

## Planul. Diverse ecuații ale planului

1. Să se scrie ecuația planului ce trece prin punctul  $M(2; 1; -1)$  și are ca vector normal  $\vec{n} = \{1; -2; 3\}$ .
2. Punctul  $P(2; -1; -1)$  servește ca picior al perpendicularei coborâte din originea de coordonate pe careva plan. Să se scrie ecuația acestui plan.
3. Să se scrie ecuația planului ce trece prin punctul  $M(3; 4; -5)$ , paralel vectorilor  $\vec{a} = \{3; 1; -1\}$  și  $\vec{b} = \{1; -2; 1\}$ .
4. Să se scrie ecuația planului ce trece prin punctele  $M_1(2; -1; 3)$  și  $M_2(3; 1; 2)$ , paralel vectorului  $\vec{a} = \{3; -1; 4\}$ .
5. Să se scrie ecuația planului ce trece prin punctele  $M_1(3; -1; 2)$ ,  $M_2(4; -1; -1)$  și  $M_3(2; 0; 2)$ .
6. Să se scrie ecuația planului ce trece prin punctul  $M(3; -2; -7)$ , paralel planului  $2x - 2z + 5 = 0$ .
7. Să se scrie ecuația planului ce trece prin originea de coordonate, perpendicular planelor  $2x - y + 3z - 1 = 0$  și  $x + 2y + z = 0$ .
8. Să se scrie ecuația planului ce trece prin punctele  $M_1(1; -1; -2)$  și  $M_2(3; 1; 1)$ , perpendicular planului  $x - 2y + 3z - 5 = 0$ .
9. Să se cerceteze, dacă planele  $x - 2y + z - 7 = 0$ ,  $2x + y - z + 2 = 0$  și  $x - 3y + 2z - 11 = 0$  au un punct comun.
10. Să se scrie ecuația planului, care trece prin:
  - a) punctul  $M_1(2; -3; 3)$ , paralel planului  $Oxy$ ;
  - b) punctul  $M_2(1; -2; 4)$ , paralel planului  $Oxz$ ;
  - c) axa  $Ox$  și punctul  $M_3(4; -1; 2)$ ;
  - d) axa  $Oy$  și punctul  $M_4(0; -1; 2)$ .
11. Să se scrie ecuația planului, care trece:
  - a) prin punctele  $M_1(7; 2; -3)$  și  $M_2(5; 6; -4)$ , paralel axei  $Ox$ ;
  - b) prin punctele  $P_1(2; -1; 1)$  și  $P_2(3; 1; 2)$ , paralel axei  $Oz$ .
12. Să se găsească punctele de intersecție ale planului  $2x - 3y - 4z - 24 = 0$  cu axele de coordonate.
13. Să se calculeze aria triunghiului, tăiat de planul  $5x - 6y + 3z + 120 = 0$  de la unghiul de coordonate  $Oxy$ .
14. Planul trece prin punctele  $M_1(1; 2; -1)$  și  $M_2(-3; 2; 1)$  și taie pe axele ordonatelor segmental  $b = 3$ . Să se scrie ecuația acestui plan.

## Dreapta. Diverse ecuații ale dreptei.

- Să se scrie ecuațiile canonice și parametrice ale dreptei, care trece prin punctul  $M(2; 0; -3)$ , paralel: a) vectorului  $\vec{a} = \{2; -3; 5\}$ ; b) dreptei  $\frac{x-1}{5} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{-1}$ ; c) axei  $Ox$ ; d) axei  $Oy$ ; e) axei  $Oz$ ; f) dreptei  $x = 3t - 1; y = -2t + 3; z = 5t + 2$ .
- Prin punctele  $M_1(-6; 6; -5)$  și  $M_2(12; -6; 1)$  este dusă o dreaptă. Să se găsească punctele de intersecție ale dreptei cu planele de coordonate.
- Să se scrie ecuațiile canonice ale dreptei, ce trece prin punctul  $M(2; 3; -5)$ , paralel dreptei  $\begin{cases} 3x - y + 2z + 3 = 0 \\ x + 3y - 2z + 3 = 0 \end{cases}$ .
- Să se demonstreze paralelismul dreptelor:  $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$  și  $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y - 5z + 8 = 0 \end{cases}$ .
- Să se demonstreze perpendicularitatea dreptelor:
  - $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{3}$  și  $\begin{cases} 3x + y - 5z + 1 = 0 \\ 2x + 3y - 8z + 3 = 0 \end{cases}$ ;
  - $\begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = 3t - 2 \\ z = -6t + 1 \end{cases}$  și  $\begin{cases} 2x + y - 4z + 2 = 0 \\ 4x - y - 5z + 4 = 0 \end{cases}$ .
- Fie dreptele  $\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{4}$  și  $\frac{x-3}{l} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-7}{2}$ . Pentru ce valori ale lui  $l$  ele se intersectează?
- Să se scrie ecuația dreptei, ce trece prin punctul  $M(-1; 2; -3)$  perpendicular vectorului  $\vec{a} = \{6; -2; -3\}$  și intersectează dreapta  $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-5}$ .
- Să se demonstreze, că dreapta  $\begin{cases} x = 3t - 2 \\ y = -4t + 1 \\ z = 4t - 5 \end{cases}$  este paralelă planului  $4x - 3y - 6z - 5 = 0$ .
- Să se demonstreze, că dreapta  $\begin{cases} 5x - 4y + 2z - 5 = 0 \\ 2x - y - z - 1 = 0 \end{cases}$ , se află în planul  $4x - 3y + 7z - 7 = 0$ .
- Să se găsească punctul de intersecție a dreptei  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6}$  și planului  $2x = 3y + z - 1 = 0$ .
- Să se scrie ecuația planului, ce trece prin punctul  $M_0(1; -2; 1)$ , perpendicular dreptei  $\begin{cases} x - 2y + z - 3 = 0 \\ x + y - z + 2 = 0 \end{cases}$ .
- Să se găsească proiecția punctului  $P(2; -1; 3)$  pe dreapta  $\begin{cases} x = 3t \\ y = 5t - 7 \\ z = 2t + 2 \end{cases}$ .
- Să se găsească simetricul punctului  $P(4; 1; 6)$  față de dreapta  $\begin{cases} x - y - 4z + 12 = 0 \\ 2x + y - 2z + 3 = 0 \end{cases}$ .
- Să se găsească simetricul punctului  $P(1; 3; -4)$  față de planul  $3x + y - 2z = 0$ .
- Pe planul  $Oxy$ , să se găsească așa un punct  $P$ , astfel încât suma distanțelor de la el la punctele  $A(-1; 2; 5)$  și  $B(11; -16; 0)$  este minimă.
- Pe planul  $Oxz$ , să se găsească așa un punct  $P$ , diferența distanțelor de la care, pînă la punctele  $M_1(3; 2; -5)$  și  $M_2(8; -4; -13)$  este minimă.
- Să se găsească distanța de la punctul  $P(1; -1; -2)$  la dreapta  $\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-8}{-2}$ .

18. Să se scrie ecuația planului, ce trece prin punctul  $M(1; 2; -3)$ , paralel dreptelor  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-7}{3}$ ,  $\frac{x+5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-1}$ .
19. Să se scrie ecuația planului, ce trece prin dreapta  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-2}{2}$ , perpendicular planului  $3x + 2y - z - 5 = 0$ .
20. Să se calculeze distanța minimă dintre dreptele  $\frac{x+5}{3} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-1}{-2}$  și  $\begin{cases} x = 6t + 9 \\ y = -2t \\ z = -t + 2 \end{cases}$ .