

**Лабораторная работа № 4**  
**Тема: Нормальная форма Грейбаха**

**Цель работы**

Ознакомление с алгоритмами удаления левой рекурсии, приведения к нормальной форме Грейбаха и их применение.

**Краткая теория**

$A \rightarrow A\alpha$ ,  $A \in V_N$ ,  $\alpha \in (V_N \cup V_T)^*$  правила такого типа называются *леворекурсивными*.

$A \Rightarrow A\alpha \Rightarrow A\alpha\alpha \Rightarrow A\alpha\alpha\alpha \Rightarrow \dots$  левая рекурсия вредна для нисходящего синтаксического анализатора.

Существует универсальный метод замены левой рекурсии. Пусть у нас все правила имеют вид:

$$a) A \rightarrow A\alpha_1, \quad A \rightarrow A\alpha_2, \dots, \quad A \rightarrow A\alpha_n$$

$$b) A \rightarrow \beta_1, \quad A \rightarrow \beta_2, \dots, \quad A \rightarrow \beta_n, \quad \beta \in V_T$$

$$A \Rightarrow^* ?$$

$$A \Rightarrow A\alpha_2 \Rightarrow A\alpha_1\alpha_2 \Rightarrow A\alpha_5\alpha_1\alpha_2 \Rightarrow \beta_1\alpha_5\alpha_1\alpha_2$$

$$A \Rightarrow A\alpha_{i_1}\alpha_{i_2} \dots \alpha_{i_k} \Rightarrow \beta_j\alpha_{i_1}\alpha_{i_2} \dots \alpha_{i_k}$$

Общий вид выводимых цепочек:

$$\{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n\}\{\alpha_1\alpha_2 \dots \alpha_m\}^*$$

$$A \Rightarrow^* x, \quad x \in \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n\}\{\alpha_1\alpha_2 \dots \alpha_m\}^*$$

Правила имеют вид:

$$a) A \rightarrow A\alpha_1, \quad A \rightarrow A\alpha_2, \dots, \quad A \rightarrow A\alpha_n$$

$$b) A \rightarrow \beta_1, \quad A \rightarrow \beta_2, \dots, \quad A \rightarrow \beta_n, \quad \beta \in V_T$$

**Метод I.** Правила **a)**, **b)** заменяем:

$$1. A \rightarrow \beta_1 Y, A \rightarrow \beta_2 Y, \dots, A \rightarrow \beta_n Y$$

$$2. Y \rightarrow \alpha_1, \quad Y \rightarrow \alpha_2, \dots, Y \rightarrow \alpha_m$$

$$3. Y \rightarrow \alpha_1 Y, \quad Y \rightarrow \alpha_2 Y, \dots, Y \rightarrow \alpha_m Y$$

$$4. A \rightarrow \beta_1, \quad A \rightarrow \beta_2, \dots, A \rightarrow \beta_n$$

**Пример:**

$$A \Rightarrow^1 \beta_2 Y \Rightarrow^3 \beta_2 \alpha_4 Y \Rightarrow^3 \beta_2 \alpha_4 \alpha_1 Y \Rightarrow^3 \beta_2 \alpha_4 \alpha_1 \alpha_2$$

$$A \Rightarrow^* x, \quad x \in \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n\} \{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_m\}^*$$

**Метод II.** Правила **a)**, **b)** заменяем на правила, содержащие  $\epsilon$ -правила

$$1. A \rightarrow \beta_1 Y, A \rightarrow \beta_2 Y, \dots, A \rightarrow \beta_n Y$$

$$2. Y \rightarrow \alpha_1 Y_1, \quad Y \rightarrow \alpha_2 Y_1, \dots, Y \rightarrow \alpha_m Y_1$$

$$3. Y \rightarrow \epsilon$$

$$A \Rightarrow^* u, \quad u \in \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n\} \{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_m\}^*$$

