

Ministerul Educației și Cercetării al Republicii Moldova

Universitatea Tehnică a Moldovei

**Facultatea de Calculatoare Informatică și
Microelectronică**

Departamentul de Ingineria Software și Automatică

Programul de studii Automatică și Informatică

INGINERIA SISTEMELOR AUTOMATE

Îndrumar de laborator

Chișinău 2023

Lucrarea de laborator nr. 1

MODELE MATEMATICE CONTINUE ȘI DISCRETE ALE OBIECTELOR DE REGLARE

Scopul lucrării: prezentarea modelelor matematice continue și discrete ale obiectului de reglare, proprietățile, parametrii, simularea pe calculator și ridicarea răspunsurilor indiciale pentru modelul continuu și discret.

1.1 Date inițiale

Se dă modelul matematic al obiectului de reglare cu inerție de ordinul unu cu timp mort în forma funcției de transfer cu următorii parametri $k = 1.5$, $T = 4$ s, $\tau = 1.5$ s.

1.2 Sarcina

1. După parametrii modelului de ordinul unu calculați modelul matematic al obiectului de reglare cu inerție de ordinul doi cu timp mort în forma funcției de transfer.

2. Determinați perioada de eșantionare și calculați modelul discret al obiectului cu elementul de reținere în transformata z .

3. Simulați pe calculator modelul continuu și discret, aplicați semnalul treaptă unitară și ridicați răspunsul indicial al modelului continuu și discret.

1.3 Mersul lucrării

1.3.1 Calculul modelului obiectului de reglare continuu

Pentru a determina modelul obiectului de reglare cu inerție de ordinul doi se utilizează datele din tabelul 1 pentru modelul cu inerție de ordinul unu și timp mort și se efectuează următoarele calcule.

1. Coeficientul de transfer k și timpul mort τ vor fi cele date pentru modelul de ordinul unu din tabelul A1.1 Anexa A.

2. Se calculează constantele de timp după relațiile:

$$T_2 = 0.64T \text{ s}, T_1 = 0.5T_2 \text{ s.}$$

3. Modelul aproximat al obiectului de reglare continuu se descrie cu funcția de transfer de ordinul doi cu timp mort:

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}.$$

1.3.2 Determinarea modelului obiectului de reglare discret

Pentru a obține modelul discret al obiectului în structura acestuia se introduce elementul real de discretizare prezentat ca element de reținere de ordinul zero descris cu funcția de transfer:

$$H_{ER}(s) = \frac{1}{s}(1 - e^{-Ts}),$$

unde T este perioada de eșantionare, care se alege din condiția:

$$T \approx 0.1 \min\{T_1, T_2\}.$$

Componenta timpului mort se transformă în variabila complexă discretă după relațiile următoare.

Se introduce variabila complexă discretă notând:

$$e^{Ts} = z.$$

Se determină constanta care exprimă timpul mort ca un număr întreg de perioade de eșantionare, exprimat prin șirul de numere reale $d = 0, 1, 2, \dots$

$$d = \frac{\tau}{T}.$$

Componenta timpului mort se transformă în variabila complexă discretă în forma:

$$\{e^{-\tau s}\} \rightarrow z^{-d}.$$

Modelul matematic discret al obiectului de reglare în transformata z se determină după relația:

$$\begin{aligned} H(z) &= Z\{H_{ER}(s)H(s)\} = Z\left\{\frac{1}{s}(1 - e^{-Ts})\frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}\right\} = \\ &= kz^{-d}(1 - z^{-1})Z\left\{\frac{1}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}\right\} = \end{aligned}$$

$$= k z^{-d} \left(1 - \frac{1}{z}\right) Z \left\{ \frac{1}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \right\} = k z^{-d} \left(\frac{z-1}{z}\right) H_1(z).$$

