

Лабораторная работа № 3
Тема: Нормальная форма Хомского

Цель работы

Ознакомление с алгоритмами упрощения контекстно-свободной грамматики, удаления цепных правил, удаления ε -продукции и с алгоритмом приведения к нормальной форме Хомского и его реализация на ЭВМ.

Краткая теория

Контекстно-свободные языки – это тип 2 в классификации Хомского $G = (V_N, V_T, P, S)$.

Грамматика G является контекстно-свободной, если все правила имеют следующую форму:

$$P = \{ A \rightarrow \alpha, A \in V_N, \alpha \in (V_N \cup V_T)^* \quad A \rightarrow \varepsilon \}$$

Контекстно-свободные грамматики G_1 и G_2 называются *эквивалентными*, если их языки совпадают, то есть $L(G_1) = L(G_2)$

Символ x , который принадлежит нетерминальному или терминальному алфавиту $x \in V_N \cup V_T$ называется *недостижимым (недопустимым)*, если не существует ни одного вывода из аксиомы

$$S \Rightarrow^* \alpha x \beta, \alpha, \beta \in (V_N \cup V_T)^*$$

Нетерминальный символ $x \in V_N$ называется *непродуктивным*, если $\nexists \alpha \Rightarrow^* \alpha, \alpha \in V_T^*$.

Универсальный алгоритм упрощения грамматики

- I. Алгоритм построения множества недостижимых символов
- II. Алгоритм построения множества непродуктивных символов
- III. Алгоритм упрощения контекстно-свободной грамматики

I. Алгоритм построения множества недостижимых символов

Достижимые символы $ACCESS(G)$

$$ACCESS(G) = \{x | \exists S \Rightarrow^* \alpha x \beta\}$$

Недостижимые символы $INACCESS(G)$

$$INACCESS(G) = (V_N \cup V_T) \setminus ACCESS(G)$$

Шаг 1: $ACCESS(G) = \{S\}$

Шаг 2: $A \rightarrow x_1 x_2 \dots x_n$, при котором $A \in ACCESS(G)$, то

$$ACCESS(G) := ACCESS(G) \cup \{x_1 x_2 \dots x_n\}$$

Шаг 3: Повторяем шаг 2 до тех пор, пока в множестве $ACCESS$ появляются новые символы

Шаг 4: $INACCESS(G) = (V_N \cup V_T) \setminus ACCESS(G)$

Шаг 5: STOP

II. Алгоритм построения множества непродуктивных символов

$$PROD(G) = \{A | A \in V_N, A \Rightarrow^* u, u \in V_T^*\}$$

$$NEPROD(G) = V_N \setminus PROD(G)$$

Шаг 0: $PROD(G) = \emptyset$

Шаг 1: $PROD(G) = PROD(G) \cup \{A\}, \forall A \rightarrow u, u \in V_T^*$

Шаг 2: $A \rightarrow \alpha \in P, \alpha \in (V_T \cup PROD(G))$

$$PROD(G) := PROD(G) \cup \{A\}$$

Шаг 3: Повторяем шаг 2 до тех пор, пока появляются новые символы в множестве продуктивных символов

Шаг 4: $NEPROD(G) = V_N \setminus PROD(G)$

Шаг 5: STOP

III. Алгоритм упрощения контекстно-свободной грамматики

Шаг 1: $V'_N := ACCESS(G) \cap PROD(G)$

Шаг 2: $V'_T := V_T \cap ACCESS(G)$

Шаг 3: $P' = \emptyset$

Шаг 4: $\forall A \rightarrow x_1 x_2 \dots x_n \in P$, если $A \in V'_N \& x_1 x_2 \dots x_n \in V'_N \cup V'_T$

$$P' := P' \cup \{A \rightarrow x_1 x_2 \dots x_n\}$$

Шаг 5: $G' = (V'_N, V'_T, P', S)$

Шаг 6: STOP

Удаления цепных правил

Назовем *цепным правилом* (правилом переименования) правила вывода:

$$A \rightarrow B$$

$$B \rightarrow C$$

$$C \rightarrow D$$

$$D \rightarrow S,$$

то есть $S \Rightarrow^* \alpha A \beta \Rightarrow \alpha B \beta \Rightarrow \alpha C \beta \Rightarrow \alpha D \beta \Rightarrow \alpha S \beta$

$$A \Rightarrow^* S$$

$$S \Rightarrow^* \alpha A \beta \Rightarrow^* \alpha S \beta$$

Можно показать, что для каждой грамматики можно найти эквивалентную, для которой не существует цепных правил.