**Пример 1:**

**Удалить левую рекурсию**

$$G = (V_N, V_T, P, E)$$

$$P := \{1. \underline{E} \rightarrow \underline{E} + T \quad \checkmark$$

$$2. E \rightarrow T$$

$$3. \underline{T} \rightarrow \underline{T}^* F \quad \checkmark$$

$$4. T \rightarrow F$$

$$5. F \rightarrow a$$

$$6. F \rightarrow (E)\}$$

Избавляемся от левой рекурсии, используя **метод I:**

$$1. A \rightarrow \beta_1 Y, A \rightarrow \beta_2 Y, \dots, A \rightarrow \beta_n Y$$

$$2. Y \rightarrow \alpha_1, \quad Y \rightarrow \alpha_2, \dots, Y \rightarrow \alpha_m$$

$$3. Y \rightarrow \alpha_1 Y, \quad Y \rightarrow \alpha_2 Y, \dots, Y \rightarrow \alpha_m Y$$

$$4. A \rightarrow \beta_1, \quad A \rightarrow \beta_2, \dots, A \rightarrow \beta_n$$

Правила (левая рекурсия для E):

$$1. E \rightarrow E+T \quad (A = E, \alpha_1 = +T)$$

$$2. E \rightarrow T \quad (\beta_1 = T)$$

Заменяются на:

$$P' := \{1. E \rightarrow TY_1$$

$$2. Y_1 \rightarrow +T$$

$$3. Y_1 \rightarrow +TY_1$$

$$4. E \rightarrow T$$

Правила (левая рекурсия для T):

$$3. T \rightarrow T^*F \quad (A = T, \alpha_1 = *F)$$

$$4. T \rightarrow F \quad (\beta_1 = F)$$

Заменяются на:

$$5. T \rightarrow FY_2$$

$$6. Y_2 \rightarrow *F$$

$$7. Y_2 \rightarrow *F Y_2$$

$$8. T \rightarrow F$$

$$9. F \rightarrow a$$

$$10. F \rightarrow (E) \}$$

Избавляемся от левой рекурсии, используя **метод II**:

$$1. A \rightarrow \beta_1 Y, A \rightarrow \beta_2 Y, \dots, A \rightarrow \beta_n Y$$

$$2. Y \rightarrow \alpha_1 Y_1, Y \rightarrow \alpha_2 Y_1, \dots, Y \rightarrow \alpha_m Y_1$$

$$3. Y \rightarrow \varepsilon$$

$$\text{Правила: } 1. E \rightarrow E+T \quad (\alpha_1 = +T)$$

$$2. E \rightarrow T \quad (\beta_1 = T)$$

Заменяются на:

- $$P'' := \{1. E \rightarrow T Y_1$$
- $$2. Y_1 \rightarrow + T Y_1$$
- $$3. Y_1 \rightarrow \mathcal{E}$$

Правила: 3.  $T \rightarrow T^* F$  ( $\alpha_1 = * F$ )

4.  $T \rightarrow F$  ( $\beta_1 = F$ )

Заменяются на:

4.  $T \rightarrow F Y_2$

5.  $Y_2 \rightarrow * F Y_2$

6.  $Y_2 \rightarrow \mathcal{E}$

7.  $F \rightarrow a$

8.  $F \rightarrow (E)$

**Пример 2:**

**Удалить левую рекурсию**

$G = (V_N, V_T, P, S)$

$V_N = \{S\}$

$V_T = \{a, b\}$

$P := \{1. S \rightarrow aSb$

2.  $S \rightarrow bSa$

3.  $S \rightarrow SS$  ✓

4.  $S \rightarrow ab$

5.  $S \rightarrow ba\}$

Правило 3 содержит левую рекурсию.