Funcția de transfer $H_1(z)$ se determină după tabele și, efectuând transformările respective, se calculează funcția de transfer $H(z)$ a modelului discret în transformata z în forma:

$$\begin{aligned} H(z) &= z^{-d} \left(\frac{z-1}{z}\right) H_1(z) = \\ &= z^{-d} \left(\frac{z-1}{z}\right) \left[\frac{kz}{z-1} + \frac{kT_1}{T_2 - T_1} \frac{z}{z - e^{-T/T_1}} - \frac{kT_2}{T_2 - T_1} \frac{z}{z - e^{-T/T_2}} \right] = \\ &= z^{-d} \left(\frac{z-1}{z}\right) \left[\frac{c_0 z}{z-1} + \frac{c_1 z}{z-c_2} - \frac{c_3 z}{z-c_4} \right] = z^{-d} \frac{b_0 z^2 - b_1 z + b_2}{a_0 z^2 - a_1 z + a_2} = \\ &= z^{-d} \frac{b_0 - b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{a_0 - a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} = \frac{b'_0 z^{-d} - b_1 z^{-(d+1)} + b_2 z^{-(d+2)}}{1 - a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}, \end{aligned}$$

unde coeficienții c_0, c_1, c_2, c_3, c_4 se exprimă prin parametrii obiectului:

$$c_0 = k, c_1 = \frac{kT_1}{T_2 - T_1}, c_2 = e^{-T/T_1}, c_3 = \frac{kT_2}{T_2 - T_1}, c_4 = e^{-T/T_2},$$

iar coeficienții $b_0, b_1, b_2, a_0, a_1, a_2$ sunt determinați de coeficienții c_0, c_1, c_2, c_3, c_4 .

$$b_0 = c_0 + c_1 - c_3,$$

$$b_1 = c_0(c_2 + c_4) + c_1(1 + c_4) - c_3(1 + c_2),$$

$$b_2 = c_0 c_2 c_4 + c_1 c_4 - c_2 c_3,$$

$$a_0 = 1, a_1 = c_2 + c_4, a_2 = c_2 c_4.$$

1.3 Simularea modelelor matematice ale obiectului de reglare

1. Asamblați structura de simulare a modelului matematic continuu al obiectului de reglare cu inerție de ordinul unu cu timp mort și cu inerție de ordinul doi și timp mort în pachetul de programe KOPRAS. Aplicați semnal de intrare treaptă unitară și ridicați răspunsurile indiciale ale modelelor studiate.

2. Asamblați structura de simulare a modelului matematic

discret al obiectului de reglare cu inerție de ordinul doi și timp mort în pachetul de programe KOPRAS. Aplicați semnal de intrare treaptă unitară și ridicați răspunsul indicial al modelului discret studiat.

1.4 Conținutul raportului

1. Calculul modelelor matematice continuu și discret ale obiectului de reglare cu funcțiile de transfer rezultate.
2. Schemele de simulare ale modelelor matematice ale obiectului de reglare.
3. Răspunsurile indiciale obținute.
4. Concluzii.

