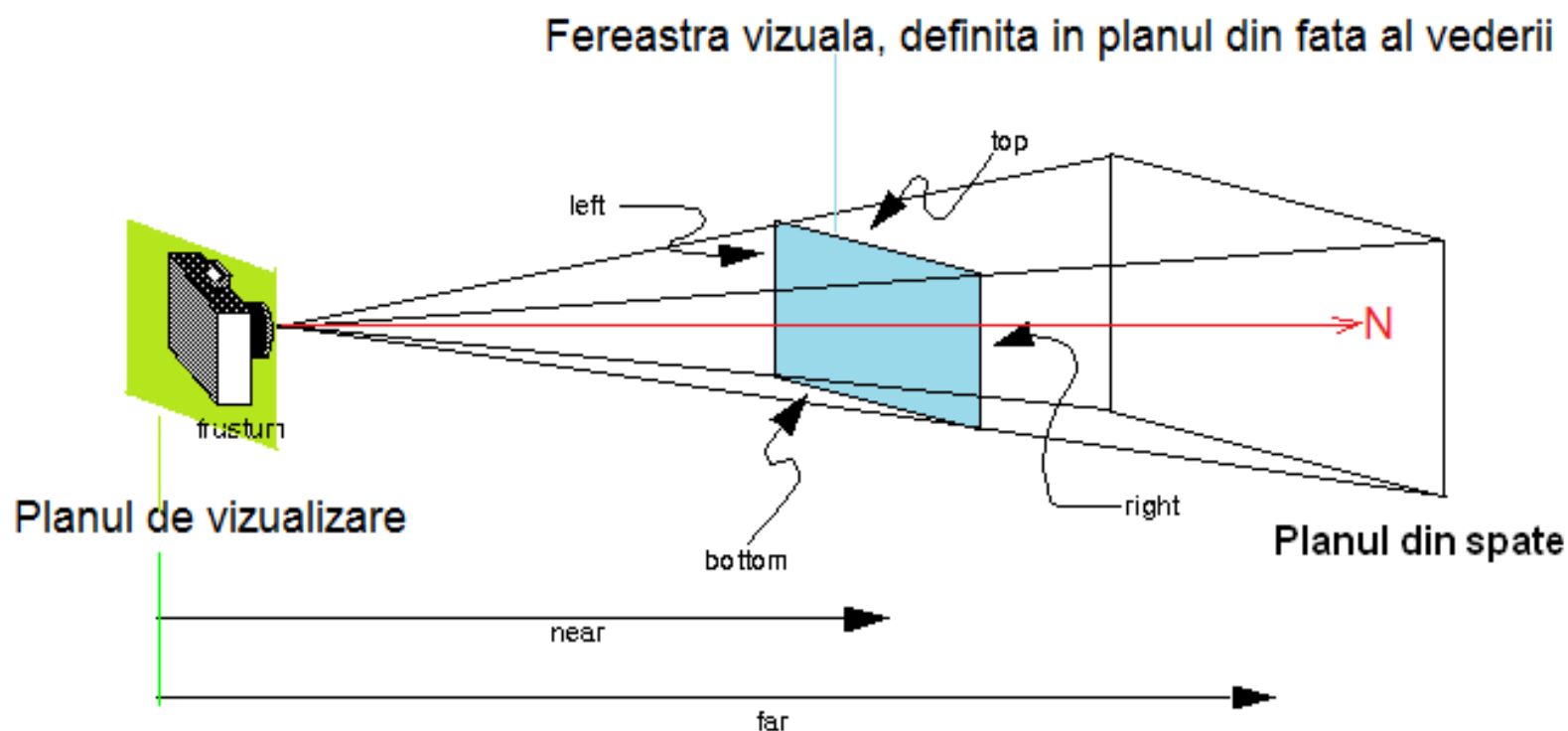
Volumul vizual al proiecției ortografice

- Direcția de proiecție este direcția axei N a planului de vizualizare
- Volumul vizual este un paralelipiped dreptunghic cu laturile paralele cu direcția de proiecție, delimitat in adâncime de planul din fata (near) si planul din spate (far) al vederii



Transformarea de proiecție

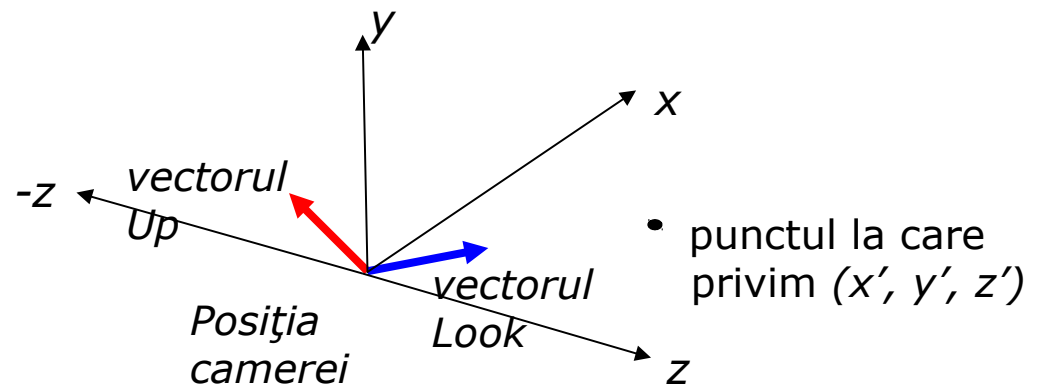
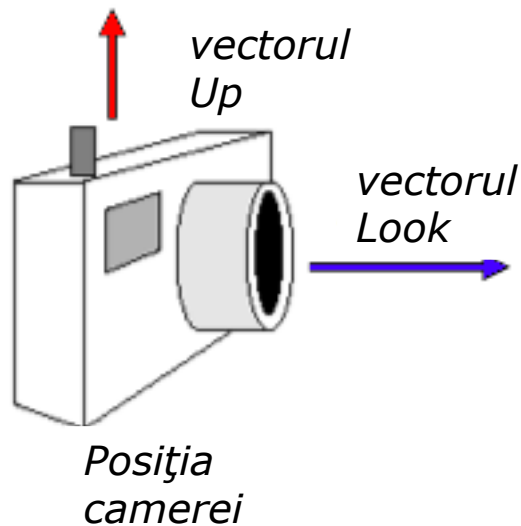
Volumul vizual al proiecției perspective: trunchi de piramida delimitat de planul din fata (near) si planul din spate (far) al vederii; near si far – valori pozitive măsurate pe axa de profunzime a planului de vizualizare



Parametrii observatorului

Observatorul (camera) este definit prin parametrii următori:

- Poziția (un punct)
- Vectorii **Look** si **Up**

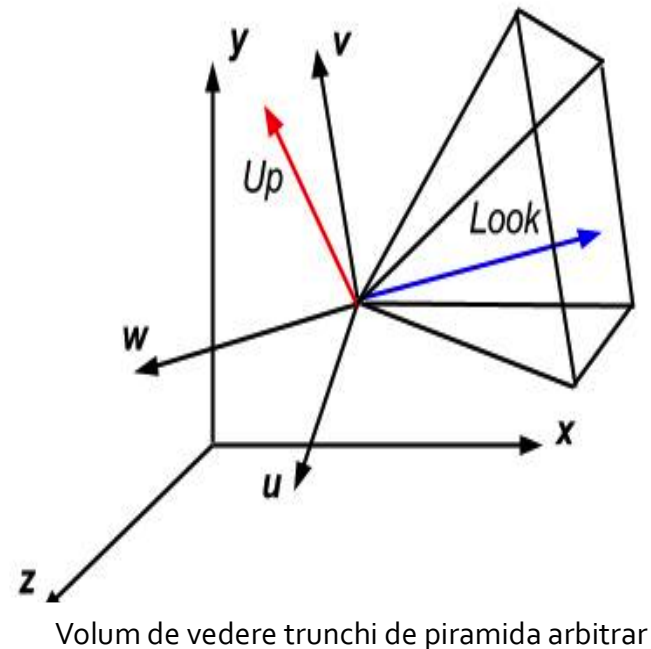
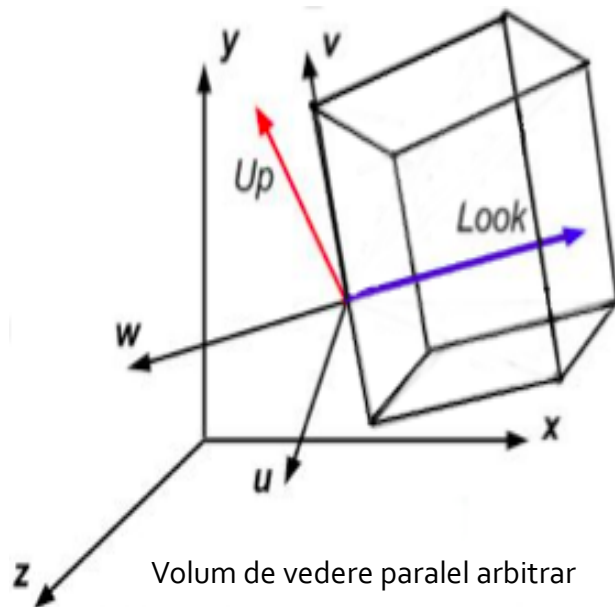