$A = S, \alpha = S$

$\beta_1 = aSb, \beta_2 = bSa, \beta_3 = ab, \beta_4 = ba$

**Избавляемся от левой рекурсии, используя метод I:**

1.  $A \rightarrow \beta_1 Y, A \rightarrow \beta_2 Y, \dots, A \rightarrow \beta_n Y$
2.  $Y \rightarrow \alpha_1, Y \rightarrow \alpha_2, \dots, Y \rightarrow \alpha_m$
3.  $Y \rightarrow \alpha_1 Y, Y \rightarrow \alpha_2 Y, \dots, Y \rightarrow \alpha_m Y$
4.  $A \rightarrow \beta_1, A \rightarrow \beta_2, \dots, A \rightarrow \beta_n$

$P' := \{1. S \rightarrow aSbY$

2.  $S \rightarrow bSaY$

3.  $S \rightarrow abY$

4.  $S \rightarrow baY$

5.  $Y \rightarrow S$

6.  $Y \rightarrow SY$

7.  $S \rightarrow aSb$

8.  $S \rightarrow bSa$

9.  $S \rightarrow ab$

10.  $S \rightarrow ba\}$

**Избавляемся от левой рекурсии, используя метод II:**

1.  $S \rightarrow \beta_1 Y,$

$A \rightarrow \beta_2 Y,$

$\dots,$

$A \rightarrow \beta_n Y$

2.  $Y \rightarrow \alpha_1 Y_1,$

$Y \rightarrow \alpha_2 Y_1,$

$\dots,$

$Y \rightarrow \alpha_m Y_1$

3.  $Y \rightarrow \varepsilon$

$P'' := \{1. S \rightarrow aSbY$

2.  $S \rightarrow bSaY$

3.  $S \rightarrow abY$

- 4.  $S \rightarrow baY$
- 6.  $Y \rightarrow SY$
- 7.  $Y \rightarrow \varepsilon$

### Нормальная форма Грейбаха

Контекстно-свободная грамматика является грамматикой в **нормальной форме Грейбаха**, если все ее правила имеют вид:

$$\begin{aligned} A \rightarrow b\alpha & \quad A, \alpha \in V_N, \\ A \rightarrow b & \quad b \in V_T \end{aligned}$$

**Теорема подстановки:**

$$A \rightarrow \alpha B \gamma \in P, \text{ где } A, B \in V_N, \quad \alpha, \gamma \in (V_N \cup V_T)^*$$

$$\begin{aligned} B \rightarrow \beta_1 \\ B \rightarrow \beta_2 \\ \dots \dots \\ B \rightarrow \beta_n \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} A \rightarrow \alpha \beta_1 \gamma \\ A \rightarrow \alpha \beta_2 \gamma \\ \dots \dots \\ A \rightarrow \alpha \beta_n \gamma \end{cases}$$

### Алгоритм приведения контекстно-свободной грамматики к нормальной форме Грейбаха

Пусть дана G-контекстно-свободная грамматика  $G = (V_N, V_T, P, S)$  без  $\varepsilon$ -продукции.

**Шаг 0:** переименуем нетерминальные символы

$$V_N = \{A_0, A_1, \dots, A_n\}.$$

**I Этап:** Приведём все продукции к виду:

$$\begin{aligned} a) & A_i \rightarrow b\alpha \\ b) & A_i \rightarrow A_j\beta, \quad j > i \end{aligned}$$

**Шаг 1:** При  $j < i$  применяем теорему подстановки.

**Шаг 2:** При  $j = i$  исключаем левую рекурсию.

Шаги 1 и 2 начинаем применять к правилам с наименьшими номерами нетерминальных символов

**II Этап:** Все правила имеют вид:

$$a) A_i \rightarrow b\alpha$$

$$b) A_i \rightarrow A_j\beta, \quad j > i$$

Очевидно, для  $A_n$  все правила имеют вид а), применим теорему подстановки

для  $A_n$  для всех правил вида:

$$A_i \rightarrow A_n\beta.$$

В результате все правила для  $A_{n-1}$  будут иметь вид а) и т.д.

**Пример 1:**

$$G = (V_N, V_T, P, S)$$

$$V_N = \{S, A, B, C\}$$

$$V_T = \{a, b, c\}$$

$$P := \{ 1. S \rightarrow AB$$

$$2. B \rightarrow AC$$

$$3. B \rightarrow a$$

$$4. A \rightarrow SA$$

$$5. A \rightarrow b$$

$$6. C \rightarrow AB \}$$

**Шаг 0:** переименуем нетерминальные символы

$$V_N = \{A_0, A_1, A_2, A_3\}$$

**Шаг 1:**

0) итерация

$$P := \{ 1. A_0 \rightarrow A_1 A_2$$

$$2. A_2 \rightarrow A_1 A_3 \quad (1 < 2)$$

$$3. A_2 \rightarrow a$$

$$4. A_1 \rightarrow A_0 A_1 \quad (0 < 1)$$

$$5. A_1 \rightarrow b$$



$$6. A_3 \rightarrow A_1 A_2 \} (1 < 3)$$

В правилах 2, 4, 6 условие  $i < j$  не выполняется.