1.5 Asamblarea schemei structurale a modelului continuu al obiectului de reglare

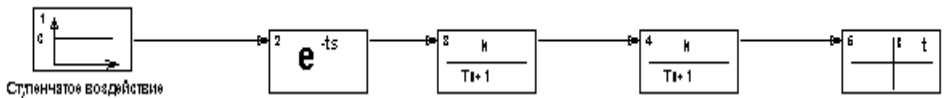


Fig. 1. Schema structurală a modelului continuu al obiectului de reglare

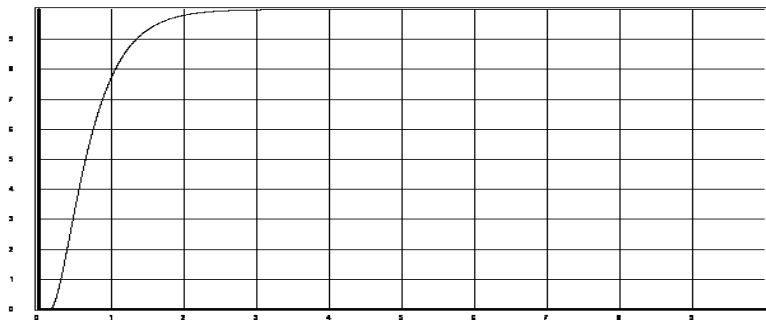


Fig. 2. Răspunsul indicial al modelului continuu al OR

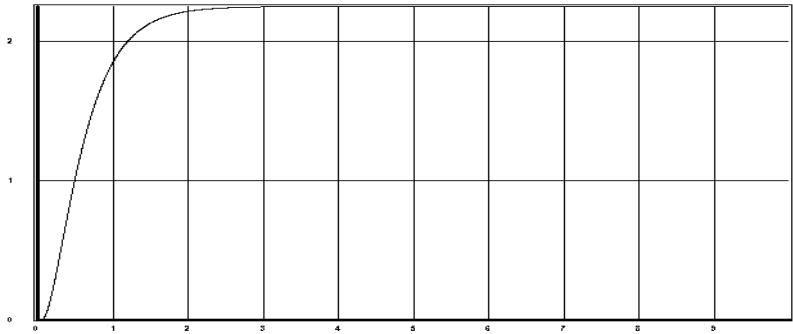


Fig. 3. Răspunsul indicial al modelului continuu al OR

1.6 Asamblarea schemei structurale a modelului discret al obiectului fără EROZ

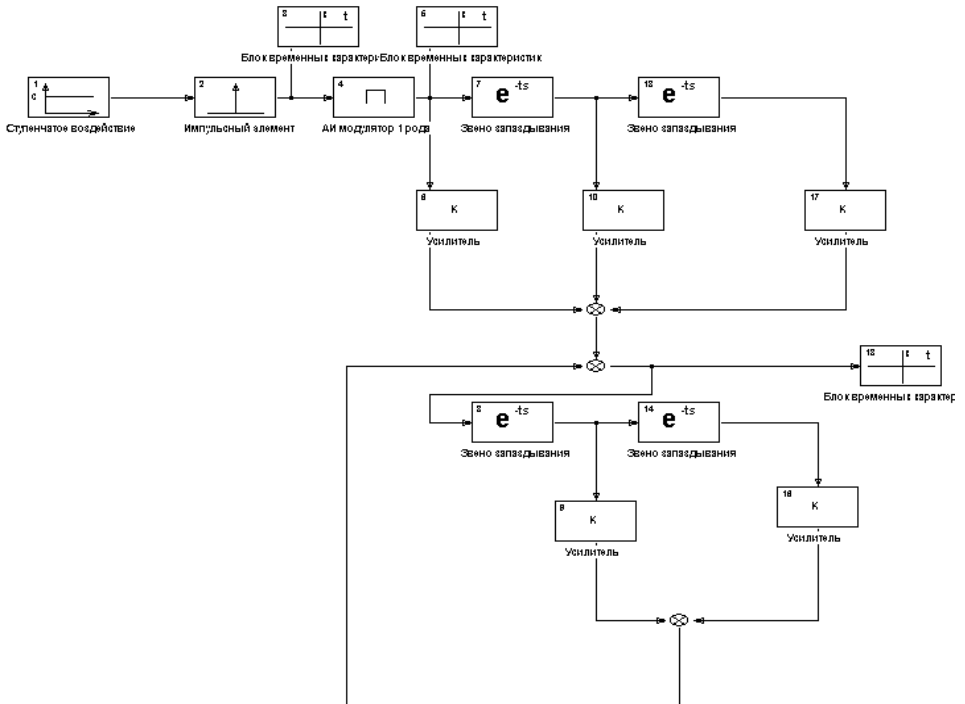
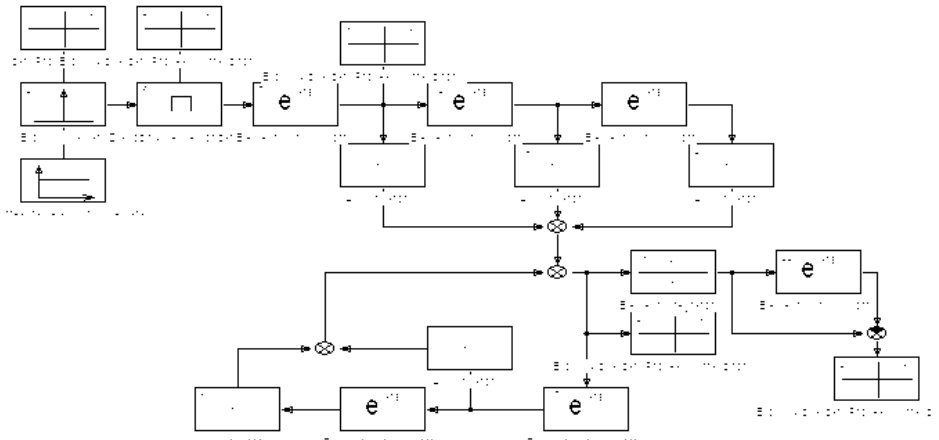
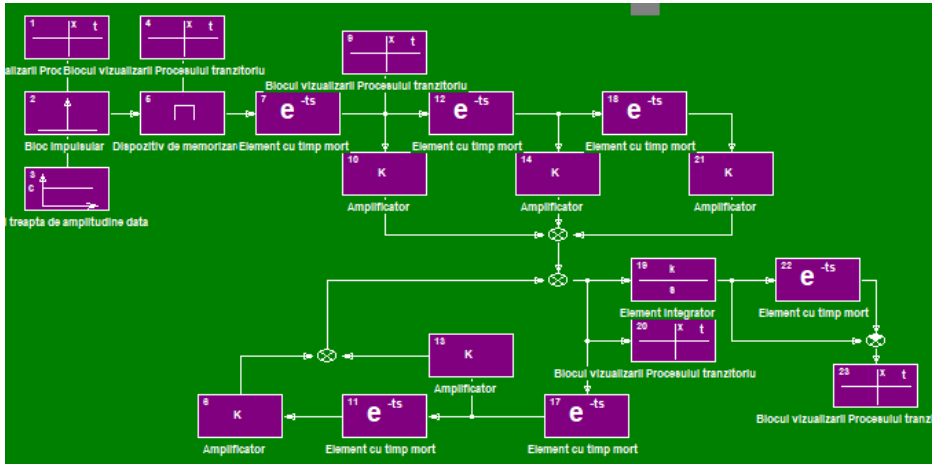


