Grafica pe calculator

Transformări de vizualizare 2D

Victor Moraru

Sisteme de coordonate

Sistem de coordonate logice SCL (sau Sistem de coordonate universale sau Sistem de coordonate utilizator) - sistemul în care sunt proiectate desenele (grafica) ce urmează a fi reprezentate computațional.

Sistem de coordonate fizice SCF (sau Sistem de coordonate dispozitiv) sistemul atașat suprafeței de afișare

Unitățile de măsură atașate celor două tipuri de sisteme sunt diferite.

Sisteme de coordonate

Transformarea de la reprezentarea *SCL* la reprezentarea *SCF* poartă numele de *transformare de vizualizare 2D*.

Multe sisteme grafice permit definirea desenelor într-un *SCL*, asigurând în mod automat efectuarea transformării de vizualizare 2D. Astfel, funcțiile de afişare ale unui sistem grafic *GKS* (*Graphical Kernel System*) sau *PHIGS (Programmer's Hierarchical Interactive Graphics System)* operează în *SCL* (numit şi *World Coordinate System - WCS*).

Transformarea de vizualizare 2D

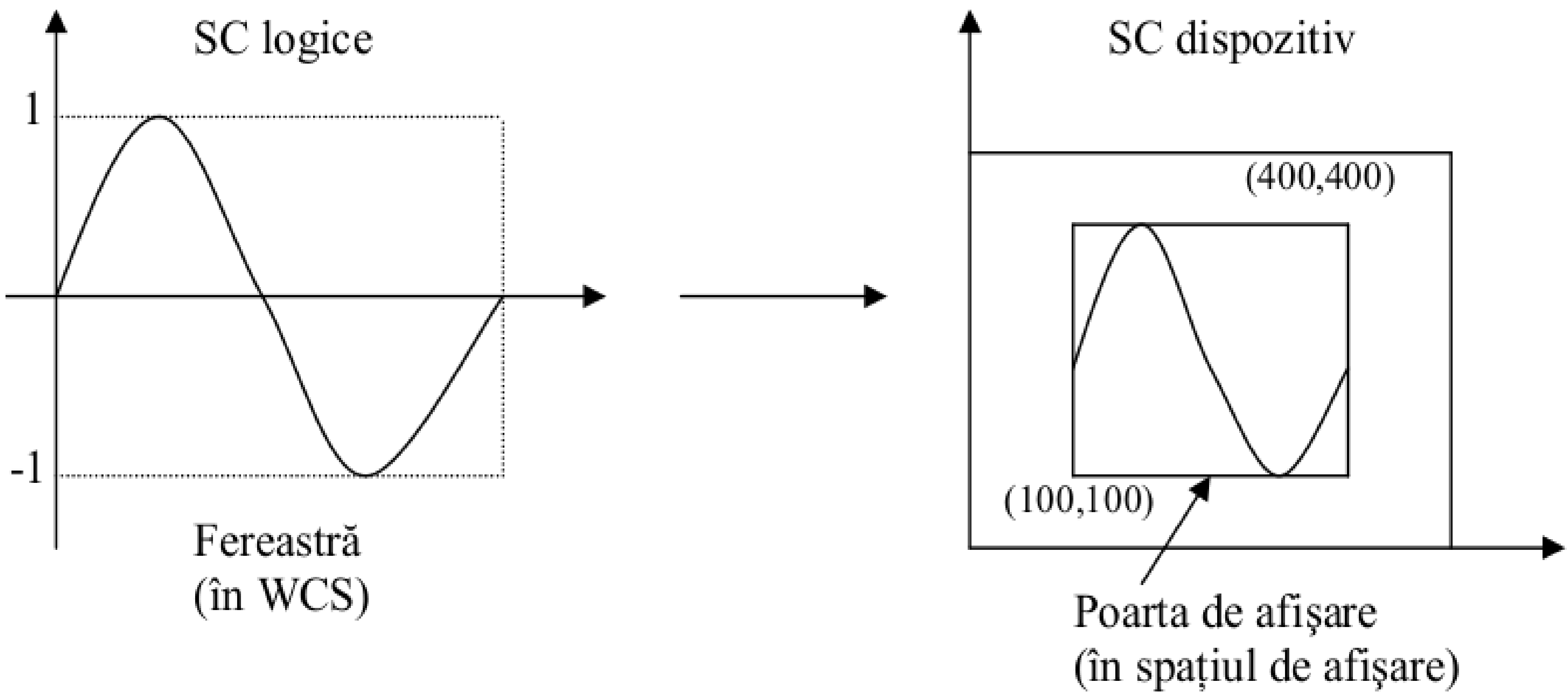
Transformarea de vizualizare 2D pune în corespondență fiecărui punct al unui desen un punct al suprafeței de afişare. Mulțimea punctelor adresabile ale suprafeței de afişare este finită, în timp ce mulțimea punctelor spațiului 2D este infinită.

Necesitatea de a limita mulțimea punctelor spațiului logic care se pun în corespondență cu punctele suprafeței de afişare.

- Specificarea unui dreptunghi cu laturile paralele cu axele sistemului de coordonate logice, numit *fereastră*.
- Specificarea unei zone dreptunghiulare din suprafața de afişare numită *poartă de afişare* sau simplu – *poartă*.