Обозначим через R_A множество нетерминальных символов B , которые выводят A :

$$R_A = \{B \mid B \in V_N, A \in V_N, B \Rightarrow^* A\}.$$

Пусть $A \in R_A$ для $\forall A \Rightarrow^* A, A \in V_N$.

Алгоритм построения R_A

Дано: $G = (V_N, V_T, P, S)$

Шаг 1: $R_A = \{A\}, \forall A \in V_N$

Шаг 2: Для всех цепных правил вида $C \rightarrow D$ строим $R_D = R_D \cup R_C$

Шаг 3: Повторяем шаг 2 до тех пор пока появляются изменения множества R_A на шаге 2

Шаг 4: STOP

Алгоритм удаления цепных правил

Дано: $G = (V_N, V_T, P, S)$

Шаг 1: Строим R_A для $\forall A \in V_N$

Шаг 2: $P' := P \setminus \{A \rightarrow B \in P\}$

Шаг 3: $\forall A \rightarrow \alpha \in P' \& B \in R_A, B \neq A$

$$P' := P' \cup \{B \rightarrow \alpha\}$$

Пример 1: удалить цепные правила (правила переименования)

$P := \{1, 2 E \rightarrow E+T \mid T$

$3, 4 T \rightarrow T * F \mid F$

$5, 6 F \rightarrow a \mid (E)\}$

I. Строим множество R_A :

Шаг 1. $R_E = \{E\}, R_T = \{T\}, R_F = \{F\}$

Шаг 2. $2. E \rightarrow T \quad R_T = R_T \cup R_E = \{T\} \cup \{E\} = \{E, T\}$

$4. T \rightarrow F \quad R_F = R_F \cup R_T = \{F\} \cup \{E, T\} = \{E, F, T\}$

Шаг 3. Повторяем шаг 2:

$2. E \rightarrow T \quad R_T = R_T \cup R_E = \{T\} \cup \{E\} = \{E, T\}$

$4. T \rightarrow F \quad R_F = R_F \cup R_T = \{F\} \cup \{E, T\} = \{E, F, T\}$

Так как не было произведено никаких изменений в множествах R_T и R_F , то переходим к шагу 4.

Шаг 4. STOP

II. Удаляем цепные правила:

Шаг 2. $P' := \{1. E \rightarrow E+T$

$$2. T \rightarrow T * F$$

$$3. F \rightarrow a$$

$$4. F \rightarrow (E)\}$$

Шаг 3. $P' := \{1. E \rightarrow E + T, \text{ так как } R_E = \{E\}$

$$2. T \rightarrow T * F$$

$$3. E \rightarrow T * F, \text{ так как } R_T = \{E, T\}$$

$$4. F \rightarrow a$$

$$5. E \rightarrow a$$

$$6. T \rightarrow a, \text{ так как } R_F = \{E, F, T\}$$

$$7. F \rightarrow (E)$$

$$8. E \rightarrow (E)$$

$$9. T \rightarrow (E)\}$$

Проверка:

G:

$$E \Rightarrow^1 E + T \Rightarrow^2 T + T \Rightarrow^4 F + T \Rightarrow^5 a + T \Rightarrow^4 a + F \Rightarrow^5 a + a$$

G':

$$E \Rightarrow^1 E + T \Rightarrow^5 a + T \Rightarrow^6 a + a$$

$$L(G) = L(G')$$

Исключение ϵ -продукции

$$A \rightarrow \epsilon$$

$$L(G) = \{x \mid x \in V_T^*, S \Rightarrow^* x\}$$

Алгоритм построения $N_\epsilon(G)$

Шаг 1: $N_\epsilon(G) = \emptyset$

Шаг 2: $\forall A \rightarrow \epsilon \in P$

$$N_\epsilon(G) := N_\epsilon(G) \cup \{A\}$$

Шаг 3: $N_\epsilon' = N_\epsilon(G)$

Шаг 4: $\forall B \rightarrow \alpha \in P, \alpha \in N_\epsilon'$

$$N_\epsilon(G) := N_\epsilon(G) \cup \{B\}$$

Шаг 5: если $N_\epsilon' \neq N_\epsilon$, то выполняем шаг 3

(возможно, что $N_\epsilon \subseteq V_N$)

Шаг 6: STOP

Алгоритм исключения ϵ -продукции

Дана контекстно-свободная грамматика и нужно построить эквивалентную ей контекстно-свободную грамматику, которая не содержит ϵ -продукцию или содержит единственную ϵ -продукцию, используемую только для вывода пустой цепочки.