Fig. 4. Schema structurală a modelului numeric al OR fără EROZ

Atenție!!! Studentul alege datele inițiale din tabelul A1 după varianta egală cu numărul numelui și prenumelui din registrul grupei academice.



Lucrarea de laborator nr. 2

LEGILE DE REGLARE TIPICE ȘI STRUCTURI DE REGULATOARE REALE

Obiectivul lucrării: studierea legilor de reglare tipice continue și a structurilor de realizare a reguletoarelor reale, determinarea parametrilor structurilor de reguletoare reale, simularea pe calculator a legilor de reglare și a structurilor de realizare a reguletoarelor reale, ridicarea și înregistrarea caracteristicilor tranzitorii.

2.1 Sarcina

Date inițiale: Se dau parametrii de acord ai algoritmului PID:

$$k_p = 5, T_i = 10 \text{ s}, k_i = \frac{1}{T_i} = 0,1 \text{ s}^{-1}, T_d = k_d = 7 \text{ s}.$$

Se dau parametrii coeficientul de transfer al amplificatorului $k_A = 5$, constanta de timp a elementului de execuție $T_E = 5 \text{ s}$, coeficientul de transfer în reacție $k_r = 0,5$.

2.2 Modul de lucru

1. Conform algoritmilor de reglare P, I, D, PI, PD, ID, PID pentru valorile parametrilor de acord asamblați structura din fig. 2.1, aplicați semnalul treaptă unitară și ridicați și înregistrați răspunsurile indiciale ale algoritmilor de reglare.

2. După parametrii algoritmului de reglare P, PI, PID respectiv și parametrii: coeficientul de transfer al amplificatorului $k_A = 5$, constanta de timp a elementului de execuție $T_E = 5 \text{ s}$, coeficientul de transfer în reacție $k_r = 0.5$, calculați pentru varianta data de structură a reguletoarelor real relațiile de realizare ale acestor algoritmi.