Volum de vedere arbitrar

Parametrii observatorului (camerei)

- Poziția (un punct)
- Vectorii **Look** si **Up**

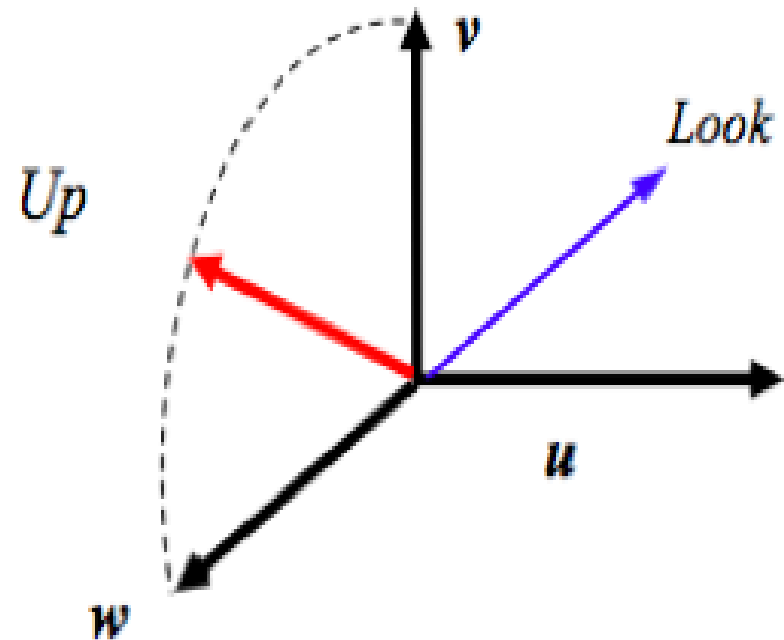
Sistemul de coordonate al camerei (u, v, w) definit in WCS (x, y, z)



Calcularea (u,v,w)

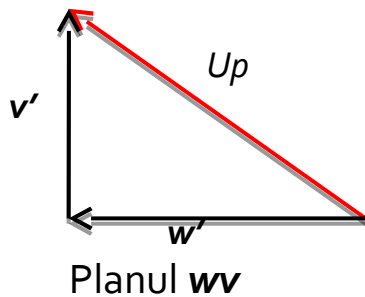
Calcularea u,v,w (vectori unitari) se face pornind de la poziția observatorului și de la vectorii **Look** și **Up**

$$\mathbf{w} = \frac{-\text{look}}{\|\text{look}\|}$$



Calcularea (u,v,w)

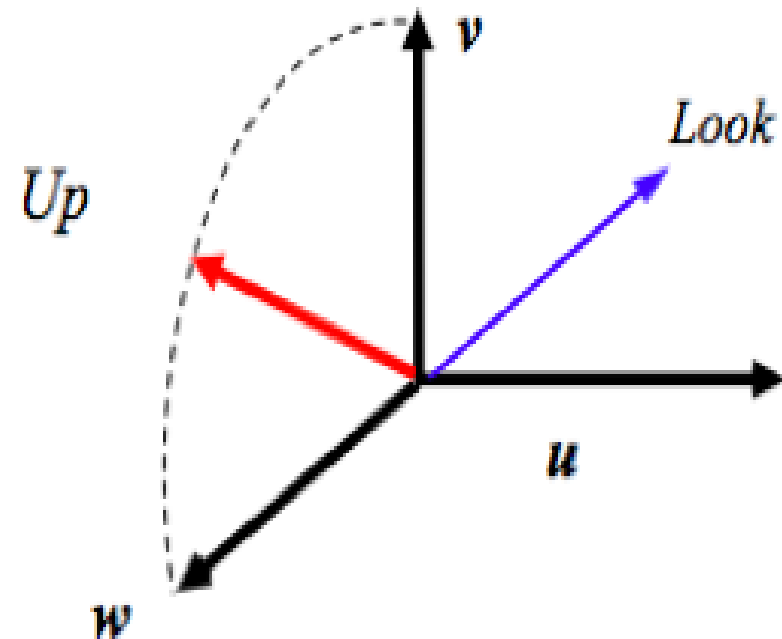
Calcularea u,v,w (vectori unitari) se face pornind de la poziția observatorului și de la vectorii **Look** și **Up**



$$up = w' + v'$$

$$v' = up - (up \bullet w)w$$

$$v = \frac{v'}{\|v'\|}$$



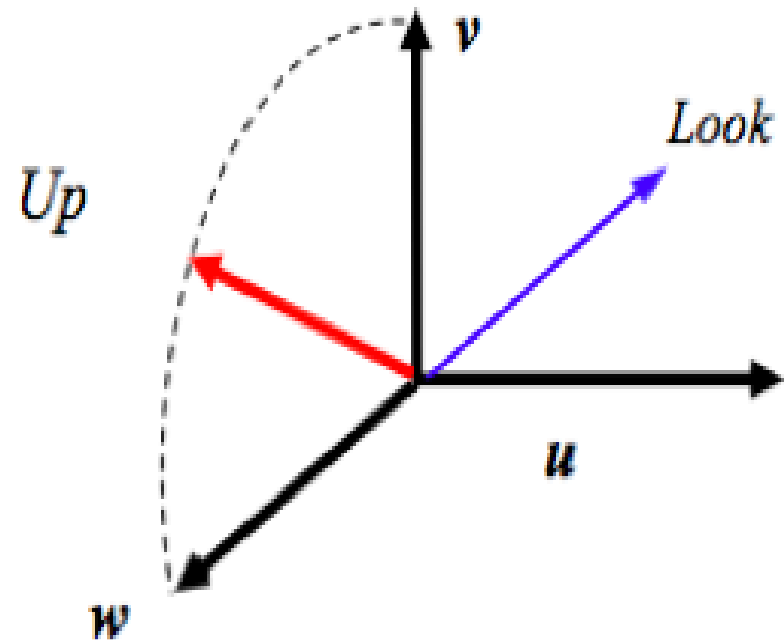
Calcularea (u,v,w): sumar

Calcularea u,v,w (vectori unitari) se face pornind de la poziția observatorului și de la vectorii **Look** și **Up**

$$\mathbf{w} = \frac{-\text{look}}{\|\text{look}\|}$$

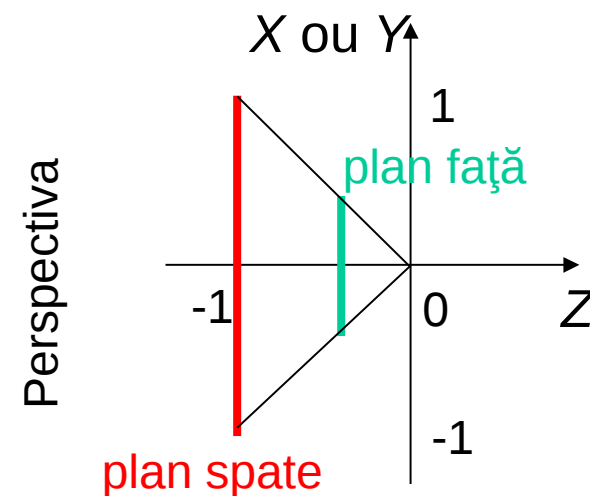
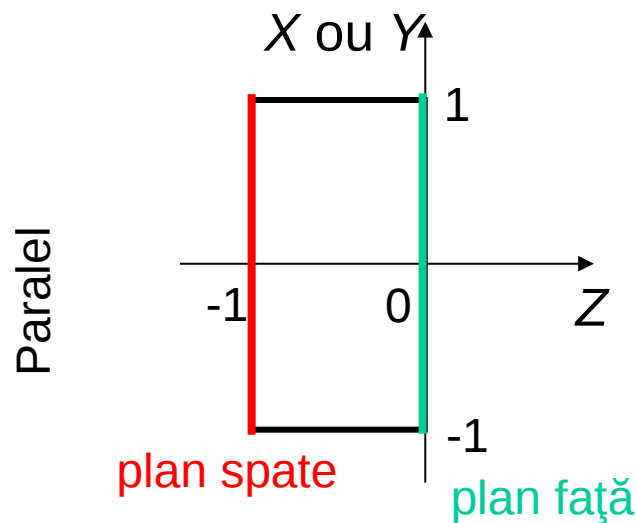
$$\mathbf{v} = \frac{\text{up} - (\text{up} \bullet \mathbf{w})\mathbf{w}}{\|\text{up} - (\text{up} \bullet \mathbf{w})\mathbf{w}\|}$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{v} \times \mathbf{w}$$