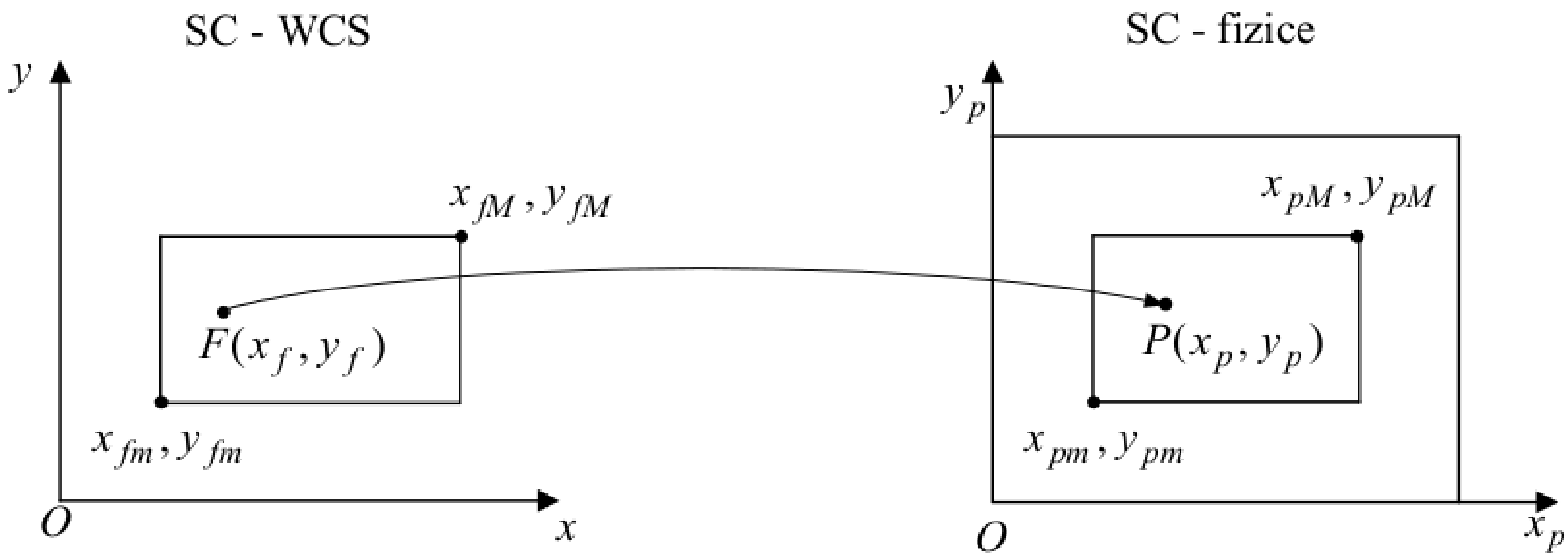
Transformarea de vizualizare 2D se mai numeşte şi *transformare fereastră-poartă*.

Transformarea fereastră - poartă



Transformarea fereastră - poartă

Să considerăm pentru început o aceeași orientare a axelor *SCL* şi *SCF*. Fie $F(x_f, y_f)$ un punct din fereastră, şi fie $P(x_p, y_p)$ punctul corespunzător din poartă.



Transformarea fereastră - poartă

Transformarea fereastră-poartă este definită astfel încât poziția relativă a punctului *P* în poartă să fie aceeași cu poziția relativă a punctului *F* în fereastră.

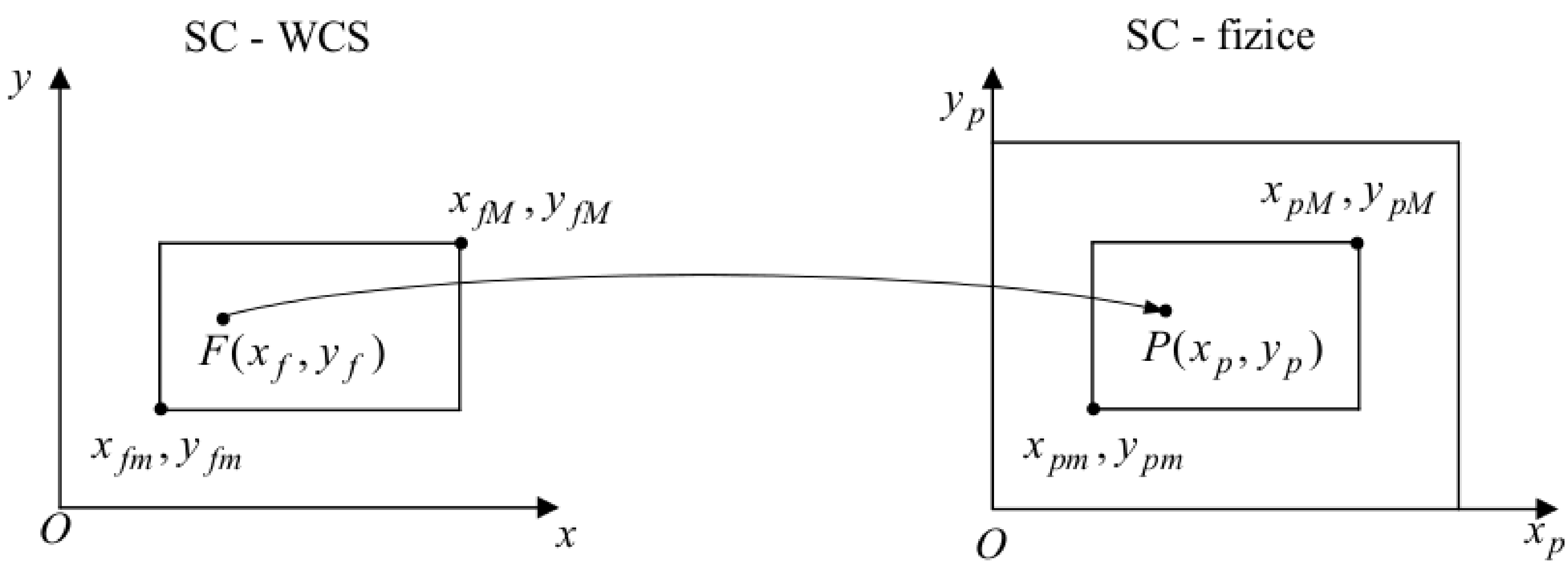
Condiția se formulează matematic astfel:

$$\frac{x_p - x_{p\,min}}{x_{p\,max} - x_{p\,min}} = \frac{x_f - x_{f\,min}}{x_{f\,max} - x_{f\,min}}$$

$$\frac{y_p - y_{p\,min}}{y_{p\,max} - y_{p\,min}} = \frac{y_f - y_{f\,min}}{y_{f\,max} - y_{f\,min}}$$

Transformarea fereastră - poartă

Punctele (x_{fmin}, y_{fmin}), (x_{fmax}, y_{fmax}), (x_{pmin}, y_{pmin}) şi (x_{pmax}, y_{pmax}) reprezintă colțurile ferestrei, respectiv porții, de pe diagonala principală.



Transformarea fereastră - poartă

Notăm: $s_x = \dfrac{x_{p\,max} - x_{p\,min}}{x_{f\,max} - x_{f\,min}}$ $\quad s_{y,} = \dfrac{y_{p\,max} - y_{p\,min}}{y_{f\,max} - y_{f\,min}}$

şi cu: $t_x = x_{p\,min} - s_x x_{f\,min}$ $\quad t_y =, y_{p\,min} - s_y y_{f\,min}$

Cu aceste notații, rezultă: $\begin{cases} x_p = x_f s_x + t_x \\ y_p = y_f s_y + t_y \end{cases}$

adică formularea matematică a transformării fereastră-poartă.

Transformarea fereastră - poartă

Numerele s_x şi s_y sunt factorii de scalare ai transformării, iar t_x şi t_y sunt componentele vectorului de translare. În felul acesta, transformarea fereastră-poartă este o transformare geometrică compusă, aplicată asupra punctului *F* şi furnizând punctul *P*.

Transformarea fereastră-poartă poate fi formulată şi ca o transformare a sistemului de coordonate logice în sistemul de coordonate fizice.

De asemenea, transformarea fereastră-poartă poate fi definită şi ca transformare care aplică dreptunghiul fereastră în dreptunghiul poartă.

Forma matriciala a transformării de vizualizare 2D

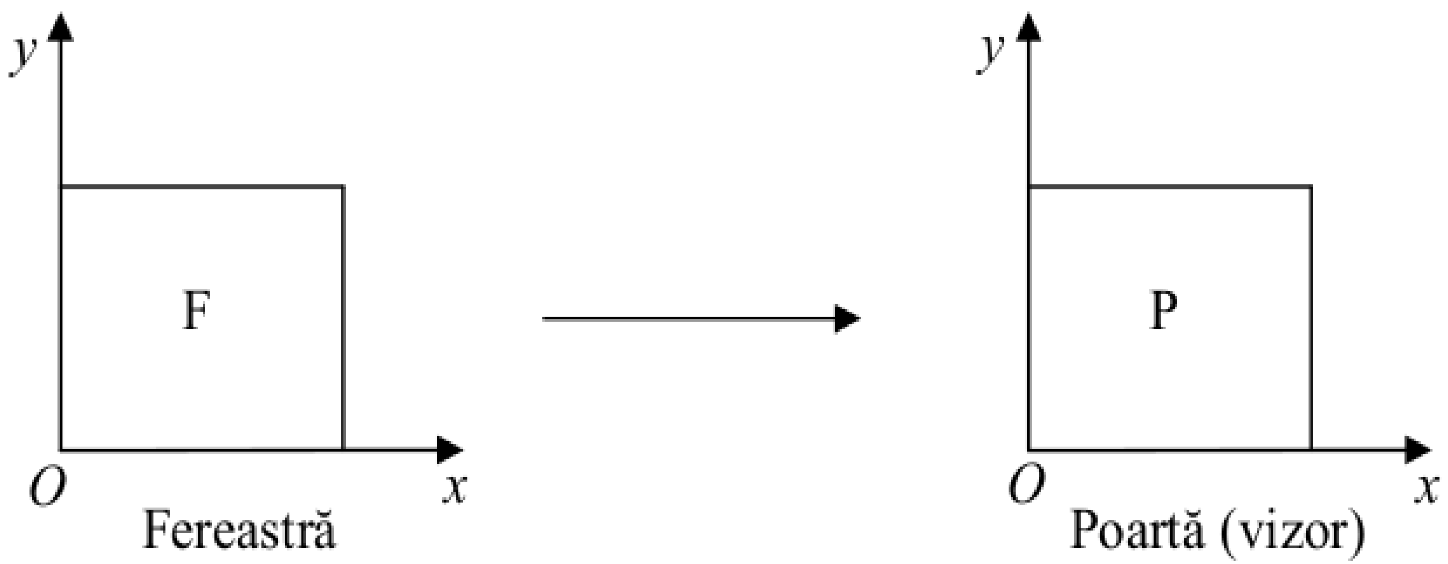
$$P = T * S * F = M_{\mathrm{v}} * F$$

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{T} * \underbrace{\begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{S} * \begin{bmatrix} x_f \\ y_f \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$M_{\mathrm{v}} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & t_x \\ 0 & s_y & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