Применим теорему о подстановки к правилу 4.

### 1) итерация

$$P' := \{ 1. A_0 \rightarrow A_1 A_2$$

$$2. A_2 \rightarrow A_1 A_3$$

$$3. A_2 \rightarrow a$$

$$4. A_1 \rightarrow A_1 A_2 A_1$$

$$5. A_1 \rightarrow b$$

$$6. A_3 \rightarrow A_1 A_2 \}$$

### 2) итерация

Удаляем левую рекурсию

$$P'' := \{ 1. A_0 \rightarrow A_1 A_2$$

$$2. A_2 \rightarrow A_1 A_3 (1 < 2)$$

$$3. A_2 \rightarrow a$$

$$4. A_1 \rightarrow b A_4$$

$$5. A_4 \rightarrow A_2 A_1 A_4 (2 < 4)$$

$$6. A_4 \rightarrow A_2 A_1 (2 < 4)$$

$$7. A_1 \rightarrow b$$

$$8. A_3 \rightarrow A_1 A_2 \} (1 < 3)$$

В правилах 2, 5, 6, 8 условие  $i < j$  не выполняется.



Применим теорему о подстановки к правилам 2 и 8

### 3) итерация

- $$P''' := \{$$
1.  $A_0 \rightarrow A_1 A_2$
  2.  $A_2 \rightarrow b A_4 A_3$
  3.  $A_2 \rightarrow b A_3$
  4.  $A_2 \rightarrow a$
  5.  $A_1 \rightarrow b A_4$
  6.  $A_4 \rightarrow A_2 A_1 A_4$  ( $2 < 4$ )
  7.  $A_4 \rightarrow A_2 A_1$  ( $2 < 4$ )
  8.  $A_1 \rightarrow b$
  9.  $A_3 \rightarrow b A_4 A_2$
  10.  $A_3 \rightarrow b A_2$

В правилах 6,7 условие  $i < j$  не выполняется.

Применим теорему о подстановки к правилам 6 и 7.

### 4) итерация

- $$P^{IV} := \{$$
1.  $A_0 \rightarrow A_1 A_2$
  2.  $A_2 \rightarrow b A_4 A_3$
  3.  $A_2 \rightarrow b A_3$
  4.  $A_2 \rightarrow a$
  5.  $A_1 \rightarrow b A_4$
  6.  $A_4 \rightarrow b A_4 A_3 A_1 A_4$
  7.  $A_4 \rightarrow b A_3 A_1 A_4$
  8.  $A_4 \rightarrow a A_1 A_4$