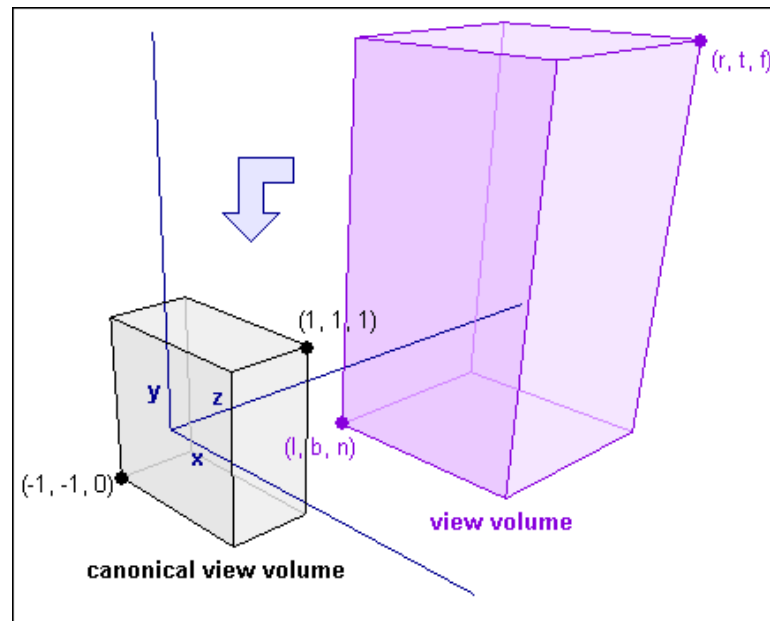
Volum de vedere canonic

- Reducerea complexității lucrului cu un volum de vedere arbitrar
- Volum de vedere limitat la $(-1 ; 1)$ pentru axele x și y și la $(0 ; -1)$ pentru axa z



Volum de vedere canonic

- Reducerea complexității lucrului cu un volum de vedere arbitrar
- Volum de vedere limitat la $(-1 ; 1)$ pentru axele x și y și la $(0 ; 1)$ pentru axa z



Volum de vedere canonic

Plasat la originea axelor de coordonate:

Centrul planului de decupare (clipping) din fata = $(0,0,0)$

Look orientat pe axa z negativa

Vectorul **look** = $(0,0,-1)$

Orientat de-a lungul axei y :

Vectoru **up** = $(0,1,0)$

Ferestra de vizualizare normalizata:

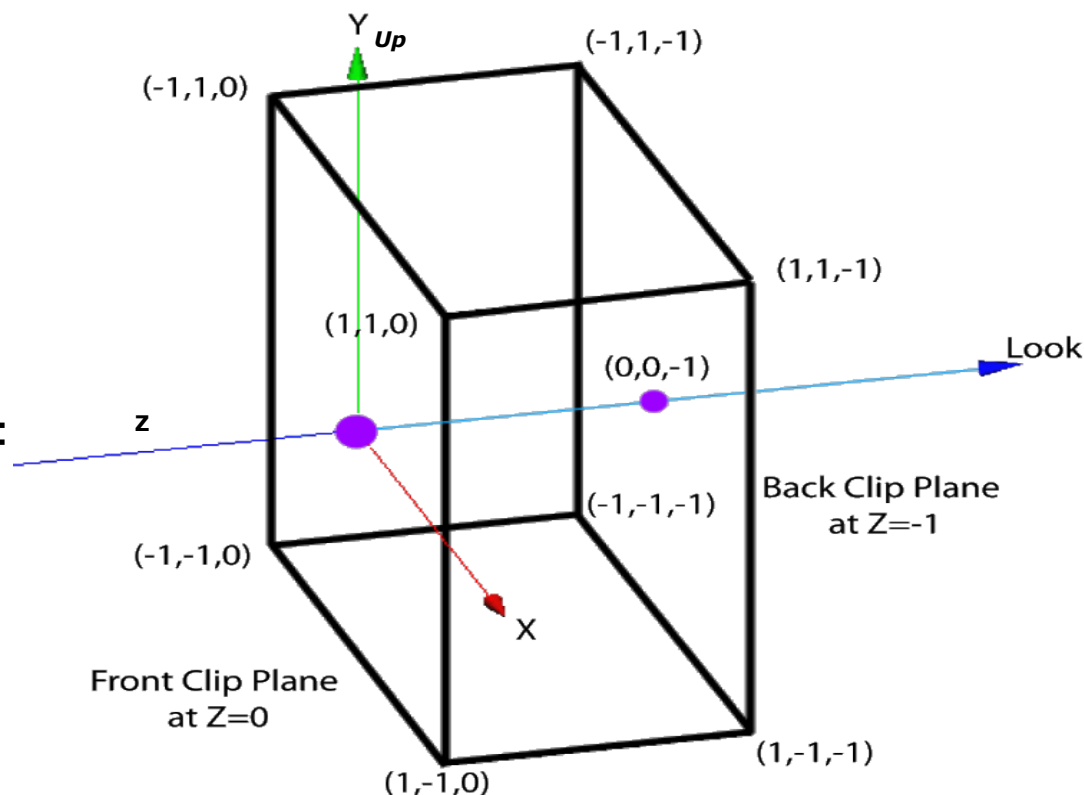
De la -1 pana la 1 in direcțiile x si y

Planurile de decupare :

De aproape (Near) la $z = 0$

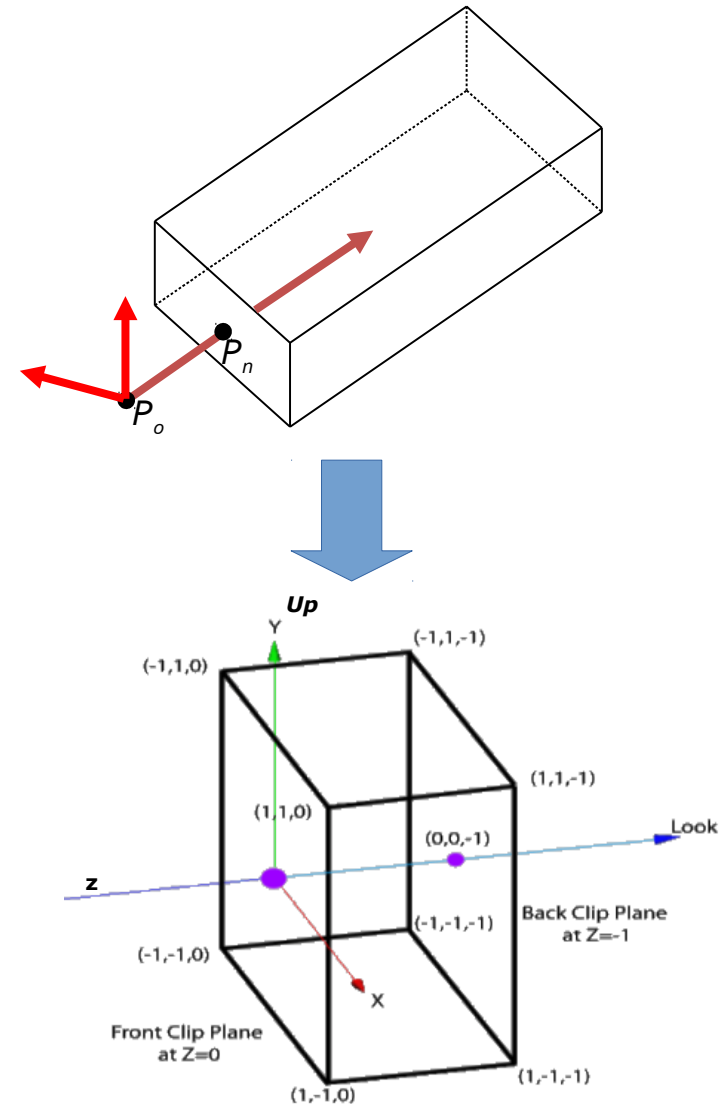
De departe (Far) la $z = -1$

Remarca : reducerea considerabilă a complexității calculului aritmetic



Transformare de normalizare

- Scopul: transformarea unei vederi arbitrare într-o vedere canonică menținând relația dintre volumul de vedere și scena
- Pentru un volum paralel de vedere e necesară doar o **translație** spre origine, o **rotație** pentru a alinia u, v, w cu axele x, y, z , urmată de o **scalare** la dimensiunea dorită
- Transformare compusă definită printr-o matrice omogenă 4×4 care se numește **transformare de normalizare** (transformarea inversă se numește **transformare de vizualizare** și transformă un volum canonic în unul arbitrar)