Дано: $G = (V_N, V_T, P, S)$

Получим: $G' = (V_N', V_T, P', S')$

Шаг 1: строим $N_\epsilon(G)$

Шаг 2: $P' := P \setminus A \rightarrow \epsilon \in P$

Шаг 3: Для всех правил из P' вида $A \rightarrow \alpha_1 A_1 \alpha_2 A_2 \alpha_3 \dots \alpha_n A_n \alpha_{n+1}$, где

$$A_i \in N_\epsilon(G),$$

$$\alpha_i \in (V_T \cup (V_N \setminus N_\epsilon))^*, \text{ тогда}$$

$$P' := \{A \rightarrow \alpha_1 x_1 \alpha_2 x_2 \alpha_3 \dots \alpha_n x_n \alpha_{n+1}\}$$

$$x_i = \begin{cases} A_i \\ \epsilon \end{cases}$$

Строим правила для всех возможных комбинаций x_i кроме $A \rightarrow \epsilon$

Шаг 4: если $S \in N_\epsilon(G)$, то вводится аксиома S' и в

$$P' \text{ добавляются следующие правила: } S' \rightarrow S \text{ и } S' \rightarrow \epsilon,$$

то есть $P' := P' \cup \{S' \rightarrow S, S' \rightarrow \epsilon\}$

Контекстно-свободная грамматика называется грамматикой нормальной формы Хомского, если все ее правила имеют форму:

а) $A \rightarrow BC$, $A, B, C \in V_N$

б) $A \rightarrow b$, $b \in V_T$.

Нормальная форма Хомского:

1. Это форма, к которой можно привести все контекстно-свободные грамматики

2. Эта форма может быть использована для демонстрации важного свойства, такого что для любой нормальной формы можно построить синтаксический анализатор.

Для каждой контекстно - свободной грамматики G , без ϵ -правил, без цепных правил можно построить контекстно-свободную грамматику G в нормальной форме Хомского.

Все правила грамматики G , соответствующие вышеописанным требованиям, имеют следующую структуру:

$$P: \begin{array}{l} a) x_0 \rightarrow x_1 x_2 \dots x_n, n \geq 2 \\ b) x_0 \rightarrow x_1, x_1 \in V_T \end{array}$$

Приведение грамматики к нормальной форме Хомского

I этап. Для всех правил типа а), которые содержат в правой части терминальные символ, выполняем следующие преобразования. Пусть $x_i \in V_T$, тогда в этом случае правило а) заменяется на следующие два правила:

$$\begin{array}{l} x_0 \rightarrow x_1 x_2 \dots Y_i \dots x_n \\ Y_i \rightarrow x_i, \quad Y_i \in V_N \end{array}$$

Пример:

$$A \rightarrow BaDC \quad \left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow BYDC \\ Y \rightarrow a \end{array} \right.$$

Повторяем эту процедуру для каждого терминального символа для всех правил а)

Пример:

$$B \rightarrow CabDA \quad \left\{ \begin{array}{l} B \rightarrow CY_1Y_2DA \\ Y_1 \rightarrow a \\ Y_2 \rightarrow b \end{array} \right.$$

Приходим к виду:

$$\begin{array}{l} a) x_0 \rightarrow Y_1 Y_2 \dots Y_n, \quad Y_i \in V_N \\ b) x_0 \rightarrow x_i, \quad x_i \in V_T \end{array}$$

II этап. Все правила типа а) заменяем следующим образом:

$$X_0 \rightarrow Y_1 Z_1$$

$$Z_1 \rightarrow Y_2 Z_2$$

$$Z_2 \rightarrow Y_3 Z_3$$

....

$$Z_{n-3} \rightarrow Y_{n-2} Z_{n-2}$$

$$Z_{n-2} \rightarrow Y_{n-1} Z_n ,$$

где Z_1, \dots, Z_{n-2} - новые нетерминальные символы

Пример: привести к нормальной форме Хомского

$$G = (V_N, V_T, P, S)$$

$$V_N = \{S, C, A, B\}, V_T = \{a, b\}$$

$$P := \{ 1. S \rightarrow bAA$$

$$2. S \rightarrow B$$

$$3. S \rightarrow CB$$

$$4. A \rightarrow ab$$

$$5. A \rightarrow aS$$

$$6. A \rightarrow AAbB$$

$$7. B \rightarrow AC$$

$$8. B \rightarrow bSa$$

$$9. B \rightarrow ba$$

$$10. C \rightarrow \mathcal{E} \}$$

1. Исключение \mathcal{E} -продукции

$$N_{\mathcal{E}} = \{C\} \text{ по правилу}$$

$$10. C \rightarrow \mathcal{E}$$

$$P' := \{ 1. S \rightarrow bAA$$

$$2. S \rightarrow B$$

$$3. S \rightarrow CB$$

4. $A \rightarrow ab$
5. $A \rightarrow aS$
6. $A \rightarrow AAbB$
7. $B \rightarrow AC$
8. $B \rightarrow A$
9. $B \rightarrow bSa$
10. $B \rightarrow ba\}$