3. Asamblați structurile de simulare a reguletoarelor real P, PI, PID, aplicați semnalul treaptă unitară și ridicați și înregistrați răspunsurile indiciale ale reguletoarelor.

2.3 Structura algoritmului ideal de reglare

În practica automatizărilor industriale o largă utilizare au legile

de reglare tipice cu structura de tipul PID. Structura standard a algoritmului PID se dă în fig. 2.1, din care se obțin legile P, I, D, PI, PD, ID, PID.

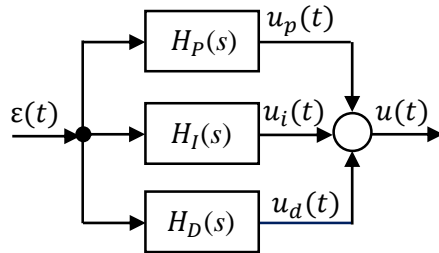


Fig. 2.1. Structura regulatorului PID

Modelele matematice ale algoritmilor (legilor) de reglare se prezintă în forma ecuațiilor diferențiale și funcțiilor de transfer.

Algoritmul de reglare cu acțiune proporțională (regulatorul P):

$$u_p(t) = k_p \varepsilon(t), \quad (1)$$

$$H_P(s) = k_p s. \quad (2)$$

Algoritmul de reglare cu acțiune integrativă (regulatorul I):

$$u_i(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^{\infty} \varepsilon(t) dt, \quad (3)$$

$$H_I(s) = \frac{1}{T_i s} = \frac{k_i}{s}. \quad (4)$$

Algoritmul de reglare cu acțiune derivativă (regulatorul D):

$$u_d(t) = T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt}, \quad (5)$$

$$H_D(s) = T_d s = k_d s. \quad (6)$$

În practică se realizează algoritmul real derivativ:

$$T_f \frac{du(t)}{dt} + u_d(t) = T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt}, \quad (7)$$

$$H_D(s) = \frac{T_d s}{T_f s + 1} = T_d s \frac{1}{T_f s + 1}, \quad (8)$$

care este o conexiune serie a elementului ideal derivativ cu un element de filtrare de ordinul unu, iar T_f este constanta de timp de filtrare (sau parazită) care se calculează după relația:

$$T_f \approx \alpha T_d = (0.1 \cdots 0.125) T_d. \quad (9)$$

Elementul de filtrare asigură realizabilitatea fizică a algoritmilor și atenuează efectul acesteia la semnale de tip zgomot.

Algoritmul de reglare cu acțiune proporțională–derivativă (regulatorul PD):

$$u_{pd}(t) = k_p \varepsilon(t) + T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt}, \quad (10)$$

$$H_{PD}(s) = k_p + T_d s. \quad (11)$$

Algoritmul de reglare cu acțiune proporțională–integrativă (regulatorul PI):

$$u_{pi}(t) = k_p \varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^\infty \varepsilon(t) dt, \quad (12)$$

$$H_{PI}(s) = k_p + \frac{1}{T_i s} = \frac{k_p T_i s + 1}{T_i s} = k_p + \frac{k_i}{s} = \frac{k_p s + k_i}{s} = \frac{Q(s)}{P(s)}, \quad (13)$$

unde $k_i = 1/T_i$.

Algoritmul de reglare cu acțiune proporțională–integrativă–derivativă - regulatorul PID:

$$u_{pid}(t) = k_p \varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^\infty \varepsilon(t) dt + T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt}, \quad (14)$$

$$H_{PID}(s) = k_p + \frac{1}{T_i s} + T_d s = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s}. \quad (15)$$

În relațiile de mai sus coeficienții k_p , T_i , k_i , T_d , k_d - sunt parametrii de acord ai algoritmilor de reglare respectivi cu componenta proporțională P, integrativă I și derivativă D.

În fig. 2.2 se dau răspunsurile indiciale ale algoritmilor tipici la semnalul de intrare treaptă unitară $1(t)$: a) pentru algoritmul P, b) - algoritmul I, c) - algoritmul D: 1 - ideal, 2 - real, d) - algoritmul PI, e) - algoritmul PD, f) - algoritmul ID, g) - algoritmul PID.