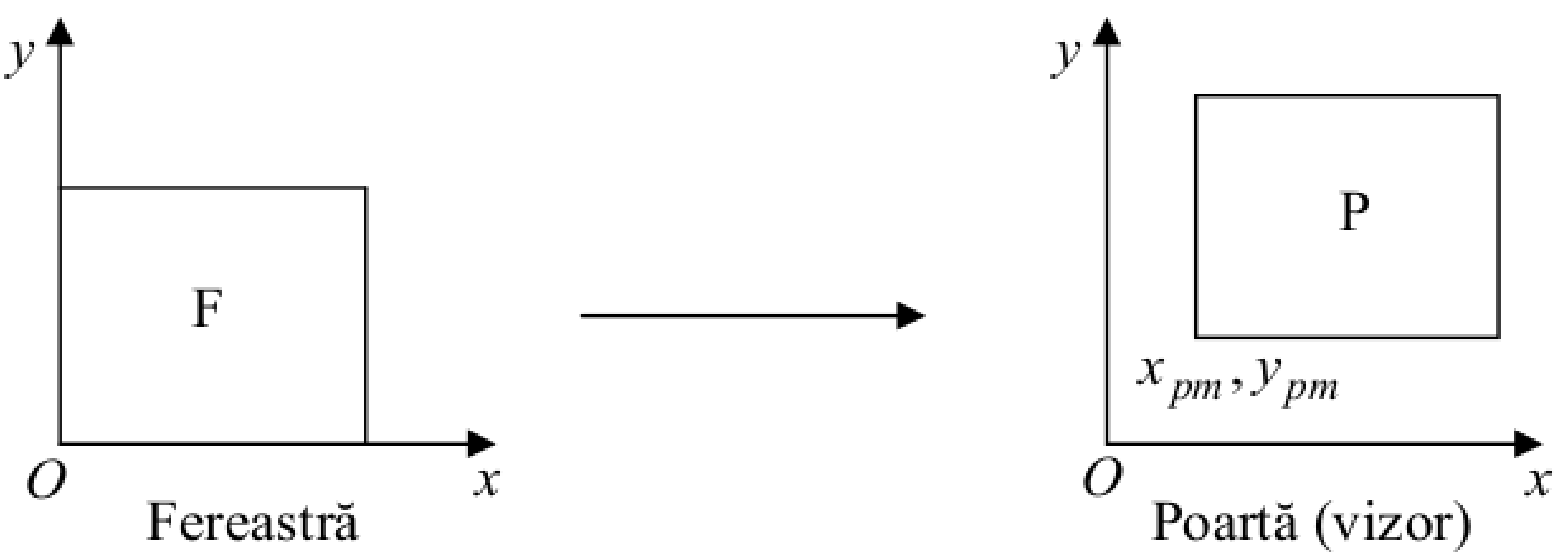
Transformarea fereastra-poarta
Cazuri speciale

$$t_x = t_y = 0\ (x_{fm} = 0,\ y_{fm} = 0,\ x_{pm} = 0,\ y_{pm} = 0)$$



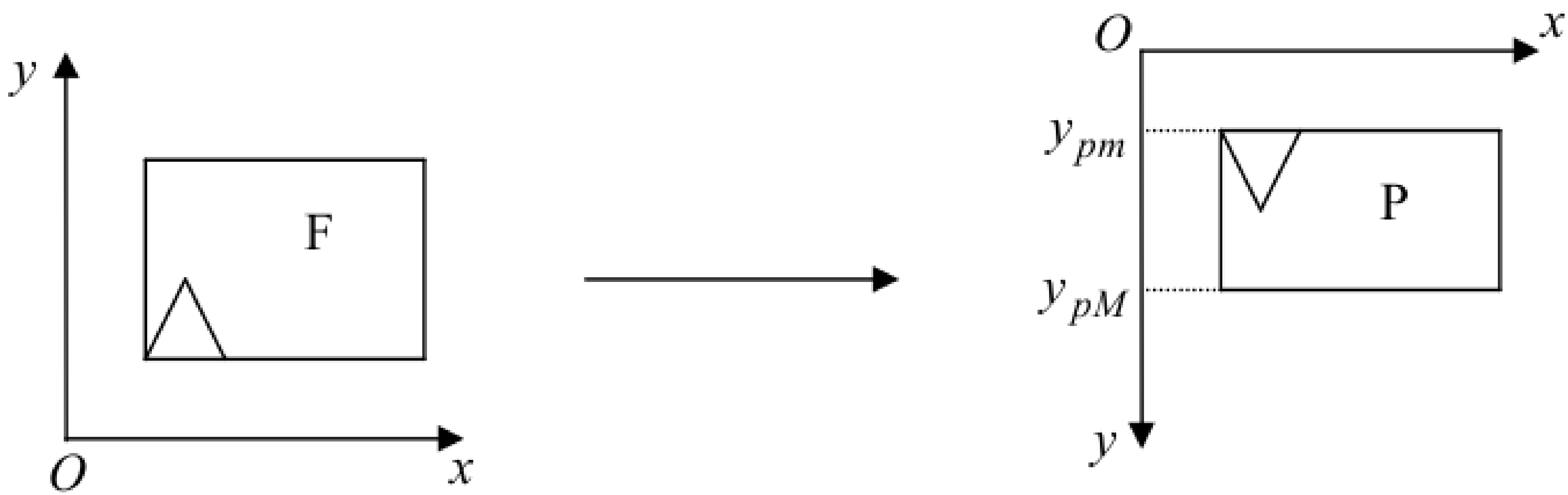
Transformarea fereastra-poarta
Cazuri speciale