2. Упрощение грамматики (удаление недостижимых и непродуктивных символов)

2.1 $ACCESS = \{S, A, B, C, a, b\}$

$INACCESS = \emptyset$

2.2 $PROD = \{A, B, S\}$

$NEPROD = \{C\}$

2.3 $G' = (V_N', V_T', P, S)$

$V_N' = \{S, A, B\}, V_T' = \{a, b\}$

$P' := \{1. S \rightarrow bAA$

2. $S \rightarrow B$

3. $A \rightarrow ab$

4. $A \rightarrow aS$

5. $A \rightarrow AAbB$

6. $B \rightarrow A$

7. $B \rightarrow bSa$

8. $B \rightarrow ba\}$

3. Удаление цепных правил

3.1 $R_S = \{S\} \quad R_A = \{A\} \quad R_B = \{B\}$

3.2 2. $S \rightarrow B \quad R_B = R_B \cup R_S = \{S, B\}$

6. $B \rightarrow A \quad R_A = R_A \cup R_B = \{S, A, B\}$

(при повторении этого шага в множествах R_B и R_A не происходит, поэтому переходим к шагу 3.3)

3.3 $P'' := \{1. S \rightarrow bAA$

2. $S \rightarrow ab$

3. $A \rightarrow ab$

4. $B \rightarrow ab$

5. $S \rightarrow aS$

6. $A \rightarrow aS$

7. $B \rightarrow aS$

8. $S \rightarrow AAbB$

9. $A \rightarrow AAbB$

10. $B \rightarrow AAbB$

11. $S \rightarrow bSa$

12. $B \rightarrow bSa$

13. $S \rightarrow ba$

14. $B \rightarrow ba \}$

4. Приведение грамматики к нормальной форме Хомского

4.1 $P''' := \{1. S \rightarrow Y_1AA$

2. $Y_1 \rightarrow b$

3. $S \rightarrow Y_2 Y_1$

4. $Y_2 \rightarrow a$

5. $A \rightarrow Y_2 Y_1$

6. $B \rightarrow Y_2 Y_1$

7. $S \rightarrow Y_2S$

8. $A \rightarrow Y_2S$

9. $B \rightarrow Y_2S$

10. $S \rightarrow AA Y_1B$

11. $A \rightarrow AA Y_1B$

12. $B \rightarrow AA Y_1B$

13. $S \rightarrow Y_1SY_2$

$$14. B \rightarrow Y_1 S Y_2$$

$$15. S \rightarrow Y_1 Y_2$$

$$16. B \rightarrow Y_1 Y_2\}$$

$$4.2 P^{IV} := \{1. S \rightarrow Y_1 Z_1$$

$$2. Z_1 \rightarrow AA$$

$$3. Y_1 \rightarrow b$$

$$4. S \rightarrow Y_2 Y_1$$

$$5. Y_2 \rightarrow a$$

$$6. A \rightarrow Y_2 Y_1$$

$$7. B \rightarrow Y_2 Y_1$$

$$8. S \rightarrow Y_2 S$$

$$9. A \rightarrow Y_2 S$$

$$10. B \rightarrow Y_2 S$$

$$11. S \rightarrow Z_1 Z_2$$

$$12. Z_2 \rightarrow Y_1 B$$

$$13. A \rightarrow Z_1 Z_2$$

$$14. B \rightarrow Z_1 Z_2$$

$$15. S \rightarrow Y_1 Z_3$$

$$16. Z_3 \rightarrow S Y_2$$

$$17. B \rightarrow Y_1 Z_3$$

$$18. S \rightarrow Y_1 Z_3$$

$$19. B \rightarrow Y_1 Y_2\}$$

Задание:

1. Удаление ϵ продукций.
2. Удаление недостижимых символов.
3. Удаление непродуктивных символов.
4. Удаление переименований.
5. Приведение к нормальной форме Хомского.