Translația volumului de vedere

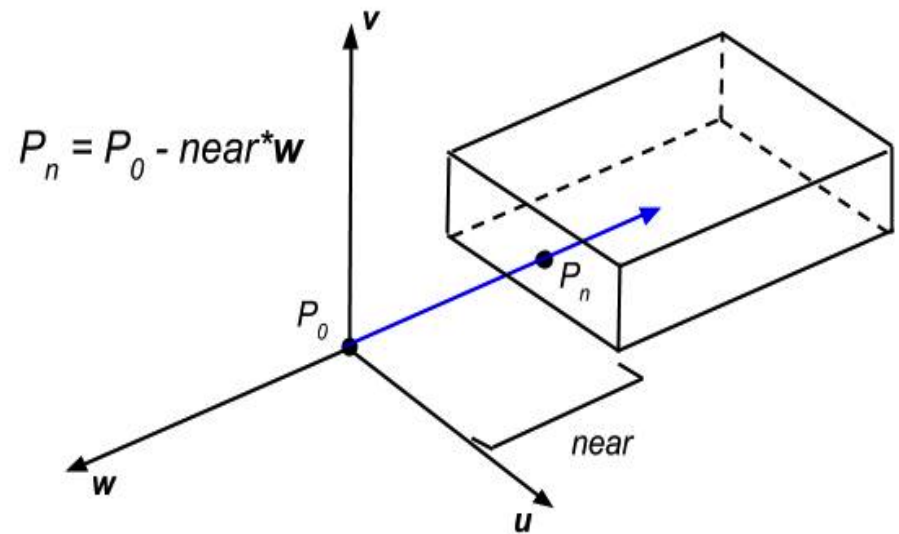
Scopul : de a face sa coincidă axele u, v, w ale sistemul de coordonate ale camerei cu axele x, y, z ale sistemului de coordonate global

Începem cu deplasarea planului de vedere (a camerei) mișcând centrul planului apropiat de decupare spre origine

Poziția planului de vedere fiind in P_0 atunci $P_n = P_0 - near * w$

Matricea pentru a deplasa toate punctele (inclusiv planul de vedere) pentru a avea P_n la

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -P_{n_x} \\ 0 & 1 & 0 & -P_{n_y} \\ 0 & 0 & 1 & -P_{n_z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Rotația volumului de vedere

Camera e la origine, acum e necesar să aliniem axele u, v, w cu axele x, y, z

Considerăm vectori unitari următori in sistemul de coordonate global **XYZ** :

$$\mathbf{e}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{e}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{e}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Dorim să rotim $\mathbf{u}$ ca el să coincidă cu $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{v}$ cu $\mathbf{e}_2$ și $\mathbf{w}$ cu $\mathbf{e}_3$

Avem nevoie de o matrice compusa $\mathbf{R}_{rot}$ așa ca :

$$\mathbf{R}_{rot}\mathbf{u} = \mathbf{e}_1$$

$$\mathbf{R}_{rot}\mathbf{v} = \mathbf{e}_2$$

$$\mathbf{R}_{rot}\mathbf{w} = \mathbf{e}_3$$

Rotația volumului de vedere

Cum calculăm R_{rot} ?

Încercăm să găsim R_{rot}^{-1} . Din ecuațiile precedente, înmulțindu-le cu R_{rot}^{-1} , primim:

$$\mathbf{u} = R_{rot}^{-1} \mathbf{e}_1$$

$$\mathbf{v} = R_{rot}^{-1} \mathbf{e}_2$$

$$\mathbf{w} = R_{rot}^{-1} \mathbf{e}_3$$

Ceea ce înseamnă că $\mathbf{u}$ e prima coloană în R_{rot}^{-1} , $\mathbf{v}$ e a doua iar $\mathbf{w}$ e a treia coloană.

Prin urmare

$$\mathbf{R}_{rot}^{-1} = \begin{bmatrix} u_x & v_x & w_x \\ u_y & v_y & w_y \\ u_z & v_z & w_z \end{bmatrix}$$

Rotația volumului de vedere

Axele $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, and $\mathbf{w}$ sunt ortogonale, și de asemenea sunt ortonormale (vectorii sunt unitari)

Prin urmare matricea $\mathbf{R}_{rot}^{-1}$ e de asemenea ortonormală ceea ce înseamnă ca matricea sa inversa se obține printr-o transpunere simplă

$$\mathbf{R}_{rot} = \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \\ w_x & w_y & w_z \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{In coordonate omogene}} \mathbf{R}_{rot} = \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z & 0 \\ v_x & v_y & v_z & 0 \\ w_x & w_y & w_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Scalarea volumului de vedere

Dorim ca (x, y) să fie între -1 și 1 iar planul îndepărtat de decupare să fie la $z = -1$

Cunoscând parametrii *width*, *height*, și distanța planului îndepărtat de decupare a volumului paralel de vedere fiind *far*, matricea de scalare S_{xyz} va fi:

$$\begin{bmatrix} \frac{2}{width} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{height} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{far} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Acum toate vârfurile vor fi între planurile $x = (-1, 1)$, $y = (-1, 1)$, $z = (0, -1)$

Matricea de transformare de normalizare

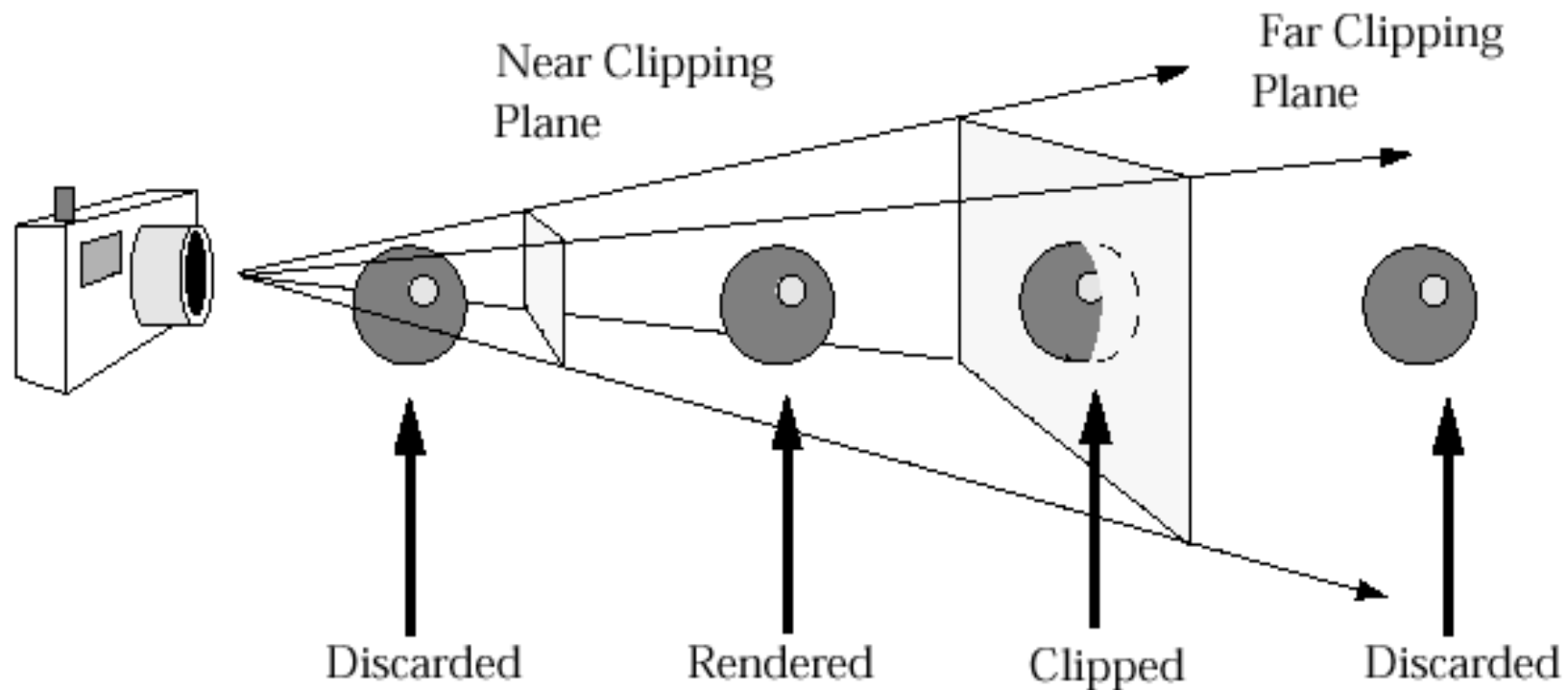
Transformarea de normalizare **pentru volumul paralel de vedere** este o transformare compusa descrisa de matricea pe care o vom numi $M_{ortogonală}$:

$$M_{ortogonală} = \begin{bmatrix} 2 / width & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 / height & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 / far & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z & 0 \\ v_x & v_y & v_z & 0 \\ w_x & w_y & w_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -P_{n_x} \\ 0 & 1 & 0 & -P_{n_y} \\ 0 & 0 & 1 & -P_{n_z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{ortogonală} = \begin{bmatrix} & & & -P_{n_x} \\ & \mathbf{N} & & -P_{n_y} \\ & & & -P_{n_z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 2 / width & 0 & 0 \\ 0 & 2 / height & 0 \\ 0 & 0 & 1 / far \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \\ w_x & w_y & w_z \end{bmatrix}$$