$$t_x = x_{pm},\ t_y = y_{pm} \quad (x_{fm} = 0,\ y_{fm} = 0)$$



Transformarea fereastra-poarta Cazuri speciale

Direcția axei Y a ferestrei nu corespunde cu cea a porții (ecran de afișare)



Transformarea fereastra-poarta Cazuri speciale

Directia axei Y a ferestrei nu corespunde cu cea a portii (ecran de afisare)

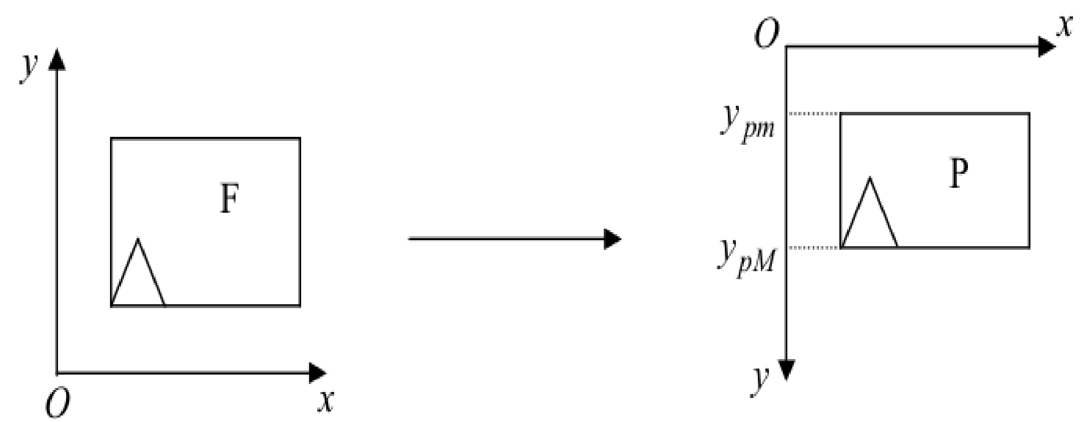
Pentru a corecta situatia vom calcula y_p altfel:

$$y_p = y_{pM} + y_{pm} - (y_f \cdot s_y + t_y) = y_{pM} + y_{pm} - y_f \cdot s_y - y_{pm} + y_{fm} \cdot s_y$$

Iar transformarea fereastra-poarta pentru acest caz va fi:

$$x_p = x_f \cdot s_x + t_x$$

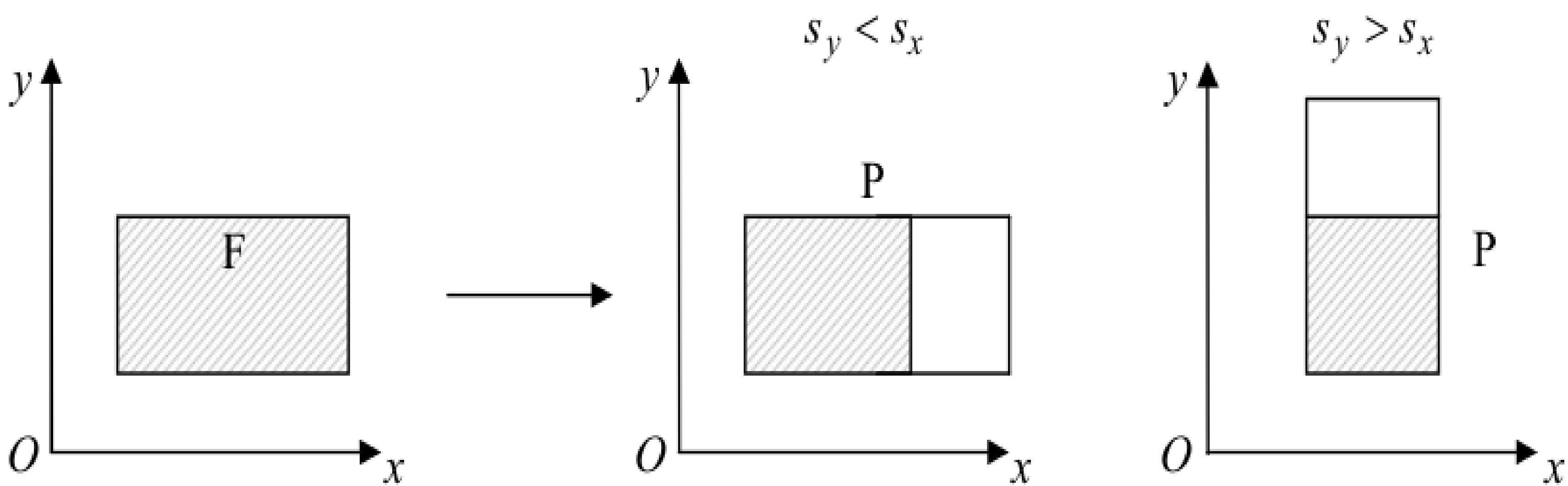
$$y_p = y_{pM} - y_f \cdot s_y + y_{fm} \cdot s_y$$



