S 1.1.

VECTORI. OPERAŢII LINIARE CU VECTORI. PROPRIETĂŢI

Ex. 1. Fiind daţi vectorii $\vec{a}$ şi $\vec{b}$, să se construiască următoarele combinaţii liniare:

a) $3\vec{a}+\vec{b}$; b) $\vec{a}-2\vec{b}$; c) $\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$; d) $-2\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}$.

Ex. 2. Vectorii $\overrightarrow{AB}=\vec{c},\ \overrightarrow{BC}=\vec{a},\ \overrightarrow{CA}=\vec{b}$ sunt laturi ale triunghiului ABC. Să se exprime prin $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ medianele $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{BN}$, $\overrightarrow{CP}$ ale triunghiului ABC.

Ex. 3. Se dă $|\bar{a}|=13,\ |\bar{b}|=19,\ |\bar{a}+\bar{b}|=24$. Să se calculeze $|\bar{a}-\bar{b}|$.

Ex. 4. Vectorii $\bar{a}$ şi $\bar{b}$ sunt perpendiculari şi $|\vec{a}|=5, |\vec{b}|=12$. Să se găsească $|\bar{a}+\bar{b}|$ şi $|\bar{a}-\bar{b}|$.

Ex. 5. Vectorii $\bar{a}$ şi $\bar{b}$ formează unghiul 60^0 şi $|\bar{a}|=3,\ |\bar{b}|=5$. Să se găsească $|\bar{a}+\bar{b}|$ şi $|\bar{a}-\bar{b}|$.

Ex. 6. Punctul O este centru de greutate al triunghiului ABC. Să se demonstreze că $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overline{O}.$

Ex. 7. În triunghiul ABC sunt duse medianele $\overline{AM}$, $\overline{BN}$ *si* $\overline{CP}$. Să se găsească suma $\overline{AM}+\overline{BN}+\overline{CP}.$

Ex. 8. Vectorii $\overline{AC}=\bar{a}$ şi $\overline{BD}=\bar{b}$ sunt diagonalele paralelogramului $ABCD$. Să se exprime vectorii $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ prin $\bar{a}$ şi $\bar{b}$.

Ex. 9. Punctele E şi F sunt mijlocuri ale laturilor $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ ale patrulaterului $ABCD$. Să se demonstreze că $\overrightarrow{EF}=\dfrac{\overline{BC}+\overline{AD}}{2}$.

Ex. 10 Punctele E şi F sunt mijlocuri ale diagonalelor $\overline{AC}$ şi $\overline{BD}$ a patrulaterului $ABCD$. Să se demonstreze că $\overrightarrow{EF}=\dfrac{\overline{AB}+\overline{CD}}{2}=\dfrac{\overline{AD}+\overline{CB}}{2}$.

Ex. 11. În planul triunghiului ABC să se găsească un astfel de punct M, astfel încât $\overline{MA}+\overline{MB}+\overline{MC}=\overline{0}$.

Ex. 12. Se dă patrulaterul $ABCD$. Să se găsească un astfel de punct M, astfel încât $\overline{MA}+\overline{MB}+\overline{MC}+\overline{MD}=0$.

Ex.13. Pe latura $\overline{AD}$ a paralelogramului $ABCD$ este depus vectorul $\overline{AK}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AD}$, iar pe diagonala $\overline{AC}$ - vectorul $\overrightarrow{AL}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$. Să se demonstreze că vectorii $\overrightarrow{KL}$ şi $\overrightarrow{LB}$ sunt coliniari. Să se găsească $\lambda \in R$, astfel încât $\overline{KL}=\lambda\cdot\overline{LB}$.

Ex. 14. Punctului M i se aplică trei vectori nenuli $\overline{x}, \overline{y}, \overline{z}$ a căror sumă este $\overline{0}$. Ştiind unghiurile α, β, γ dintre vectorii $\overline{y}$ şi $\overline{z}$, $\overline{z}$ şi $\overline{x}$, $\overline{x}$ şi $\overline{y}$, respectiv, să se găsească raportul modulelor acestor vectori $|\overline{x}|:|\overline{y}|:|\overline{z}|$.

Ex. 15. În triunghiul dreptunghic ABC este coborâtă perpendiculara $\overline{CH}$ pe ipotenuza $\overline{AB}$. Să se exprime vectorul $\overline{CH}$ prin vectorii $\overline{CA}$ şi $\overrightarrow{CB}$ şi lungimile catetelor $|\overline{BC}| = a$ şi $|\overline{CA}| = b$.