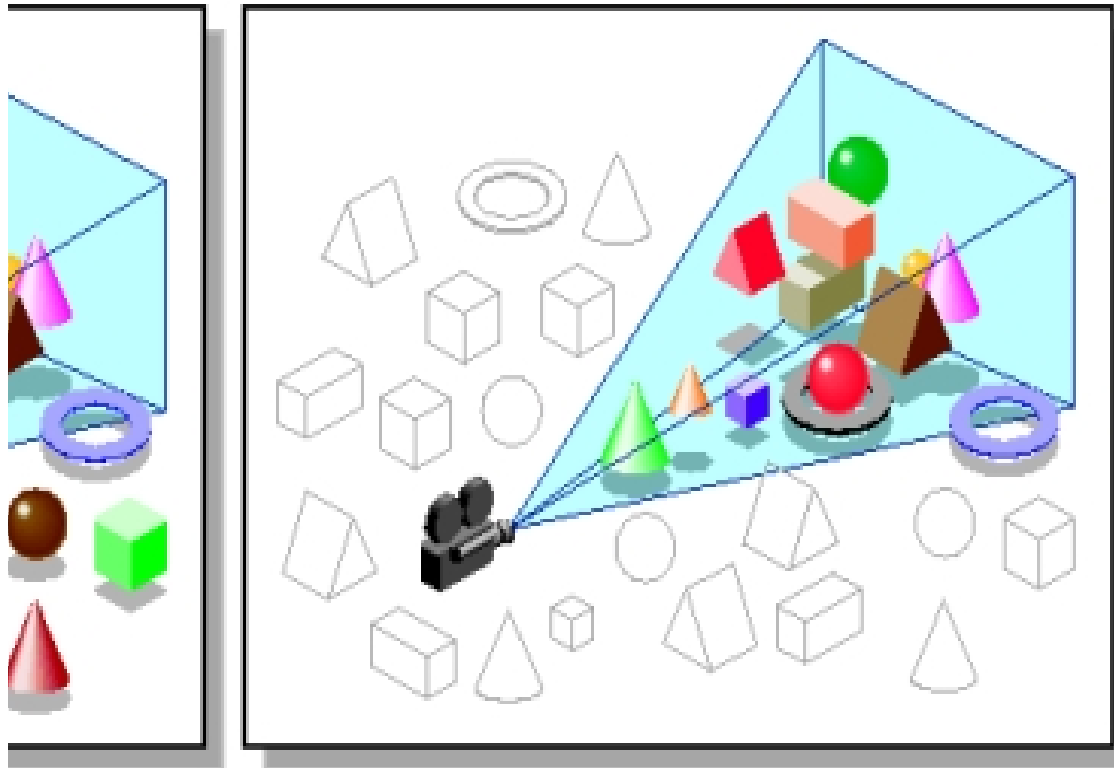
Decuparea în afara volumului de vedere

Definirea volumului de vedere care va trebui afișat, toate obiectele care sunt în afara acestui volum vor fi decupate



Decuparea în afara volumului de vedere

Operația de decupare pentru un volum de vedere arbitrar necesită o rezolvare a sistemelor de ecuații pentru a aplica algoritmul de decupare

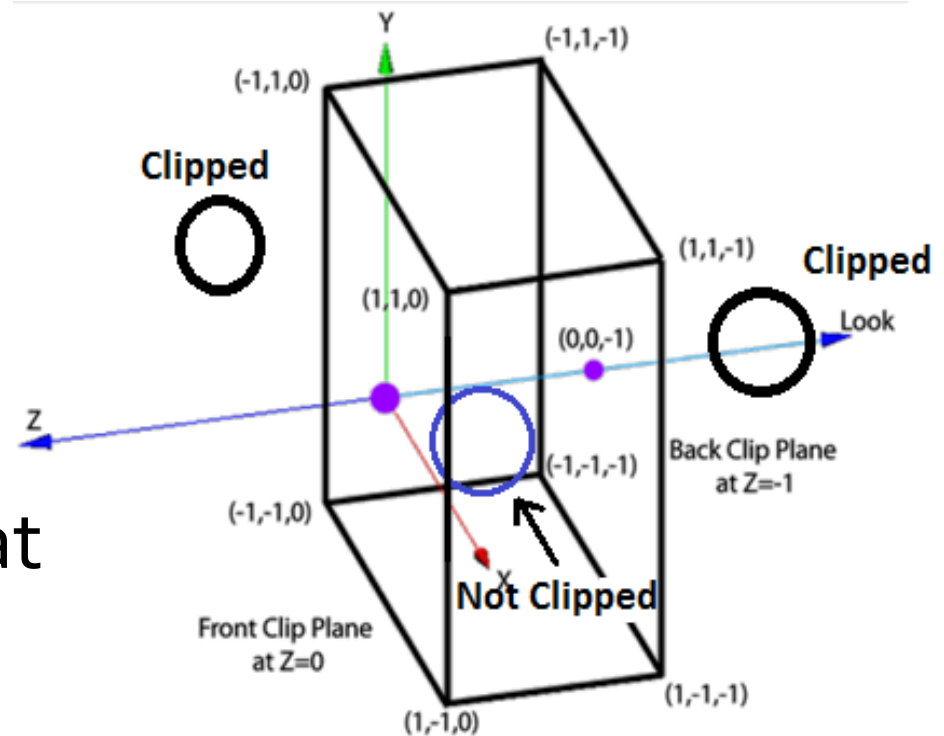


Decuparea în afara volumului de vedere

În cazul volumului de vedere canonic procedura e mult mai simplă pentru ca planurile de decupare sunt cunoscute

$$x = (-1, 1), y = (-1, 1), z = (0, -1)$$

Majoritatea pachetelor grafice cum ar fi OpenGL o fac automat



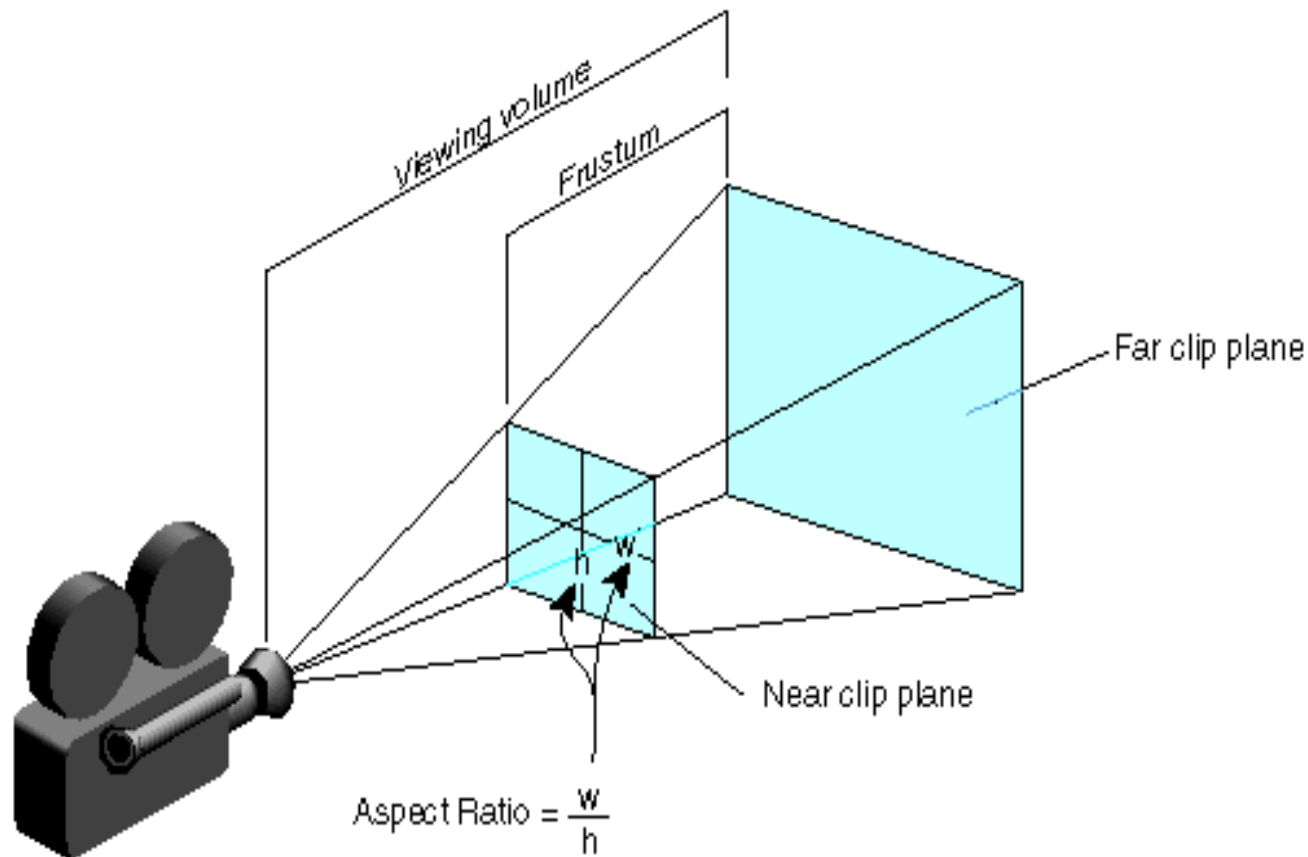
Proiecția volumului paralel de vedere normalizat