$$9. A_4 \rightarrow bA_4A_3A_1$$

$$10. A_4 \rightarrow bA_3A_1$$

$$11. A_4 \rightarrow aA_1$$

$$12. A_1 \rightarrow b$$

$$13. A_3 \rightarrow bA_4A_2$$

$$14. A_3 \rightarrow bA_2\}$$

**Шаг 2:**

$$P^V := \{1. A_0 \rightarrow bA_4A_2$$

$$2. A_0 \rightarrow bA_2$$

$$3. A_2 \rightarrow bA_4A_3$$

$$4. A_2 \rightarrow bA_3$$

$$5. A_2 \rightarrow a$$

$$6. A_1 \rightarrow bA_4$$

$$7. A_4 \rightarrow bA_4A_3A_1A_4$$

$$8. A_4 \rightarrow bA_3A_1A_4$$

$$9. A_4 \rightarrow aA_1A_4$$

$$10. A_4 \rightarrow bA_4A_3A_1$$

$$11. A_4 \rightarrow bA_3A_1$$

$$12. A_4 \rightarrow aA_1$$

$$13. A_1 \rightarrow b$$

$$14. A_3 \rightarrow bA_4A_2$$

$$15. A_3 \rightarrow bA_2\}$$

**Пример 2: Приведение к нормальной форме Грейбаха**

$$V_N = \{A_0, A_1, A_2, A_3\}$$

$$P := \{1. A_0 \rightarrow A_2A_3$$

2.  $A_0 \rightarrow a$
3.  $A_2 \rightarrow A_2A_0$
4.  $A_2 \rightarrow b$
5.  $A_3 \rightarrow A_2A_0$

**Шаг 1:**

**1) итерация**

Удаляем левую рекурсию:

- $$P' := \{$$
1.  $A_0 \rightarrow A_2A_3$
  2.  $A_0 \rightarrow a$
  3.  $A_4 \rightarrow A_0A_4 \ (0 < 4)$
  4.  $A_4 \rightarrow A_0 \ (0 < 4)$
  5.  $A_2 \rightarrow bA_4$
  6.  $A_2 \rightarrow b$
  7.  $A_3 \rightarrow A_2A_0 \ (2 < 3)$

В правилах 3,4,7 условие  $i < j$  не выполняется. Применим теорему о подстановки к правилам 3 и 4

**2) итерация**

- $$P'' := \{$$
1.  $A_0 \rightarrow A_2A_3$
  2.  $A_0 \rightarrow a$
  3.  $A_4 \rightarrow A_2A_3A_4 \ (2 < 4)$
  4.  $A_4 \rightarrow aA_4$
  5.  $A_4 \rightarrow A_2A_3 \ (2 < 4)$
  6.  $A_4 \rightarrow a$
  7.  $A_2 \rightarrow bA_4$
  8.  $A_2 \rightarrow b$

$$9. A_3 \rightarrow A_2 A_0 \} (2 < 3)$$

В правилах 3,5,8 условие  $i < j$  не выполняется.

Применим теорему о подстановки к этим правилам

### 3) итерация

$$P''' := \{1. A_0 \rightarrow A_2 A_3 (2 > 0)$$

$$2. A_0 \rightarrow a$$

$$3. A_2 \rightarrow b A_4$$

$$4. A_2 \rightarrow b$$

$$5. A_3 \rightarrow b A_4 A_0$$

$$6. A_3 \rightarrow b A_0$$

$$7. A_4 \rightarrow b A_4 A_3 A_4$$

$$8. A_4 \rightarrow b A_3 A_4$$

$$9. A_4 \rightarrow b A_4 A_3$$

$$10. A_4 \rightarrow a A_4$$

$$11. A_4 \rightarrow b A_3$$

$$12. A_4 \rightarrow a \}$$

### Шаг 2:

$$P^{IV} := \{1. A_0 \rightarrow b A_4 A_3$$

$$2. A_0 \rightarrow b A_3$$

$$3. A_0 \rightarrow a$$

$$4. A_2 \rightarrow b A_4$$

$$5. A_2 \rightarrow b$$

$$6. A_3 \rightarrow b A_4 A_0$$

$$7. A_3 \rightarrow b A_0$$

$$8. A_4 \rightarrow A_2 A_3 A_4 (2 < 4)$$

$$9. A_4 \rightarrow aA_4$$

$$10. A_4 \rightarrow A_2A_3 \text{ (2}$$

$$11. A_4 \rightarrow bA_4A_3$$

$$12. A_4 \rightarrow bA_3$$

$$13. A_4 \rightarrow a\}$$



}

### Вариант 7

$G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{S, A, B, C\}$   $V_T=\{a, b\}$

$P=\{$  1.  $S \rightarrow bA$

5.  $A \rightarrow AbAb$

9.  $C \rightarrow AB$

2.  $S \rightarrow B$

6.  $B \rightarrow AC$

}

3.  $A \rightarrow a$

7.  $B \rightarrow aAa$

4.  $A \rightarrow aS$

8.  $C \rightarrow \varepsilon$

### Вариант 8

$G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{S, A, B, C\}$   $V_T=\{a, d\}$

