

ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Дифракция света

1. Принцип Гюйгенса-Френеля

Дифракцией называется огибание волнами препятствий, встречающихся на их пути, или в более широком смысле — любое отклонение распространения волн вблизи препятствий от законов геометрической оптики.

Благодаря дифракции волны могут попадать в область геометрической тени, огибать препятствия, проникать через небольшие отверстия в экранах и т.д. Например, звук хорошо слышен за углом дома, т. е. звуковая волна его огибает.

Явление дифракции, общее для всех волновых процессов, имеет особенности для света, а именно здесь, как правило, длина волны λ много меньше размеров d преград (или отверстий). Поэтому наблюдать дифракцию можно только на достаточно больших расстояниях l от преграды $\left(l \ll \frac{d^2}{\lambda}\right)$. Дифракция света — это совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света сквозь малые отверстия, вблизи границ непрозрачных тел и т.д., обусловленных волновой природой света.

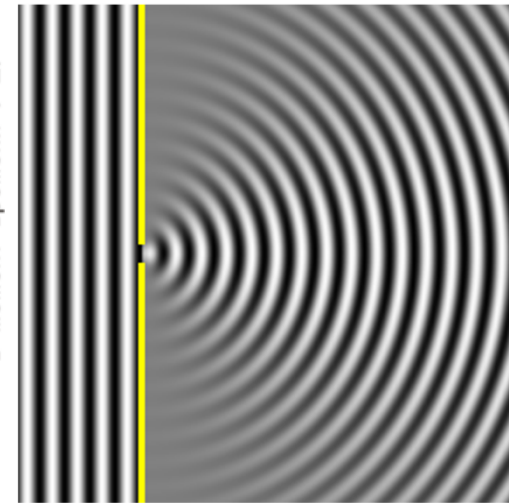
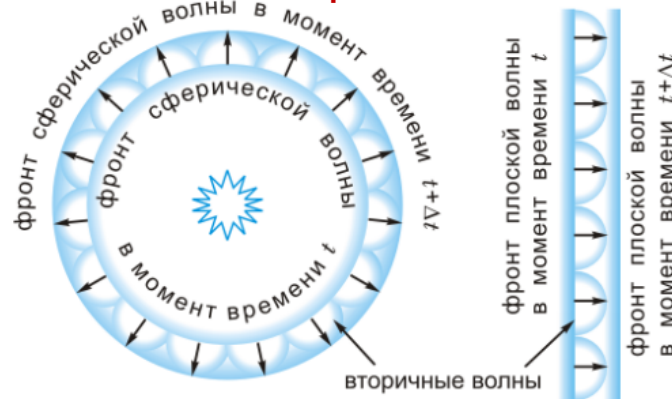
Под дифракцией света обычно понимают отклонение от законов распространения света, описываемых геометрической оптикой.

ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

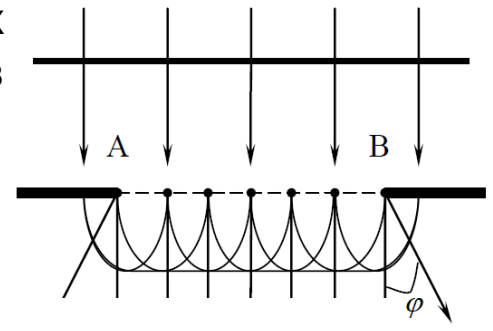
Дифракция света

1. Принцип Гюйгенса-Френеля

Явление дифракции можно объяснить с помощью принципа Гюйгенса, согласно которому каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, а огибающая этих волн дает положение волнового фронта в следующий момент времени.



В качестве примера рассмотрим падение плоской волны на отверстие AB в экране. Когда волновой фронт доходит до преграды (экрана), то каждая точка отверстия становится источником вторичных сферических волн, а огибающая этих волн дает фронт волны, прошедшей через отверстие.



Из рисунка видно, что у границ отверстия происходит загибание волнового фронта, т. е. волна огибает края препятствия и заходит в область геометрической тени. Угол φ называется углом дифракции.

ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Дифракция света

1. Принцип Гюйгенса-Френеля

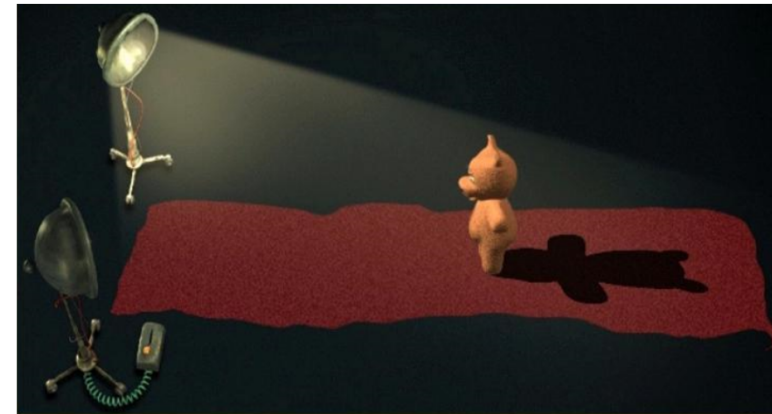
Явление дифракции характерно для волновых процессов. Поэтому если свет является волновым процессом, то для него должна наблюдаться дифракция, т. е. световая волна, падающая на границу какого-либо непрозрачного тела, должна огибать его (проникать в область геометрической тени).

Из опыта, однако, известно, что предметы, освещаемые светом, идущим от точечного источника, дают резкую тень и, следовательно, лучи не отклоняются от их прямолинейного распространения. Почему же возникает резкая тень, если свет имеет волновую природу?

К сожалению, в теории Гюйгенса ответа на этот вопрос нет.

Принцип Гюйгенса решает лишь задачу о направлении распространения волнового фронта, но не затрагивает вопроса об амплитуде, а следовательно, и об интенсивности волн, распространяющихся по разным направлениям.

Френель вложил в принцип Гюйгенса физический смысл, дополнив его идеей интерференции вторичных волн.

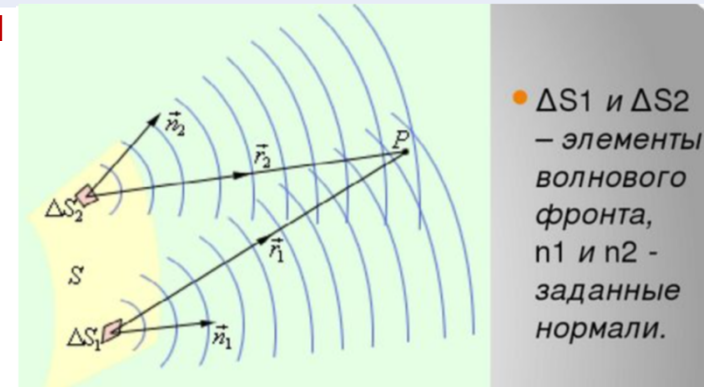


ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Дифракция света

1. Принцип Гюйгенса-Френеля

Согласно принципу Гюйгенса — Френеля, световая волна, возбуждаемая каким-либо источником S , может быть представлена как результат суперпозиции когерентных вторичных волн, «излучаемых» фиктивными источниками. Такими источниками могут служить бесконечно малые элементы любой замкнутой поверхности, охватывающей источник S .



Обычно в качестве этой поверхности выбирают одну из волновых поверхностей, поэтому все фиктивные источники действуют синфазно. Таким образом, волны, распространяющиеся от источника, являются результатом интерференции всех когерентных вторичных волн.

Френель исключил возможность возникновения обратных вторичных волн и предположил, что если между источником и точкой наблюдения находится непрозрачный экран с отверстием, то на поверхности экрана амплитуда вторичных волн равна нулю, а в отверстии — такая же, как при отсутствии экрана.

Учет амплитуд и фаз вторичных волн позволяет в каждом конкретном случае найти амплитуду (интенсивность) результирующей волны в любой точке пространства, т. е. определить закономерности распространения света.

ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

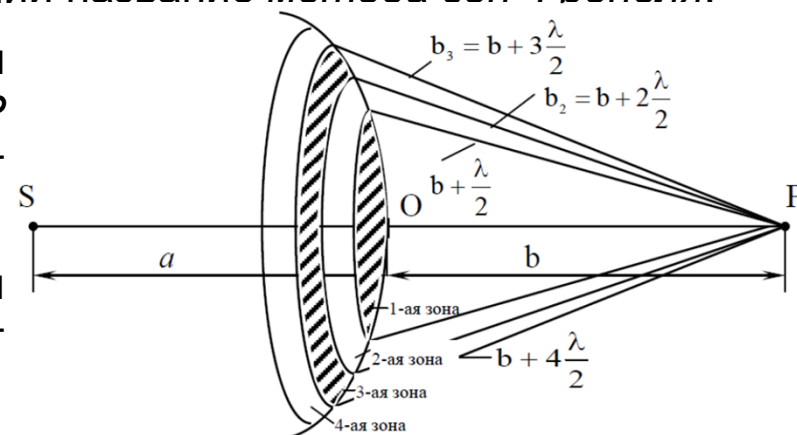
Дифракция света

2. Метод зон Френеля. Прямолинейное распространение света

Принцип Гюйгенса— Френеля в рамках волновой теории должен был ответить на вопрос о прямолинейном распространении света. Френель решил эту задачу, рассмотрев взаимную интерференцию вторичных волн и применив прием, получивший название *метода зон Френеля*.