Вариант 1

$G=(V_N, V_T, P, S)$ $V_N=\{S, A, B, C, D, E\}$ $V_T=\{a, b\}$

- | | | | |
|--------|------------------------|-----------------------|-----------------------------|
| $P=\{$ | 1. $S \rightarrow aB$ | 5. $A \rightarrow BC$ | 9. $C \rightarrow \epsilon$ |
| | 2. $S \rightarrow AC$ | 6. $A \rightarrow aD$ | 10. $C \rightarrow BA$ |
| | 3. $A \rightarrow a$ | 7. $B \rightarrow b$ | 11. $E \rightarrow aB$ |
| | 4. $A \rightarrow ASC$ | 8. $B \rightarrow bS$ | 12. $D \rightarrow abC\}$ |

Вариант 2

$G=(V_N, V_T, P, S)$ $V_N=\{S, A, B, C, D\}$ $V_T=\{a, b\}$

- | | | | |
|--------|-----------------------|-----------------------------|--------------------------|
| $P=\{$ | 1. $S \rightarrow aB$ | 5. $A \rightarrow aD$ | 9. $B \rightarrow b$ |
| | 2. $S \rightarrow bA$ | 6. $A \rightarrow AS$ | 10. $B \rightarrow bS$ |
| | 3. $A \rightarrow B$ | 7. $A \rightarrow bAAB$ | 11. $C \rightarrow AB$ |
| | 4. $A \rightarrow b$ | 8. $A \rightarrow \epsilon$ | 12. $D \rightarrow BB\}$ |

Вариант 3

$G=(V_N, V_T, P, S)$ $V_N=\{S, A, B, C, E\}$ $V_T=\{a, d\}$

- | | | | |
|--------|-----------------------|--------------------------|-----------------------------|
| $P=\{$ | 1. $S \rightarrow dB$ | 5. $A \rightarrow aAdAB$ | 9. $C \rightarrow \epsilon$ |
| | 2. $S \rightarrow A$ | 6. $B \rightarrow aC$ | 10. $E \rightarrow AS\}$ |
| | 3. $A \rightarrow d$ | 7. $B \rightarrow aS$ | |
| | 4. $A \rightarrow dS$ | 8. $B \rightarrow AC$ | |

Вариант 4

$G=(V_N, V_T, P, S)$ $V_N=\{S, A, B, C, D\}$ $V_T=\{a, b\}$

- | | | | |
|--------|-----------------------|-------------------------|------------------------------|
| $P=\{$ | 1. $S \rightarrow aB$ | 6. $A \rightarrow bBAB$ | 11. $B \rightarrow \epsilon$ |
| | 2. $S \rightarrow bA$ | 7. $A \rightarrow b$ | 12. $D \rightarrow AA$ |
| | 3. $S \rightarrow A$ | 8. $B \rightarrow b$ | 13. $C \rightarrow Ba\}$ |
| | 4. $A \rightarrow B$ | 9. $B \rightarrow bS$ | |
| | 5. $A \rightarrow AS$ | 10. $B \rightarrow aD$ | |

Вариант 5

$G=(V_N, V_T, P, S)$ $V_N=\{S, A, B, C, D\}$ $V_T=\{a, b, d\}$

- | | | | |
|--------|-----------------------|-------------------------|--------------------------------|
| $P=\{$ | 1. $S \rightarrow dB$ | 5. $A \rightarrow aBdB$ | 9. $D \rightarrow AB$ |
| | 2. $S \rightarrow A$ | 6. $B \rightarrow a$ | 10. $C \rightarrow bC$ |
| | 3. $A \rightarrow d$ | 7. $B \rightarrow aS$ | 11. $C \rightarrow \epsilon\}$ |
| | 4. $A \rightarrow dS$ | 8. $B \rightarrow AC$ | |

Вариант 6

$G=(V_N, V_T, P, S)$ $V_N=\{S, A, B, C, E\}$ $V_T=\{a, b\}$

- | | | | |
|--------|------------------------|-----------------------------|--------------------------|
| $P=\{$ | 1. $S \rightarrow aB$ | 5. $A \rightarrow BC$ | 9. $C \rightarrow BA$ |
| | 2. $S \rightarrow AC$ | 6. $B \rightarrow b$ | 10. $E \rightarrow bB\}$ |
| | 3. $A \rightarrow a$ | 7. $B \rightarrow bS$ | |
| | 4. $A \rightarrow ASC$ | 8. $C \rightarrow \epsilon$ | |