$P=\{$  1.  $S \rightarrow dB$

4.  $A \rightarrow dS$

7.  $B \rightarrow aS$

2.  $S \rightarrow A$

5.  $A \rightarrow AdAB$

8.  $B \rightarrow \varepsilon$

3.  $A \rightarrow d$

6.  $B \rightarrow a$

9.  $C \rightarrow Aa\}$

### Вариант 9

$G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{S, A, B, C\}$   $V_T=\{a, b\}$

$P=\{$  1.  $S \rightarrow bA$

5.  $A \rightarrow AaAb$

9.  $C \rightarrow AB$

2.  $S \rightarrow BC$

6.  $B \rightarrow bS$

}

3.  $A \rightarrow a$

7.  $B \rightarrow aAa$

4.  $A \rightarrow aS$

8.  $C \rightarrow \varepsilon$

### Вариант 10

$G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{S, A, B, C\}$   $V_T=\{a, b, d\}$

$P=\{$  1.  $S \rightarrow dB$

5.  $A \rightarrow AaAb$

9.  $B \rightarrow A$

2.  $S \rightarrow AB$

6.  $A \rightarrow \varepsilon$

}

3.  $A \rightarrow d$

7.  $B \rightarrow a$

4.  $A \rightarrow dS$

8.  $B \rightarrow aS$

### Вариант 11

$G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{S, A, B, C\}$   $V_T=\{a, b\}$

$P=\{$  1.  $S \rightarrow bA$

5.  $A \rightarrow bAa$

9.  $C \rightarrow \varepsilon$

2.  $S \rightarrow AC$

6.  $B \rightarrow BbaA$

}

3.  $A \rightarrow bS$

7.  $B \rightarrow a$

4.  $A \rightarrow BC$

8.  $B \rightarrow bSa$

### Вариант 12

$G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{S, A, B, C\}$   $V_T=\{a, b\}$

$P=\{$  1.  $S \rightarrow AB$

4.  $A \rightarrow \varepsilon$

7.  $B \rightarrow AB$

2.  $A \rightarrow aC$

5.  $B \rightarrow BA$

8.  $C \rightarrow a$

3.  $A \rightarrow b$

6.  $B \rightarrow b$

9.  $C \rightarrow Ca\}$

### Вариант 13

$G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{S, A, B, C\}$   $V_T=\{a, b\}$

$P=\{$  1.  $S \rightarrow aB$

2.  $S \rightarrow BC$

3.  $A \rightarrow a$



- |                        |                       |                                |
|------------------------|-----------------------|--------------------------------|
| 4. $A \rightarrow BS$  | 6. $B \rightarrow b$  | 8. $C \rightarrow \varepsilon$ |
| 5. $A \rightarrow bAB$ | 7. $B \rightarrow BA$ | 9. $C \rightarrow BA$          |

**Вариант 14**

- $G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{S, A, B, C\}$   $V_T=\{a, b\}$
- |                           |                                |                       |
|---------------------------|--------------------------------|-----------------------|
| P={ 1. $S \rightarrow aB$ | 5. $B \rightarrow AbC$         | 9. $C \rightarrow BA$ |
| 2. $S \rightarrow A$      | 6. $B \rightarrow BS$          | }                     |
| 3. $A \rightarrow aS$     | 7. $B \rightarrow a$           |                       |
| 4. $A \rightarrow a$      | 8. $C \rightarrow \varepsilon$ |                       |

**Вариант 15**

- $G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{S, A, B, C\}$   $V_T=\{a, b\}$
- |                                |                         |                        |
|--------------------------------|-------------------------|------------------------|
| P={ 1. $S \rightarrow AC$      | 5. $A \rightarrow aS$   | 9. $C \rightarrow AbC$ |
| 2. $S \rightarrow BA$          | 6. $A \rightarrow ABab$ | }                      |
| 3. $S \rightarrow aA$          | 7. $B \rightarrow a$    |                        |
| 4. $C \rightarrow \varepsilon$ | 8. $B \rightarrow bS$   |                        |