В качестве примера применения этого метода определим амплитуду светового колебания, возбуждаемого в точке P волной, распространяющейся в однородной среде от точечного источника S .

Волновая поверхность в некоторый момент времени будет являться сферой с центром в точке S . Она будет симметрична относительно прямой SP .



Согласно принципу Гюйгенса-Френеля действие источника S в точке P можно заменить действием мнимых (вторичных) источников, расположенных на этой сфере. Разобьем эту волновую поверхность на кольцевые зоны так, что расстояния от краев каждой зоны до точки P отличаются на $\lambda/2$.

Такие зоны называются *зонами Френеля*.

ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Дифракция света

2. Метод зон Френеля. Прямолинейное распространение света

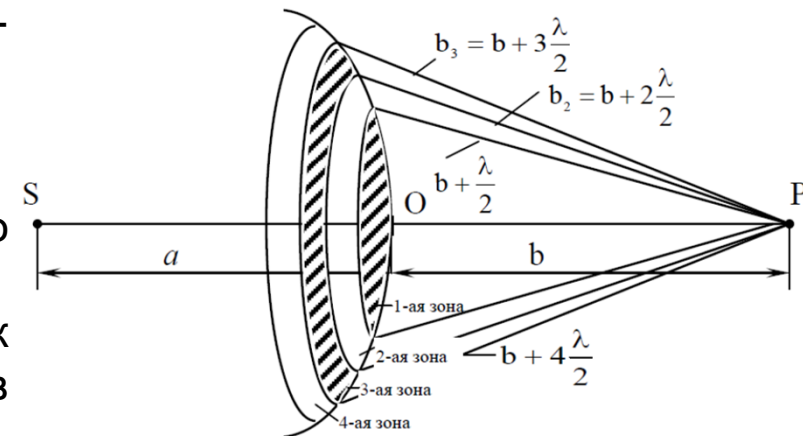
Из рисунка видно, что расстояние b_m от внешнего края m -й зоны до точки P равно

$$b_m = b + m \frac{\lambda}{2} \quad (2.1)$$

где b – расстояние от вершины волновой поверхности O до точки P .

Колебания, приходящие в точку P от аналогичных точек двух соседних зон (т.е. от точек, лежащих около краев зон, в середине зон и т.д.), находятся в противофазе.

По условию построения этих зон разности хода $\frac{\lambda}{2}$ соответствует изменение фазы на π . Поэтому результирующие колебания, создаваемые каждой из зон в целом, будут для соседних зон отличаться по фазе на π . При наложении колебаний от двух соседних зон они будут взаимно ослаблять друг друга.



ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Дифракция света

2. Метод зон Френеля. Прямолинейное распространение света

Поэтому амплитуда результирующего колебания в точке P может быть представлена в виде

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \pm A_m \quad (2.2)$$

где $A_1, A_2, A_3, \dots, A_m$ – амплитуды колебаний, возбуждаемых 1-й, 2-й и т.д. зонами.

Для оценки амплитуд колебаний найдем площади зон Френеля. Внешняя граница m -й зоны выделяет на волновой поверхности сферический сегмент высотой h_m .

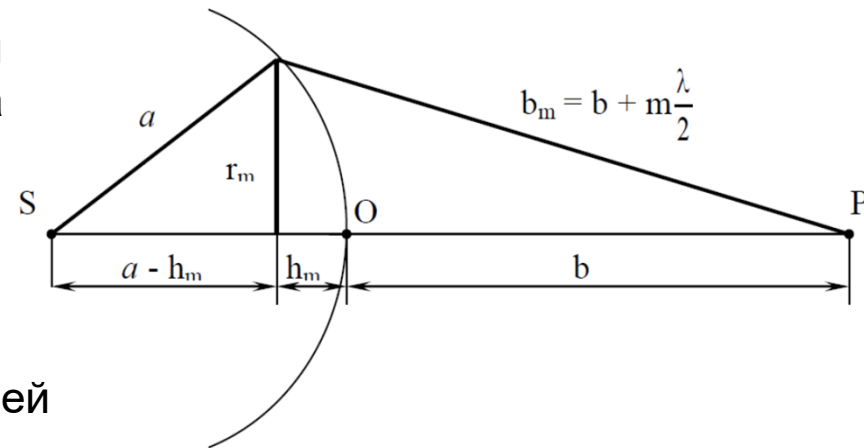
Из рисунка видно, что

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_m)^2,$$

где a – радиус волновой поверхности; r_m – радиус внешней границы m -й зоны.