Вариант 7 $G=(V_N, V_T, P, S) V_N=\{S, A, B, C, E\} V_T=\{a, b\}$ P={ 1. $S \rightarrow bA$ 5. $A \rightarrow bAaAb$ 9. $C \rightarrow \varepsilon$ 2. $S \rightarrow B$ 6. $B \rightarrow AC$ 10. $C \rightarrow AB$ 3. $A \rightarrow a$ 7. $B \rightarrow bS$ 11. $E \rightarrow BA$ 4. $A \rightarrow aS$ 8. $B \rightarrow aAa$ **Вариант 8** $G=(V_N, V_T, P, S) V_N=\{S, A, B, C\} V_T=\{a, d\}$ P={ 1. $S \rightarrow dB$ 5. $A \rightarrow aAdAB$ 9. $B \rightarrow \varepsilon$ 2. $S \rightarrow A$ 6. $B \rightarrow a$ 10. $C \rightarrow Aa$ 3. $A \rightarrow d$ 7. $B \rightarrow aS$ 4. $A \rightarrow dS$ 8. $B \rightarrow A$ **Вариант 9** $G=(V_N, V_T, P, S) V_N=\{S, A, B, C, D\} V_T=\{a, b\}$ P={ 1. $S \rightarrow bA$ 5. $A \rightarrow bAaAb$ 9. $C \rightarrow \varepsilon$ 2. $S \rightarrow BC$ 6. $B \rightarrow A$ 10. $C \rightarrow AB$ 3. $A \rightarrow a$ 7. $B \rightarrow bS$ 11. $D \rightarrow AB$ 4. $A \rightarrow aS$ 8. $B \rightarrow aAa$ **Вариант 10** $G=(V_N, V_T, P, S) V_N=\{S, A, B, D\} V_T=\{a, b, d\}$ P={ 1. $S \rightarrow dB$ 5. $A \rightarrow aAaAb$ 9. $B \rightarrow A$ 2. $S \rightarrow AB$ 6. $A \rightarrow \varepsilon$ 10. $D \rightarrow Aba$ 3. $A \rightarrow d$ 7. $B \rightarrow a$ 4. $A \rightarrow dS$ 8. $B \rightarrow aS$ **Вариант 11** $G=(V_N, V_T, P, S) V_N=\{S, A, B, C, D\} V_T=\{a, b\}$ P={ 1. $S \rightarrow bA$ 5. $A \rightarrow AbAa$ 9. $C \rightarrow \varepsilon$ 2. $S \rightarrow AC$ 6. $B \rightarrow BbaA$ 10. $D \rightarrow AB$ 3. $A \rightarrow bS$ 7. $B \rightarrow a$ 4. $A \rightarrow BC$ 8. $B \rightarrow bSa$ **Вариант 12** $G=(V_N, V_T, P, S) V_N=\{S, A, B, C, D, X\} V_T=\{a, b\}$ P={ 1. $S \rightarrow A$ 5. $X \rightarrow BX$ 9. $D \rightarrow a$ 2. $A \rightarrow aX$ 6. $X \rightarrow b$ 10. $C \rightarrow Ca$ 3. $A \rightarrow bX$ 7. $B \rightarrow AD$ 4. $X \rightarrow \varepsilon$ 8. $D \rightarrow aD$ **Вариант 13** $G=(V_N, V_T, P, S) V_N=\{S, A, B, C, D\} V_T=\{a, b\}$ P={ 1. $S \rightarrow aB$ 5. $A \rightarrow bDAB$ 9. $D \rightarrow BA$ 2. $S \rightarrow DA$ 6. $B \rightarrow b$ 10. $C \rightarrow BA$ 3. $A \rightarrow a$ 7. $B \rightarrow BA$ 4. $A \rightarrow BD$ 8. $D \rightarrow \varepsilon$