Transformarea fereastra-poarta
Cazuri speciale

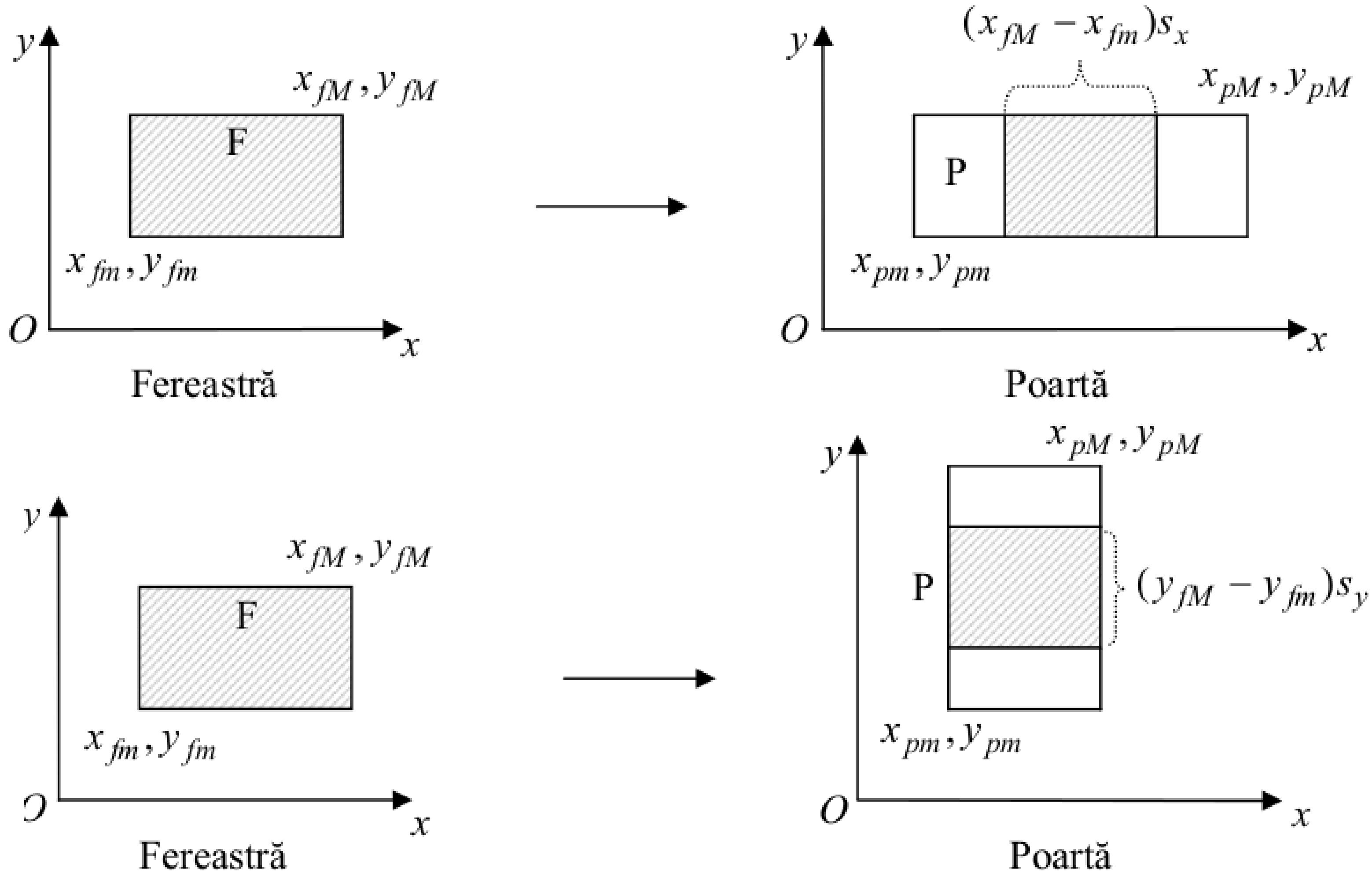
Scalarea neuniforma provoaca deformarea figurii, pentra a evita aceasta:

$$s = min(s_x, s_y)$$



Transformarea fereastra-poarta
Cazuri speciale

Imagine centrata in poarta



Transformarea fereastra-poarta
Cazuri speciale

Imagine centrata in poarta

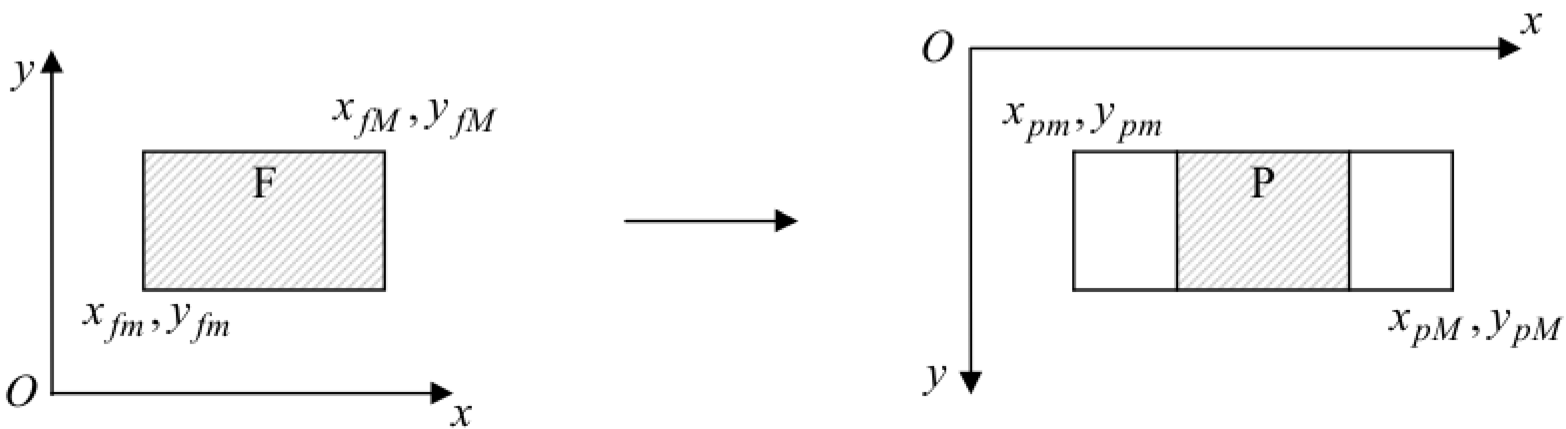
pentru acest caz:

$$x_p = x_f \cdot s_x + t_x + \frac{x_{pM} - x_{pm} - (x_{fM} - x_{fm})s_x}{2}$$

$$y_p = y_f \cdot s_y + t_y + \frac{y_{pM} - y_{pm} - (y_{fM} - y_{fm})s_y}{2}$$

Transformarea fereastra-poarta
Cazuri speciale

In cazul ecranului cu axa y in jos:



$$\boxed{\begin{aligned} x_p &= x_f \cdot s_x + t'_x \\ y_p &= y_{pM} + y_{pm} - \left(y_f \cdot s_y + t'_y\right) \end{aligned}}$$

unde

$$t'_x = x_{pm} - x_{fm} \cdot s_x + \frac{x_{pM} - x_{pm} - (x_{fM} - x_{fm})s_x}{2}$$

$$t'_y = y_{pm} - y_{fm} \cdot s_y + \frac{y_{pM} - y_{pm} - (y_{fM} - y_{fm})s_y}{2}$$

Transformarea fereastra-poarta

Pentru a realiza transformarea puteți utiliza funcția $\text{setviewport}(x_{pmin}, y_{pmin}, x_{pmax}, y_{pmax}, \text{decup})$, originea sistemului de coordonate al ecranului este considerată a fi punctul (x_{pmin}, y_{pmin}).

În consecință, din formulele precedente se va scădea x_{pmin} din prima şi y_{pmin} din a doua.

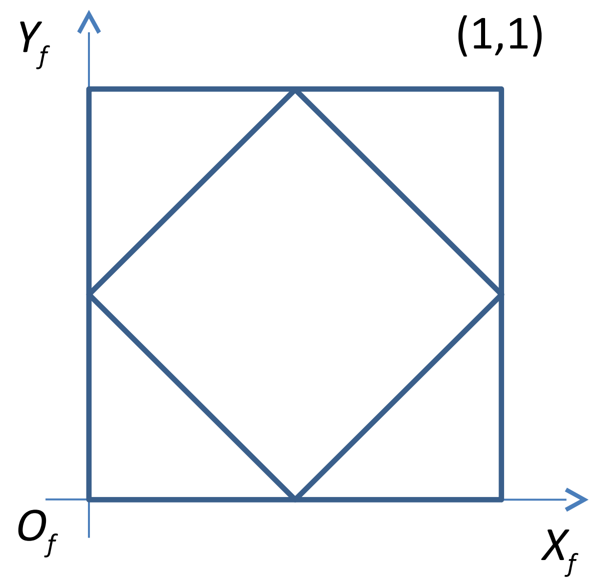
Pot fi de asemenea folosite formulele pentru aceeași orientare a axelor iar apoi se efectuează o rotație cu 180 de grade pentru a nu obține imaginea răsturnată.

Exemplu

Fie fereastra din figura următoare:

$$x_{f\,min} = 0 \quad y_{f\,min} = 0$$

$$x_{f\,max} = 1 \quad y_{f\,max} = 1$$



Pentru poartă se consideră:

$$x_{p\,min} = 0 \qquad y_{p\,min} = 0$$

$$x_{p\,max} = 400 \quad y_{p\,max} = 200$$

Rezultă:

$$s_x = \frac{400}{1} = 400 \qquad s_y = \frac{200}{1} = 200$$

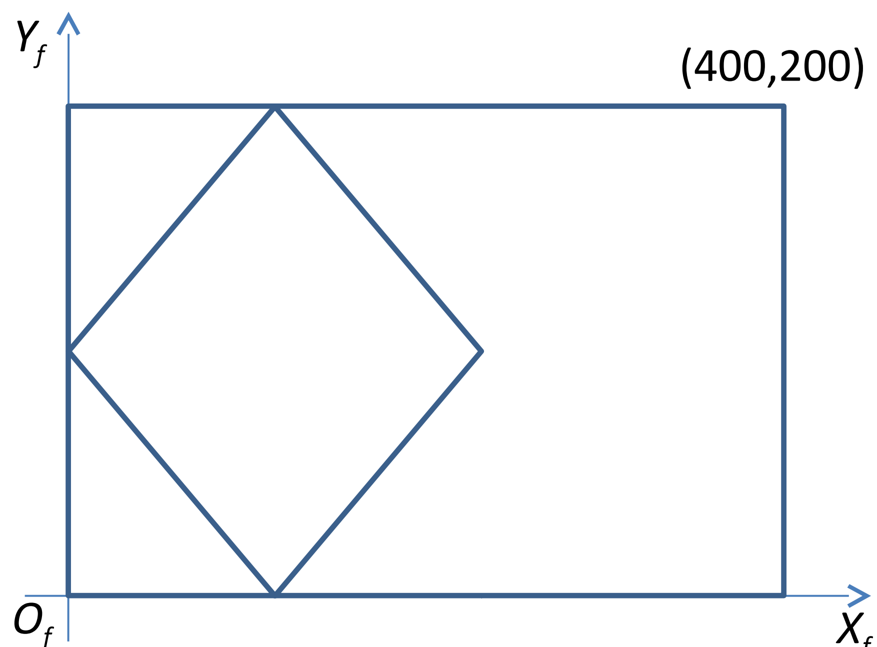
$$t_x = 0 - s_x \cdot 0 = 0 \qquad t_y = 0 - s_y \cdot 0 = 0$$

Exemplu

Scalarea pe axa Ox fiind de 2 ori mai mare decât cea de pe axa Oy, orice desen definit în fereastră va fi deformat (lățit) la nivelul porții. Dacă un astfel de efect este neconvenabil, atunci va trebui ales ca factor de scalare a transformării:

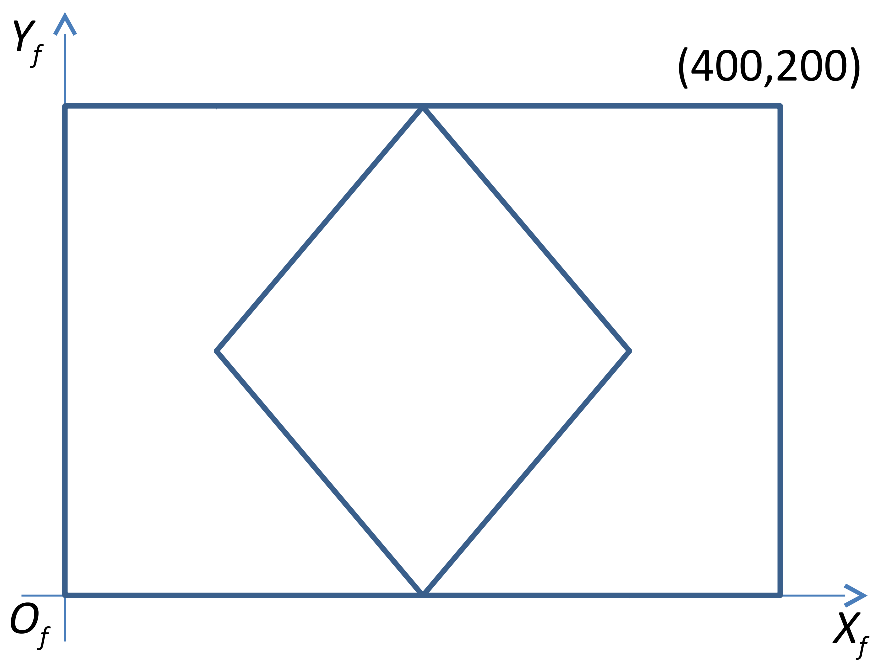
$$s = min\left(s_x, s_y\right)$$

Procedând astfel în exemplul ales, vom constata că desenul din fereastră este afişat în jumătatea stângă a porții.



Exemplu

Pentru ca desenul să apară centrat în poartă, este necesar să se efectueze o translare suplimentara, de factor 100 în cazul de față.



Exemplu

În general, translarea suplimentară se calculează astfel:

$$t_x = \left(x_{p\,max} - x_{p\,min} - s_x\left(x_{f\,max} - x_{f\,min}\right)\right) / 2$$
$$t_y = \left(y_{p\,max} - y_{p\,min} - s_y\left(y_{f\,max} - y_{f\,min}\right)\right) / 2$$

adică diferența dintre latura porții şi latura ferestrei scalată, împărțită la 2. Dacă:

$$x_{f\,min} \neq 0 \quad \text{şi / sau} \quad y_{f\,min} \neq 0$$

şi: $$x_{p\,min} = 0 \quad , \quad y_{p\,min} = 0$$

atunci: $$t_x = -s_x x_{f\,min}$$

$$t_y = -s_y y_{f\,min}$$

Exemplu

Invers, dacă:

$$x_{f\,min} = y_{f\,min} = 0$$

$$x_{p\,min} \neq 0 \quad şi\,/\,sau \quad y_{p\,min} \neq 0$$

atunci:

$$t_x = x_{p\,min}$$

$$t_y = y_{p\,min}$$

Întrebări ?