Utilizăm matricea de proiectare ortogonală

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

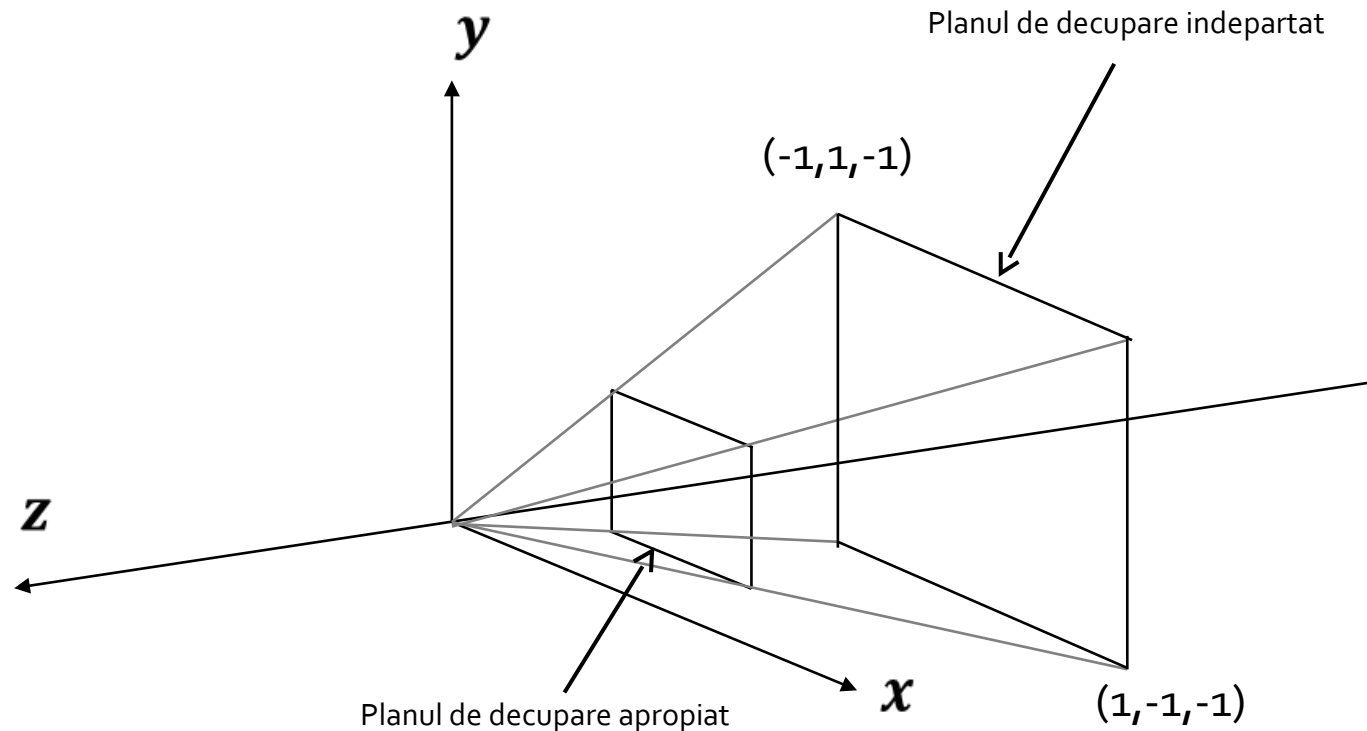
Volumul de vedere la proiecția de perspectivă

Volumul de vedere este aproximat cu un trunchi de piramida



Volumul de vedere la proiecția de perspectivă

Ne va interesa soluția pentru a transforma un volum de vedere de perspectivă arbitrar (trunchi de piramidă) în unul canonic



Volumul de vedere la proiecția de perspectivă

Proprietăți:

Se afla originea S.C.:

Poziția = $(0, 0, 0)$

Look e direcționat de-a lungul axei z *negative*:

Vectorul **look** = $(0, 0, -1)$

Orientat în sus

Vectorul **up** = $(0, 1, 0)$

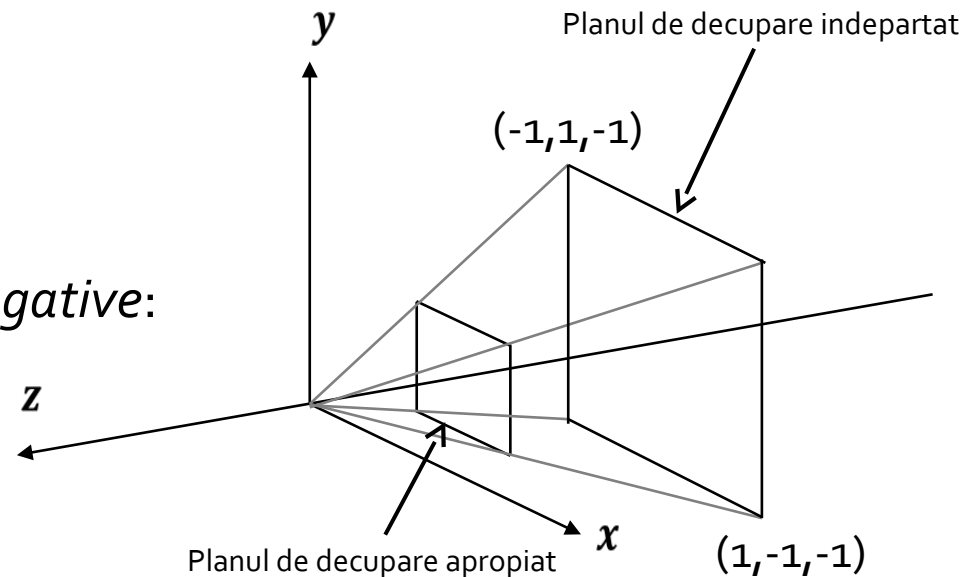
Planurile apropiat și depărtat de decupare

Planul de decupare apropiat (near) e la $z = c = -near/far$

Planul de decupare îndepărtat (far) e la $z = -1$

Planul de decupare îndepărtat e limitat la:

(x, y) de la -1 la 1



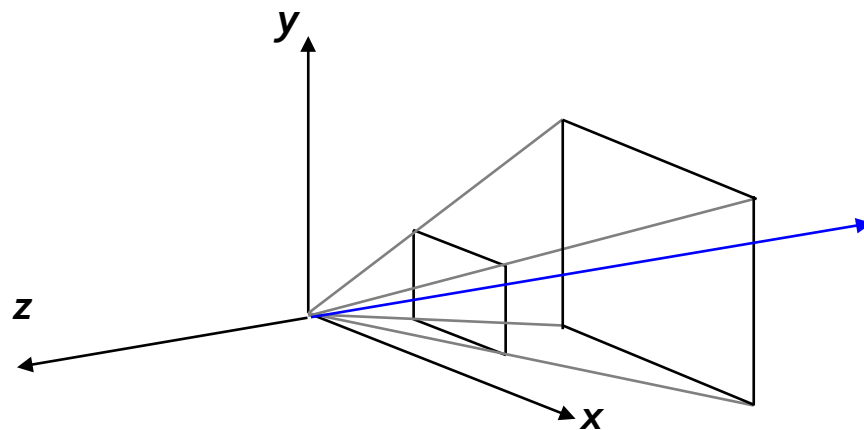
Translația și rotirea

Similare cazului proiecției paralele:

$$\mathbf{T}_{trans} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -P_{0_x} \\ 0 & 1 & 0 & -P_{0_y} \\ 0 & 0 & 1 & -P_{0_z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{rot} = \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z & 0 \\ v_x & v_y & v_z & 0 \\ w_x & w_y & w_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Situația la moment :