Возведя выражение в скобках в квадрат, получим

$$r_m^2 = 2ah_m - h_m^2 = bm\lambda + m^2 \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 - 2bh_m - h_m^2. \quad (2.3)$$



ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Дифракция света

2. Метод зон Френеля. Прямолинейное распространение света

Из уравнения (2.3) получим

$$h_m = \frac{bm\lambda + m^2 \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2}{2(a+b)}.$$

Для не слишком больших m с учетом того, что $\lambda \ll a$, $\lambda \ll b$, можно пренебречь слагаемым, содержащим λ^2 . В этом случае

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}. \quad (2.4)$$

При не слишком больших m высота сегмента $h_m \ll a$. При этих условиях из выражений (2.4) и (2.5) получим для радиуса внешней границы m -й зоны выражение

$$r_m = \sqrt{\frac{abm\lambda}{a+b}}. \quad (2.5)$$

Например, для $a = b = 1$ м и $\lambda = 0,5$ мкм радиус первой (центральной) зоны Френеля $r_1 = 0,5$ мм.

ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Дифракция света

2. Метод зон Френеля. Прямолинейное распространение света

Для других зон он растет пропорционально \sqrt{m} .

Площадь сферического сегмента $S=2\pi Rh$. Площадь m -й зоны равна разности площадей сегментов m -й и $(m-1)$ -й зон:

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1} = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}.$$

Это выражение от m не зависит, следовательно, при не слишком больших m площади зон Френеля одинаковы. Тем не менее амплитуды колебаний, возбуждаемых зонами в точке P , будут уменьшаться с ростом номера зоны m , так как растут расстояние от зон до точки P и угол между нормалью к поверхности зоны и направлением на точку P . По этой причине

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_m.$$

Общее число зон Френеля, уместяющихся на полусфере, очень велико; например, при $a=b=10\text{см}$ и $\lambda = 0,5\text{ мкм}$

$$N = \frac{2\pi a^2}{\pi ab\lambda}(a+b) = 8 \cdot 10^5.$$

ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Дифракция света

2. Метод зон Френеля. Прямолинейное распространение света

Поэтому в качестве допустимого приближения можно считать, что амплитуда колебания A_m от некоторой m -й зоны Френеля равна среднему арифметическому от амплитуд примыкающих к ней зон, т. е.

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}. \quad (2.6)$$

Тогда выражение (2.2) для результирующей амплитуды можно записать в виде

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots \pm \frac{A_m}{2} = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}, \quad (2.7)$$

так как выражения, стоящие в скобках, согласно (2.6), равны нулю, а оставшаяся часть от амплитуды последней зоны ничтожно мала.

В этом случае выражения для результирующей амплитуды имеет вид

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}. \quad (2.8)$$

Для больших m амплитуда A_m мала и $A = A_1/2$, т.е. амплитуда, создаваемая в некоторой точке P всей сферической волновой поверхностью, равна половине амплитуды, создаваемой одной лишь центральной зоной.

ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Дифракция света

2. Метод зон Френеля. Прямолинейное распространение света

Если на пути волны поставить экран с отверстием, которое открывает только одну зону Френеля, то амплитуда в точке P будет равна A_1 , т.е. Превысит амплитуду результирующего колебания для всех зон в два раза. Этот результат наблюдается в опытах и подтверждает принцип Гюйгенса-Френеля.

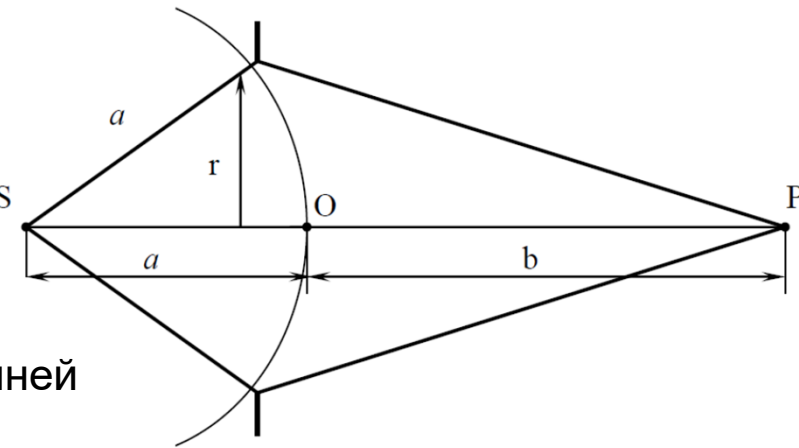
Дифракция на круглом отверстии и диске

Рассмотрим дифракцию сферических волн (или *дифракцию Френеля*) на круглом отверстии. Поставим на пути сферической волны непрозрачный экран с круглым отверстием радиуса r так, чтобы центр отверстия находился на прямой SP (S – источник света; P – точка, в которой определяется амплитуда колебаний).