**Вариант 16**

- $G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{S, A, B\}$   $V_T=\{a, b\}$
- |                           |                          |                                |
|---------------------------|--------------------------|--------------------------------|
| P={ 1. $S \rightarrow AB$ | 5. $A \rightarrow b$     | 9. $A \rightarrow \varepsilon$ |
| 2. $A \rightarrow Sab$    | 6. $B \rightarrow BA$    | }                              |
| 3. $A \rightarrow BS$     | 7. $B \rightarrow ababB$ |                                |
| 4. $A \rightarrow aA$     | 8. $B \rightarrow b$     |                                |

**Вариант 17**

- $G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{S, A, B, C\}$   $V_T=\{a, b\}$
- |                           |                                |                       |
|---------------------------|--------------------------------|-----------------------|
| P={ 1. $S \rightarrow aA$ | 5. $B \rightarrow b$           | 9. $B \rightarrow aB$ |
| 2. $S \rightarrow AC$     | 6. $B \rightarrow bA$          | }                     |
| 3. $A \rightarrow a$      | 7. $C \rightarrow \varepsilon$ |                       |
| 4. $A \rightarrow ASC$    | 8. $C \rightarrow BA$          |                       |

**Вариант 18**

- $G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{S, A, B, C\}$   $V_T=\{a, b\}$
- |                           |                                |                       |
|---------------------------|--------------------------------|-----------------------|
| P={ 1. $S \rightarrow CB$ | 5. $A \rightarrow bAB$         | 9. $C \rightarrow AB$ |
| 2. $S \rightarrow bA$     | 6. $A \rightarrow \varepsilon$ | }                     |
| 3. $A \rightarrow b$      | 7. $B \rightarrow a$           |                       |
| 4. $A \rightarrow AS$     | 8. $B \rightarrow bS$          |                       |

**Вариант 19**

- $G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{S, A, B, C\}$   $V_T=\{a, d\}$
- |                           |                         |                                |
|---------------------------|-------------------------|--------------------------------|
| P={ 1. $S \rightarrow dB$ | 5. $A \rightarrow AdCB$ | 9. $C \rightarrow \varepsilon$ |
| 2. $S \rightarrow CB$     | 6. $B \rightarrow aC$   | }                              |
| 3. $A \rightarrow d$      | 7. $B \rightarrow bA$   |                                |
| 4. $A \rightarrow dS$     | 8. $B \rightarrow AC$   |                                |

**Вариант 20**

- $G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{S, A, B, C\}$   $V_T=\{a, b\}$

P={ 1. $S \rightarrow AB$	4. $A \rightarrow CBA$	7. $B \rightarrow bS$
2. $A \rightarrow B$	5. $A \rightarrow b$	8. $B \rightarrow \varepsilon$
3. $A \rightarrow Sa$	6. $C \rightarrow b$	9. $C \rightarrow Ca$ }

**Вариант 21**

$G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{S, A, B, C\}$   $V_T=\{a, b, d\}$

P={ 1. $S \rightarrow AC$	4. $A \rightarrow BdB$	7. $B \rightarrow BC$
2. $A \rightarrow d$	5. $B \rightarrow a$	8. $C \rightarrow bC$
3. $A \rightarrow dS$	6. $B \rightarrow aA$	9. $C \rightarrow \varepsilon$ }

**Вариант 22**

$G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{S, A, B, C\}$   $V_T=\{a, b\}$

P={ 1. $S \rightarrow aB$	5. $A \rightarrow BC$	9. $C \rightarrow BA$
2. $S \rightarrow AC$	6. $B \rightarrow b$	}
3. $A \rightarrow a$	7. $B \rightarrow aA$	
4. $A \rightarrow ACS$	8. $C \rightarrow \varepsilon$	

**Вариант 23**

$G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{S, A, B, C\}$   $V_T=\{a, b\}$

P={ 1. $S \rightarrow AC$	5. $A \rightarrow CaCb$	8. $B \rightarrow aAa$
3. $A \rightarrow a$	6. $B \rightarrow AC$	9. $C \rightarrow CB$
4. $A \rightarrow aS$	7. $C \rightarrow b$	}