Scalarea

E mai complicată decât în cazul proiecției paralele și cere anumite calcule trigonometrice

Scalarea e simplă în cazul proiecției paralele pentru ca cunoaștem lățimea și înălțimea

Pentru trunchiul de piramida cunoaștem doar unghiurile de vedere θ_w and θ_h

Scalarea

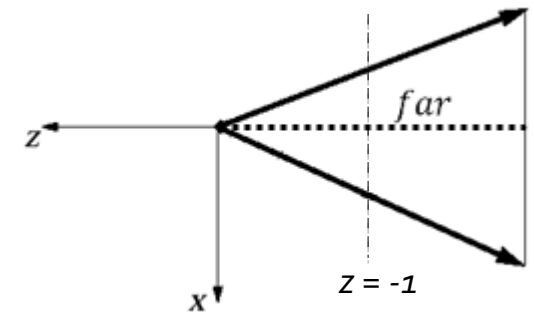
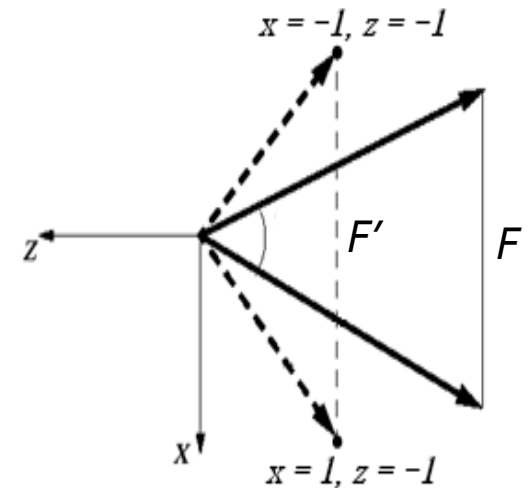
Transformarea de scalare S_{xyz} ar trebuie să:

- calculeze lăţimea şi înălţimea (width and height) ale planului de decupare îndepărtat bazându-se pe unghiurile θ_w , θ_h , şi distanţa *far* pana la planul de decupare
- scaleze trunchiul de piramidă bazându-se pe aceste dimensiuni şi să deplaseze planul de decupare îndepărtat (far) la $z = -1$

Poziţia planului de decupare îndepărtat rămâne la $z = -1$ iar cel apropiat nu mai este la $z = 0$

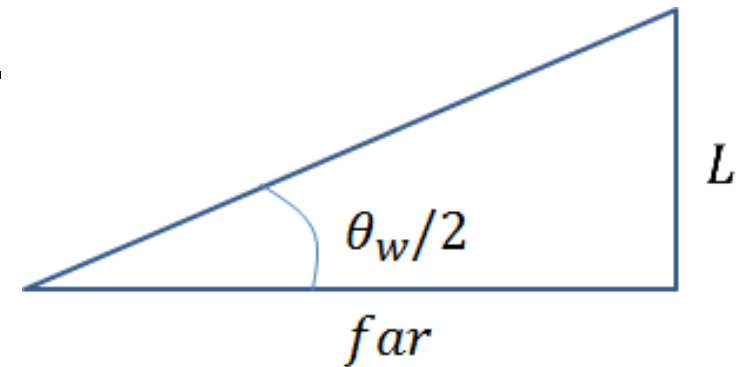
Scalarea volumului de vedere de perspectivă

- Scalăm până când ajungem la :
1 iar x și y vor fi egali cu ± 1
($F \rightarrow F'$)
- Scalăm în direcția z
 - Dorim ca $z = -1$
 - Planul e la distanța $z = -far$
 - Înmulțim cu $1/far$, deci $-far/far = -1$
 - Deci scalăm cu $1/far$



Scalarea volumului de vedere de perspectivă

L este valoarea coordonatei x în colțul volumului de vedere de perspectiva situat la distanța far .
Dorim sa scalam cu $1/L$ pentru ca $L \rightarrow 1$



$$\frac{L}{far} = \tan\left(\frac{\theta_w}{2}\right) \rightarrow L = far \tan\left(\frac{\theta_w}{2}\right)$$

Deci

$$Scale_x = \frac{1}{far \tan\left(\frac{\theta_w}{2}\right)}$$

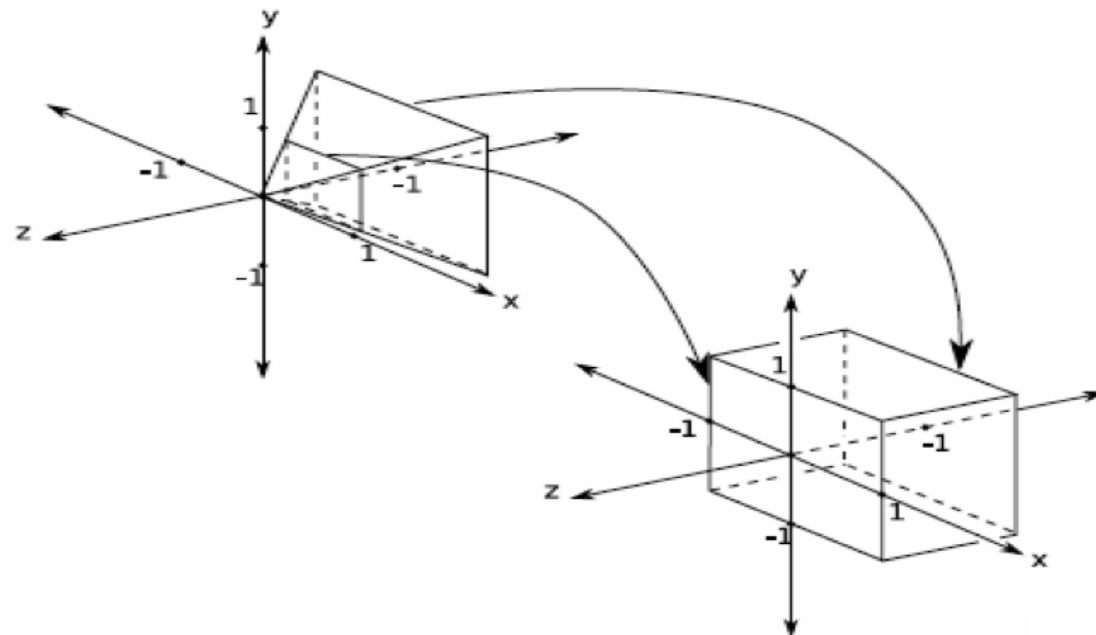
Matricea de normalizare a volumului de vedere de perspectivă

- Funcționează ca și în cazul volumului paralel de vedere:
 - Deplasează camera în originea S.C.
 - Orientează camera spre -z
 - Scalează volumul de vedere cu planul de decupare de departe la $z=-1$ cu colturile la $(\pm 1, \pm 1, -1)$

$$M_{perspectiva} = S_{xyz} R_{rot} T_{trans} = \begin{bmatrix} 1/\text{far} \tan(\theta_w/2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\text{far} \tan(\theta_h/2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\text{far} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z & 0 \\ v_x & v_y & v_z & 0 \\ w_x & w_y & w_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -P_{0_x} \\ 0 & 1 & 0 & -P_{0_y} \\ 0 & 0 & 1 & -P_{0_z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Transformarea de depliere

- Proiecția în 2D a volumului de vedere de perspectivă canonic prezintă anumite dificultăți
- Soluție: transformarea volumului de vedere de perspectiva canonic în unul paralel
- Aceasta transformare perspectivă-paralel e cunoscută ca o **transformare de depliere** și va fi reprezentată prin matricea M_{pp}