Вариант 14 $G=(V_N, V_T, P, S) V_N=\{S, A, B, C, D\} V_T=\{a, b\}$ P={ 1. $S \rightarrow aB$ 5. $A \rightarrow a$ 9. $B \rightarrow \varepsilon$ 2. $S \rightarrow A$ 6. $B \rightarrow AbB$ 10. $C \rightarrow BA$ 3. $A \rightarrow bAa$ 7. $B \rightarrow BS$ 11. $D \rightarrow a$ }4. $A \rightarrow aS$ 8. $B \rightarrow a$ **Вариант 15** $G=(V_N, V_T, P, S) V_N=\{S, A, B, C, D\} V_T=\{a, b\}$ P={ 1. $S \rightarrow AC$ 5. $A \rightarrow \varepsilon$ 9. $B \rightarrow bS$ 2. $S \rightarrow bA$ 6. $A \rightarrow aS$ 10. $C \rightarrow abC$ 3. $S \rightarrow B$ 7. $A \rightarrow ABab$ 11. $D \rightarrow AB$ }4. $S \rightarrow aA$ 8. $B \rightarrow a$ **Вариант 16** $G=(V_N, V_T, P, S) V_N=\{S, A, B, C, D\} V_T=\{a, b\}$ P={ 1. $S \rightarrow abAB$ 5. $A \rightarrow b$ 9. $B \rightarrow \varepsilon$ 2. $A \rightarrow aSab$ 6. $B \rightarrow BA$ 10. $C \rightarrow AS$ }3. $A \rightarrow BS$ 7. $B \rightarrow ababB$ 4. $A \rightarrow aA$ 8. $B \rightarrow b$ **Вариант 17** $G=(V_N, V_T, P, S) V_N=\{S, A, B, C, D, E\} V_T=\{a, b\}$ P={ 1. $S \rightarrow aA$ 5. $A \rightarrow BC$ 9. $C \rightarrow \varepsilon$ 2. $S \rightarrow AC$ 6. $A \rightarrow aD$ 10. $C \rightarrow BA$ 3. $A \rightarrow a$ 7. $B \rightarrow b$ 11. $E \rightarrow aB$ 4. $A \rightarrow ASC$ 8. $B \rightarrow bA$ 12. $D \rightarrow abC$ }**Вариант 18** $G=(V_N, V_T, P, S) V_N=\{S, A, B, C, D\} V_T=\{a, b\}$ P={ 1. $S \rightarrow aB$ 5. $A \rightarrow aD$ 9. $B \rightarrow a$ 2. $S \rightarrow bA$ 6. $A \rightarrow AS$ 10. $B \rightarrow bS$ 3. $S \rightarrow B$ 7. $A \rightarrow bAB$ 11. $C \rightarrow AB$ 4. $A \rightarrow b$ 8. $A \rightarrow \varepsilon$ 12. $D \rightarrow BB$ }**Вариант 19** $G=(V_N, V_T, P, S) V_N=\{S, A, B, C, E\} V_T=\{a, d\}$ P={ 1. $S \rightarrow dB$ 5. $A \rightarrow aAdCB$ 9. $C \rightarrow \varepsilon$ 2. $S \rightarrow B$ 6. $B \rightarrow aC$ 10. $E \rightarrow AS$ }3. $A \rightarrow d$ 7. $B \rightarrow bA$ 4. $A \rightarrow dS$ 8. $B \rightarrow AC$ **Вариант 20** $G=(V_N, V_T, P, S) V_N=\{S, A, B, C, D\} V_T=\{a, b\}$ P={ 1. $S \rightarrow aB$ 6. $A \rightarrow bBA$ 11. $B \rightarrow \varepsilon$ 2. $S \rightarrow bA$ 7. $A \rightarrow b$ 12. $D \rightarrow AA$ 3. $S \rightarrow A$ 8. $B \rightarrow b$ 13. $C \rightarrow Ba$ }4. $A \rightarrow B$ 9. $B \rightarrow bS$ 5. $A \rightarrow Sa$ 10. $B \rightarrow aD$

Вариант 21 $G=(V_N, V_T, P, S)$ $V_N=\{S, A, B, C, D\}$ $V_T=\{a, b, d\}$ P={ 1. $S \rightarrow dB$ 5. $A \rightarrow aBdB$ 9. $D \rightarrow ab$ 2. $S \rightarrow AC$ 6. $B \rightarrow a$ 10. $C \rightarrow bC$ 3. $A \rightarrow d$ 7. $B \rightarrow aA$ 11. $C \rightarrow \varepsilon$ }4. $A \rightarrow dS$ 8. $B \rightarrow AC$ **Вариант 22** $G=(V_N, V_T, P, S)$ $V_N=\{S, A, B, C, E\}$ $V_T=\{a, b\}$ P={ 1. $S \rightarrow aB$ 5. $A \rightarrow BC$ 9. $C \rightarrow BA$ 2. $S \rightarrow AC$ 6. $B \rightarrow b$ 10. $E \rightarrow bB$ }3. $A \rightarrow a$ 7. $B \rightarrow aA$ 4. $A \rightarrow ACSC$ 8. $C \rightarrow \varepsilon$ **Вариант 23** $G=(V_N, V_T, P, S)$ $V_N=\{S, A, B, C, E\}$ $V_T=\{a, b\}$ P={ 1. $S \rightarrow bAC$ 5. $A \rightarrow bCaCb$ 9. $C \rightarrow \varepsilon$ 2. $S \rightarrow B$ 6. $B \rightarrow AC$ 10. $C \rightarrow AB$ 3. $A \rightarrow a$ 7. $B \rightarrow bS$ 11. $E \rightarrow BA$ }4. $A \rightarrow aS$ 8. $B \rightarrow aAa$ **Вариант 24** $G=(V_N, V_T, P, S)$ $V_N=\{S, A, B, C\}$ $V_T=\{a, d\}$ P={ 1. $S \rightarrow dB$ 5. $A \rightarrow aBdAB$ 9. $B \rightarrow \varepsilon$ 2. $S \rightarrow A$ 6. $B \rightarrow a$ 10. $C \rightarrow Aa$ }3. $A \rightarrow d$ 7. $B \rightarrow dA$ 4. $A \rightarrow dS$ 8. $B \rightarrow A$ **Вариант 25** $G=(V_N, V_T, P, S)$ $V_N=\{S, A, B, C, D\}$ $V_T=\{a, b\}$ P={ 1. $S \rightarrow bA$ 5. $A \rightarrow bCaCa$ 9. $C \rightarrow \varepsilon$ 2. $S \rightarrow BC$ 6. $B \rightarrow A$ 10. $C \rightarrow AB$ 3. $A \rightarrow a$ 7. $B \rightarrow bS$ 11. $D \rightarrow AB$ }4. $A \rightarrow aS$ 8. $B \rightarrow bCAa$ **Вариант 26** $G=(V_N, V_T, P, S)$ $V_N=\{S, A, B, D\}$ $V_T=\{a, b, d\}$ P={ 1. $S \rightarrow aBA$ 5. $A \rightarrow AbBA$ 9. $B \rightarrow A$ 2. $S \rightarrow AB$ 6. $A \rightarrow \varepsilon$ 10. $D \rightarrow Aba$ }3. $A \rightarrow d$ 7. $B \rightarrow a$ 4. $A \rightarrow dS$ 8. $B \rightarrow aS$ **Вариант 27** $G=(V_N, V_T, P, S)$ $V_N=\{S, A, B, C, D\}$ $V_T=\{a, b\}$ P={ 1. $S \rightarrow bA$ 5. $A \rightarrow AbC$ 9. $C \rightarrow \varepsilon$ 2. $S \rightarrow AC$ 6. $B \rightarrow CbaC$ 10. $D \rightarrow AB$ }3. $A \rightarrow bS$ 7. $B \rightarrow a$ 4. $A \rightarrow BC$ 8. $B \rightarrow bSa$