Если радиус отверстия совпадает с радиусом внешней границы m -й зоны

$$r = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m \lambda,$$

то отверстие оставляет открытым m первых зон Френеля.



ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Дифракция света

2. Метод зон Френеля. Прямолинейное распространение света

Амплитуда результирующего колебания в этом случае равна

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}.$$

Если число зон m нечетное, то $A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2}$, т.е. амплитуда максимальна.

Если m четное, то амплитуда минимальна $A = \frac{A_1}{2} - \frac{A_m}{2}$.

Для малых m амплитуда A_m мало отличается от A_1 , следовательно, для нечетных m $A \approx A_1$, а для четных – $A \approx 0$.



ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Дифракция света

2. Метод зон Френеля. Прямолинейное распространение света

Рассмотрим дифракцию Френеля на непрозрачном диске.

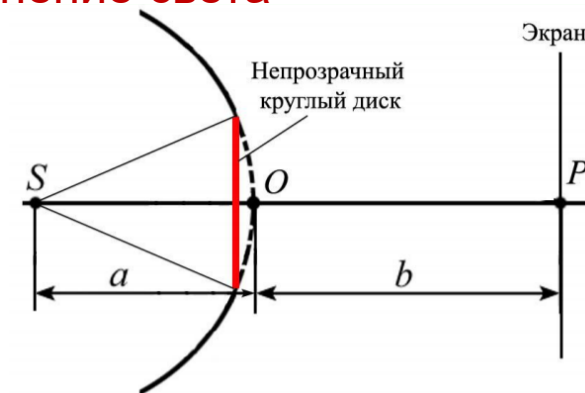
Если диск закрывает m первых зон Френеля, амплитуда результирующего колебания в точке P , находящейся на прямой, проходящей через источник света и центр кругового диска, будет равна

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots$$

Выражения, стоящие в скобках, с учетом вышесказанного (см. (2.7), (2.8)) можно положить равными нулю, следовательно,

$$A = \frac{A_{m+1}}{2}.$$

Отсюда следует, что в точке P амплитуда колебаний всегда максимальна. Это подтверждается в опытах: в точке P действительно наблюдается светлое пятно, что противоречит законам геометрической оптики, и его можно объяснить только за счет дифракции света.



ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Дифракция света

3. Дифракция Фраунгофера на одной щели

Второй тип дифракции — *дифракция Фраунгофера* (или дифракция в параллельных лучах) наблюдается в том случае, когда источник света и точка наблюдения бесконечно удалены от препятствия, вызвавшего дифракцию.

Чтобы этот тип дифракции осуществить, достаточно точечный источник света поместить в фокусе собирающей линзы, а дифракционную картину исследовать в фокальной плоскости второй собирающей линзы, установленной за препятствием.

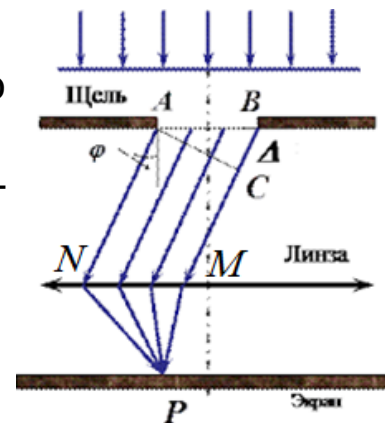
Рассмотрим дифракцию Фраунгофера от бесконечно длинной щели (для этого практически достаточно, чтобы длина щели была значительно больше ее ширины).

Пусть плоская монохроматическая световая волна падает нормально плоскости узкой щели шириной a (AB).

Оптическая разность хода между крайними лучами AN и BM , идущими от щели в произвольном направлении φ ,

$$\Delta = BC = a \sin \varphi, \quad (2.9)$$

где C — основание перпендикуляра, опущенного из точки A на луч BM .



ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Дифракция света

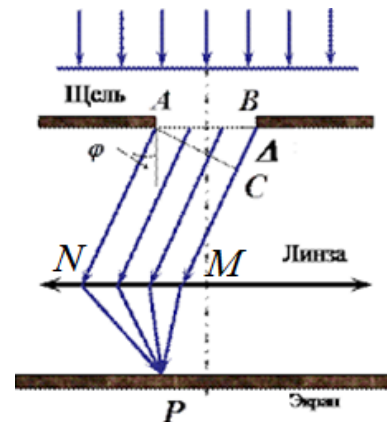
3. Дифракция Фраунгофера на одной щели

Согласно принципу Гюйгенса — Френеля, каждая точка щели является источником вторичных волн. Открытую часть волновой поверхности в плоскости щели AB разбивают на зоны Френеля, имеющие вид полос, параллельных ребру A щели.