Matricea de normalizare a volumului de vedere de perspectivă

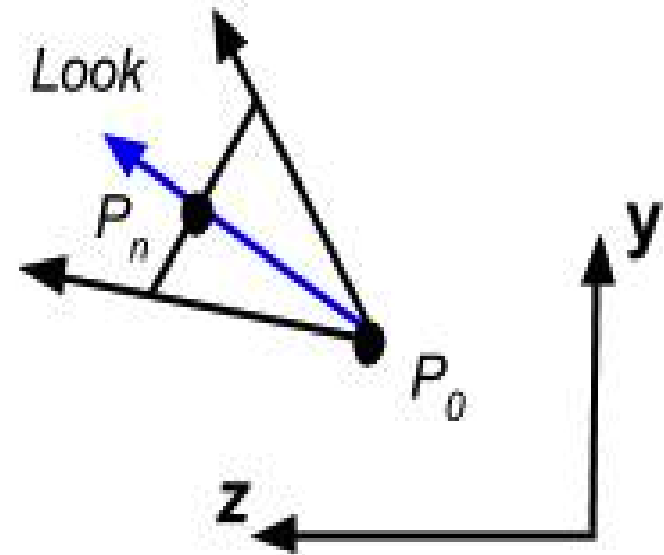
Notăm vectorul normalizat *look* prin *look'*, atunci

$$P_n = P_0 + near * look'$$

$$P_n' = \mathbf{S}_{xyz} \mathbf{R}_{rot} \mathbf{T}_{trans} P_n$$

Ținând cont ca axa z e negativa:

$$P_n' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & c \end{pmatrix}$$



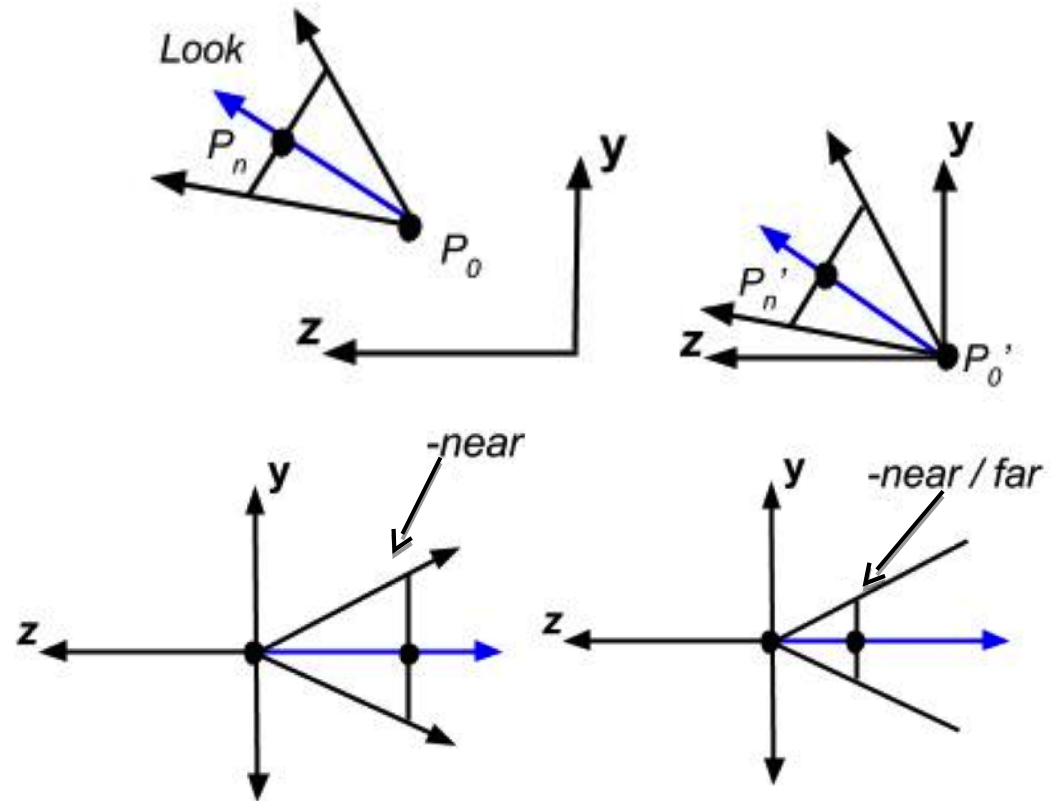
Matricea de normalizare a volumului de vedere de perspectiva

Care e valoarea C ?

P_o e deplasat spre origine

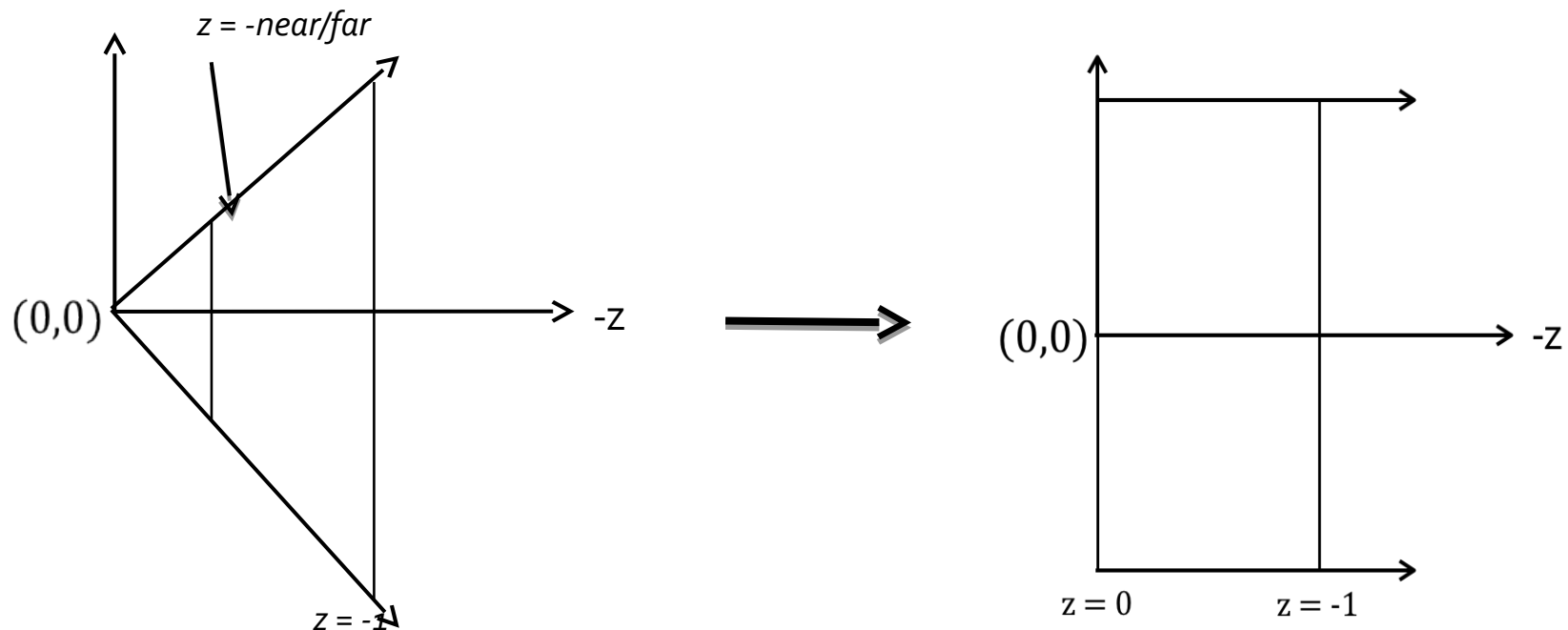
Punctul P_n e rotit la $-near * z$

Scalarea xy nu are efecte,
iar scalarea deplasează P_n
în $(-near/far)*z$, deci
 $C = -near/far$



Matricea de normalizare a volumului de vedere de perspectivă

Planul de decupare de aproape situat la $-near/far$ trebuie să fie transformat în planul $z=0$



Matricea de transformare perspectivă-paralel

Matricea de transformare perspectiva - paralel $\mathbf{M}_{pp}$

Fără a intra în detalii:

$$\mathbf{M}_{pp} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1+C} & \frac{-C}{1+C} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

unde $C = -near/far$

Matricea de transformare perspectivă-paralel

Transformarea:

Planul de decupare $z = -1$ rămâne fără de schimbare

Sa verificam punctele $(-1, 1, -1, 1)$ și $(1, -1, -1, 1)$

Trimite punctele $z = c$ din planul de decupare apropiat spre planul $z = 0$

$$M_{pp} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1+c} & \frac{-c}{1+c} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \frac{z-c}{1+c} \\ -z \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{hom.}} \begin{bmatrix} -x/z \\ -y/z \\ \frac{c-z}{z+zc} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Secvența de transformări a volumului de vedere de perspectivă

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1+c} & \frac{-c}{1+c} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/\text{far} \tan(\theta_w/2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\text{far} \tan(\theta_h/2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\text{far} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z & 0 \\ v_x & v_y & v_z & 0 \\ w_x & w_y & w_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -P_{0_x} \\ 0 & 1 & 0 & -P_{0_y} \\ 0 & 0 & 1 & -P_{0_z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matricea de transformare fereastră – poartă:

Fereastra de vizualizare are colțul de jos din stânga la (0,0) iar lățimea și înălțimea sunt parametrii porții de afișare

$$\mathbf{M}_{wind} = \begin{bmatrix} width & 0 & 0 & 0 \\ 0 & height & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Intrebări ?