**Вариант 24**

$G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{S, A, B, C\}$   $V_T=\{a, d\}$

P={ 1. $S \rightarrow CB$	4. $A \rightarrow AB$	7. $B \rightarrow AC$
2. $A \rightarrow d$	5. $B \rightarrow a$	8. $B \rightarrow \varepsilon$
3. $A \rightarrow dS$	6. $B \rightarrow dA$	9. $C \rightarrow Aa$ }

**Вариант 25**

$G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{S, A, B, C\}$   $V_T=\{a, b\}$

P={ 1. $S \rightarrow bA$	5. $A \rightarrow CaCa$	9. $C \rightarrow AB$
2. $S \rightarrow BC$	6. $B \rightarrow bS$	}
3. $A \rightarrow a$	7. $B \rightarrow CAa$	
4. $A \rightarrow AS$	8. $C \rightarrow \varepsilon$	

**Вариант 26**

$G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{S, A, B\}$   $V_T=\{a, b, d\}$

P={ 1. $S \rightarrow aBA$	5. $A \rightarrow AbBA$	9. $B \rightarrow AA$
2. $S \rightarrow AB$	6. $A \rightarrow \varepsilon$	}
3. $A \rightarrow d$	7. $B \rightarrow a$	
4. $A \rightarrow dS$	8. $B \rightarrow SA$	

**Вариант 27**

$G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{S, A, B, C\}$   $V_T=\{a, b\}$

P={ 1. $S \rightarrow bA$	5. $A \rightarrow AbC$	9. $C \rightarrow \varepsilon$
2. $S \rightarrow AC$	6. $B \rightarrow BbaC$	}
3. $A \rightarrow bS$	7. $B \rightarrow a$	
4. $A \rightarrow BC$	8. $B \rightarrow bSa$	

**Вариант 28**

$G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{ S, A, B, D \}$   $V_T=\{ a, b \}$

P={ 1. $S \rightarrow BAB$	5. $D \rightarrow BA$	9. $D \rightarrow a$
2. $A \rightarrow aD$	6. $B \rightarrow b$	}
3. $A \rightarrow bB$	7. $B \rightarrow AaD$	
4. $B \rightarrow \varepsilon$	8. $D \rightarrow Da$	

**Вариант 29**

$G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{ S, A, B, D \}$   $V_T=\{ a, b \}$

P={ 1. $S \rightarrow aB$	5. $A \rightarrow ADB$	9. $D \rightarrow BA$
2. $S \rightarrow DA$	6. $B \rightarrow b$	}
3. $A \rightarrow a$	7. $B \rightarrow ASB$	
4. $A \rightarrow BD$	8. $D \rightarrow \varepsilon$	

**Вариант 30**

$G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{ S, A, B \}$   $V_T=\{ a, b \}$

P={ 1. $S \rightarrow aB$	5. $A \rightarrow a$	9. $B \rightarrow \varepsilon$
2. $S \rightarrow A$	6. $B \rightarrow BAbB$	}
3. $A \rightarrow BAb$	7. $B \rightarrow BS$	
4. $A \rightarrow aS$	8. $B \rightarrow a$	

**Вариант 31**

$G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{ S, A, B \}$   $V_T=\{ a, b \}$

P={ 1. $S \rightarrow BA$	5. $A \rightarrow \varepsilon$	8. $B \rightarrow a$
3. $S \rightarrow B$	6. $A \rightarrow aS$	9. $B \rightarrow BSA$
4. $S \rightarrow aA$	7. $A \rightarrow BAb$	}

**Вариант 32**

$G=(V_N, V_T, P, S)$   $V_N=\{ S, A, B \}$   $V_T=\{ a, b \}$

P={ 1. $S \rightarrow AB$	5. $A \rightarrow b$	9. $B \rightarrow \varepsilon$
2. $A \rightarrow SBab$	6. $B \rightarrow BA$	}
3. $A \rightarrow BS$	7. $B \rightarrow aBb$	
4. $A \rightarrow aA$	8. $B \rightarrow b$	