Ширина каждой зоны выбирается так, чтобы разность хода волн от краев этих зона была равна $\lambda/2$. По условию построения все зоны будут иметь одинаковые площади и одинаковый наклон к направлению наблюдения. Поэтому амплитуды вторичных волн от каждой зоны будут одинаковы. Все лучи, идущие под углом φ , будут собираться в некоторой точке P на экране в фокальной плоскости линзы.

Из выражения $\Delta = BC = a \sin \varphi$ вытекает, что число зон Френеля, укладывающихся на ширине щели, зависит от угла φ .

От числа зон Френеля, в свою очередь, зависит результат наложения всех вторичных волн.



ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Дифракция света

3. Дифракция Фраунгофера на одной щели

Из приведенного построения следует, что при интерференции света от каждой пары соседних зон Френеля амплитуда результирующих колебаний равна нулю, так как колебания от каждой пары соседних зон взаимно гасят друг друга.

Следовательно, если число зон Френеля четное, то

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

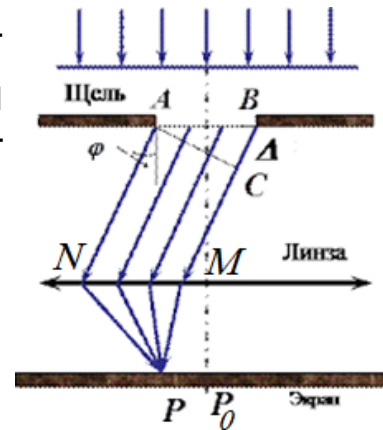
и в точке P наблюдается *дифракционный минимум* (полная темнота).

Если же число зон Френеля нечетное, то

$$a \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

и наблюдается *дифракционный максимум*, соответствующий действию одной некомпенсированной зоны Френеля.

Отметим, что в направлении $\varphi = 0$ щель действует как одна зона Френеля, и в этом направлении свет распространяется с наибольшей интенсивностью, т.е. в точке P_0 наблюдается центральный дифракционный максимум.



ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Дифракция света

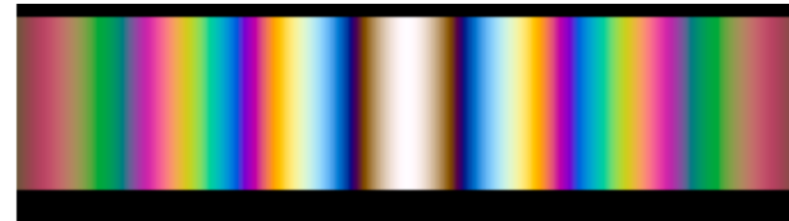
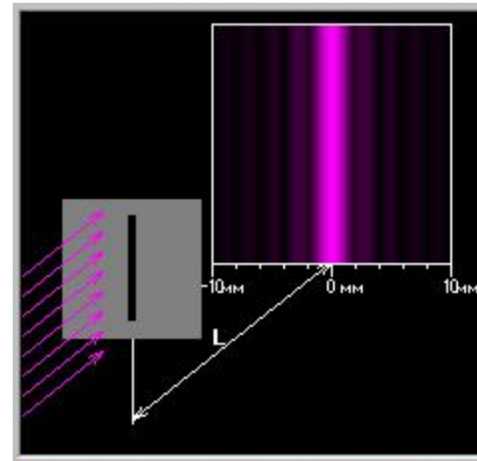
3. Дифракция Фраунгофера на одной щели

С увеличением ширины щели ($a > \lambda$) дифракционные полосы становятся уже и ярче, а число полос больше. При $a \gg \lambda$ в центре получается резкое изображение источника света (имеет место прямолинейное распространение света).

Положение дифракционных максимумов зависит от длины волны λ , поэтому рассмотренная выше дифракционная картина имеет место лишь для монохроматического света.

При освещении щели белым светом центральный максимум наблюдается в виде белой полосы; он общий для всех длин волн (при $\varphi = 0$ разность хода равна нулю для всех λ).

Боковые максимумы радужно окрашены, так как условие максимума при любых m различно для разных λ . Таким образом, справа и слева от центрального максимума наблюдаются максимумы первого ($m = 1$), второго ($m = 2$) и других порядков, обращенные фиолетовым краем к центру дифракционной картины.



ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Дифракция света

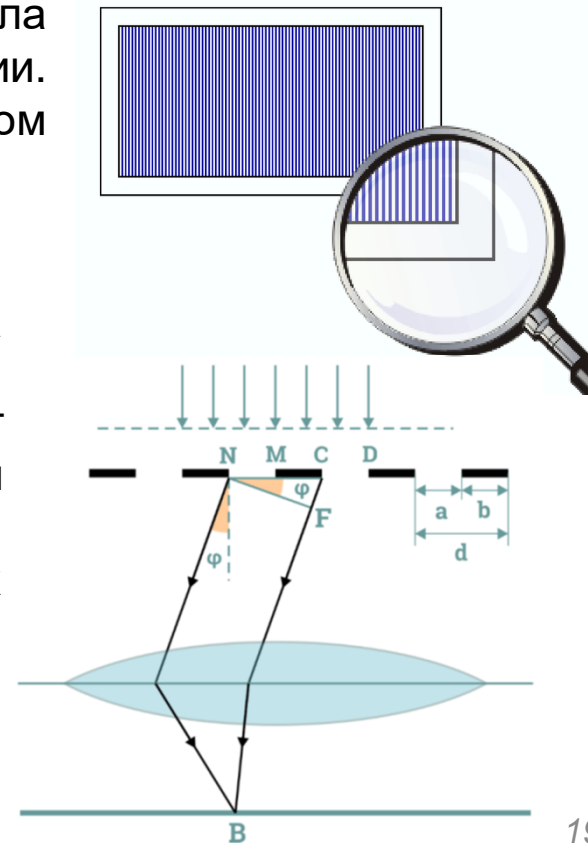
4. Дифракция света на дифракционной решетке

Дифракционной решеткой называется совокупность большого числа щелей, отстоящих друг от друга на одном и том же расстоянии. Расстояние между серединами соседних щелей называется периодом решетки.

Расположим параллельно решетке собирающую линзу, в фокальной плоскости которой поместим экран. Рассмотрим дифракционную картину на экране при нормальном падении на решетку плоской световой волны

Дифракционная картина на решетке определяется как результат взаимной интерференции волн, идущих от всех щелей данной решетки.

Любая пара соседних щелей решетки находится в одинаковых условиях, так как разность хода волн, идущих от них под одинаковым углом φ , будет одинакова и равна $\Delta = d \sin \varphi$, где $d = a + b$ – период решетки (все щели имеют одинаковую ширину a и находятся на одинаковом расстоянии b). Поэтому достаточно рассмотреть условие интерференционного максимума и минимума для двух щелей.



ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Дифракция света

4. Дифракция света на дифракционной решетке

Если для каждой из щелей для определенного направления выполняется условие минимума

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}$$

то для всех щелей в этом направлении также будет наблюдаться минимум интенсивности, т.е. минимумы интенсивностей будут наблюдаться под углами φ , определяемыми условиями

$$a \sin \varphi = \pm m \lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

Кроме этих минимумов, возникнут дополнительные минимумы, которые будут наблюдаться в тех направлениях, для которых разность хода лучей от аналогичных точек соседних щелей до точки наблюдения будет равна нечетному числу полуволн, т.е.

$$d \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

Действие одной щели будет усиливать действие другой, если будет выполнено условие максимума, т.е.

$$d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

Под углами φ , соответствующими этому условию, будут наблюдаться так называемые главные максимумы.

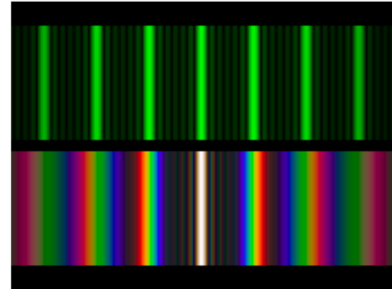
ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Дифракция света

4. Дифракция света на дифракционной решетке

Из формулы $d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}$ ($m = 1, 2, 3, \dots$) видно, что положение всех максимумов, кроме центрального ($m = 0$), зависит от длины световой волны λ .

Поэтому при освещении решетки белым светом центральный максимум будет не окрашен, а по обе стороны от него возникнут дифракционные спектры 1-го, 2-го и т.д. порядков. Фиолетовый свет имеет наименьшую длину волны, поэтому будет находиться ближе к центральному максимуму.



Это свойство дифракционной решетки используется для исследования спектрального состава света, т.е. дифракционная решетка используется как спектральный прибор.

ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Дифракция света

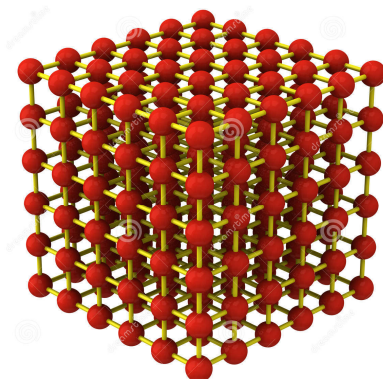
5. Дифракция на пространственной решетке. Формула Вульфа—Брэггов

Для наблюдения дифракционной картины необходимо, чтобы постоянная решетки была того же порядка, что и длина волны падающего излучения.