Вариант 28 $G=(V_N, V_T, P, S)$ $V_N=\{S, A, B, C, D, X\}$ $V_T=\{a, b\}$ P={ 1. $S \rightarrow B$ 5. $X \rightarrow BX$ 9. $D \rightarrow a$ 2. $A \rightarrow aX$ 6. $X \rightarrow b$ 10. $C \rightarrow Ca$ 3. $A \rightarrow bX$ 7. $B \rightarrow AXaD$ 4. $X \rightarrow \varepsilon$ 8. $D \rightarrow aD$ **Вариант 29** $G=(V_N, V_T, P, S)$ $V_N=\{S, A, B, C, D\}$ $V_T=\{a, b\}$ P={ 1. $S \rightarrow aB$ 5. $A \rightarrow aDADB$ 9. $D \rightarrow BA$ 2. $S \rightarrow DA$ 6. $B \rightarrow b$ 10. $C \rightarrow BA$ 3. $A \rightarrow a$ 7. $B \rightarrow ASB$ 4. $A \rightarrow BD$ 8. $D \rightarrow \varepsilon$ **Вариант 30** $G=(V_N, V_T, P, S)$ $V_N=\{S, A, B, C, D\}$ $V_T=\{a, b\}$ P={ 1. $S \rightarrow aB$ 5. $A \rightarrow a$ 9. $B \rightarrow \varepsilon$ 2. $S \rightarrow A$ 6. $B \rightarrow BAbB$ 10. $C \rightarrow BA$ 3. $A \rightarrow aBAb$ 7. $B \rightarrow BS$ 11. $D \rightarrow a$ 4. $A \rightarrow aS$ 8. $B \rightarrow a$ **Вариант 31** $G=(V_N, V_T, P, S)$ $V_N=\{S, A, B, C, D\}$ $V_T=\{a, b\}$ P={ 1. $S \rightarrow AC$ 5. $A \rightarrow \varepsilon$ 9. $B \rightarrow AbSA$ 2. $S \rightarrow bA$ 6. $A \rightarrow aS$ 10. $C \rightarrow abC$ 3. $S \rightarrow B$ 7. $A \rightarrow ABAb$ 11. $D \rightarrow AB$ 4. $S \rightarrow aA$ 8. $B \rightarrow a$ **Вариант 32** $G=(V_N, V_T, P, S)$ $V_N=\{S, A, B, C, D\}$ $V_T=\{a, b\}$ P={ 1. $S \rightarrow abAB$ 5. $A \rightarrow b$ 9. $B \rightarrow \varepsilon$ 2. $A \rightarrow aBSBab$ 6. $B \rightarrow BA$ 10. $C \rightarrow AS$ 3. $A \rightarrow BS$ 7. $B \rightarrow aBaBb$ 4. $A \rightarrow aA$ 8. $B \rightarrow b$