Кристаллы, являясь трехмерными решетками, имеют постоянную порядка 10^{-10} м и, следовательно, непригодны для наблюдения дифракции в видимом свете ($\lambda \approx 5 \cdot 10^{-7}$ м).

М. Лауэ [немецкий физик (1879— 1960)] обратил внимание на то, что кристаллы можно использовать в качестве пространственных решеток для наблюдения дифракции рентгеновского излучения, поскольку расстояние между атомами в кристаллах одного порядка с длиной волны рентгеновского излучения ($\approx 10^{-12}$ — 10^{-8} м).

Метод расчета дифракции рентгеновского излучения от кристаллической решетки предложен независимо друг от друга русским ученым Г. В. Вульфом (1863 — 1925) и английскими физиками Г. и Л. Брэггами [отец (1862-1942) и сын (1890 — 1971)].



Download from
Dreamstime.com

Download from
Dreamstime.com

ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

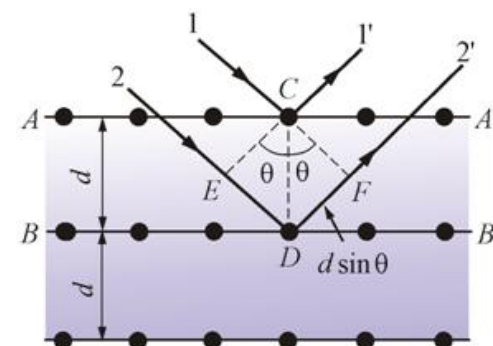
Дифракция света

5. Дифракция на пространственной решетке. Формула Вульфа—Брэггов

Они предположили, что дифракция рентгеновского излучения является результатом его отражения от системы параллельных кристаллографических плоскостей (плоскостей, в которых лежат узлы (атомы) кристаллической решетки).

Представим кристалл в виде совокупности параллельных кристаллографических плоскостей, отстоящих друг от друга на расстоянии d .

Пучок параллельных монохроматических рентгеновских лучей (1, 2) падает под углом скольжения θ (угол между направлением падающих лучей и кристаллографической плоскостью) и возбуждает атомы кристаллической решетки, которые становятся источниками когерентных вторичных волн 1' и 2', интерферирующих между собой, подобно вторичным волнам, от щелей дифракционной решетки.



Максимумы интенсивности (дифракционные максимумы) наблюдаются в тех направлениях, в которых все отраженные атомными плоскостями волны будут находиться в одинаковой фазе.

ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Дифракция света

5. Дифракция на пространственной решетке. Формула Вульфа—Брэггов

Эти направления удовлетворяют формуле Вульфа — Брэггов

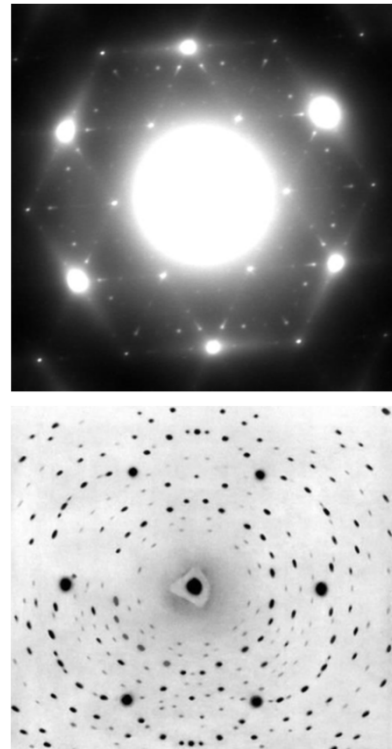
$$2d \sin \theta = m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

т. е. при разности хода между двумя лучами, отраженными от соседних кристаллографических плоскостей, кратной целому числу длин волн λ , наблюдается дифракционный максимум.

Формула Вульфа — Брэггов используется при решении двух важных задач:

1. Наблюдая дифракцию рентгеновского излучения известной длины волны на кристаллической структуре неизвестного строения и измеряя θ и m , можно найти межплоскостное расстояние (d), т.е. определить структуру вещества. Этот метод лежит в основе *рентгеноструктурного анализа*.

2. Наблюдая дифракцию рентгеновского излучения неизвестной длины волны на кристаллической структуре при известном d и измеряя θ и m , можно найти длину волны падающего рентгеновского излучения. Этот метод лежит в основе *рентгеновской спектроскопии*.



ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Дифракция света

PRELEGERE