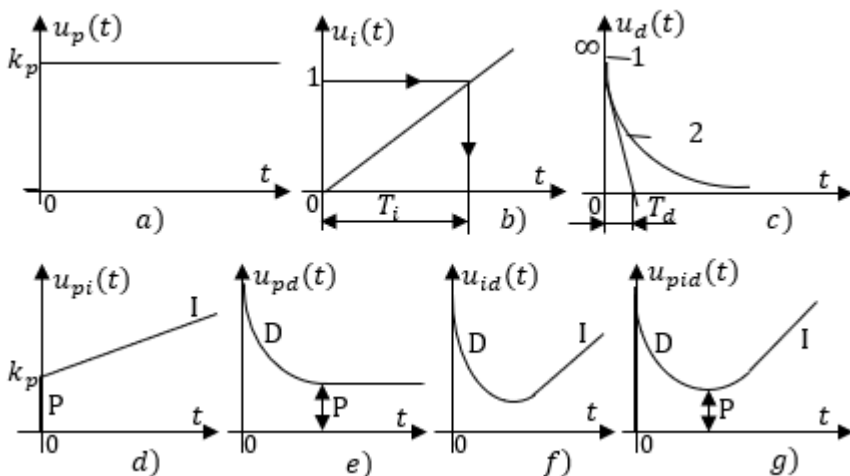


Fig. 2.2. Răspunsurile indiciale ale algoritmilor de reglare tipice

În algoritmi descriși în care este inclusă componenta derivativă ideală D, aceasta se realizează ca componentă real derivativă.

Algoritmul PID (15) poate fi prezentat și în formele cu f.d.t.:

$$H_{PID}(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) = k_p \left(1 + \frac{k_i}{s} + k_d s \right), \quad (16)$$

unde k_p este coeficientul de proporționalitate sau parametrul de acord al regulatorului, $k_i = \frac{1}{k_p T_i}$ – coeficientul integral (parametru de acord),

$k_d = \frac{T_d}{k_p}$ – coeficientul derivativ (parametru de acord):

$$H_{PID}(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \frac{T_d s + 1}{T_f s + 1}. \quad (17)$$

Se utilizează și algoritmi PID cu filtrare, care prelucrează diferit eroarea, ieșirea măsurată și referința - numiți algoritmi PID modificați.

2.4 Algoritmi PID modificați cu două grade de libertate

În figura 2.3 se dă structura SRA cu regulatorul PI-D, pentru care mărimea de ieșire se descrie de relația:

$$u(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) r(s) - k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) y_n(s). \quad (18)$$

Structura regulatorului (18) nu conține componenta derivativă D pe calea directă și, la modificarea bruscă a semnalelor de referință, permite evitarea apariției unor șocuri în instalația tehnologică. În acest caz componenta derivativă cu filtrare este plasată pe calea de reacție și se descrie cu relația:

$$u_d(s) = \frac{T_d s}{T_f s + 1} y_n(s). \quad (19)$$

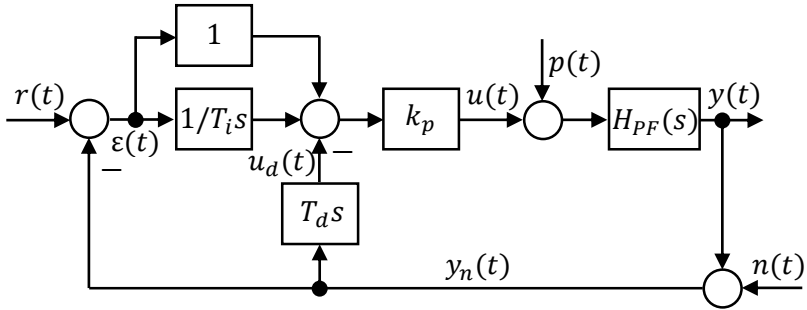


Fig. 2.3. Structura SRA cu regulatorul PI-D

Structura regulatorului (18) nu conține componenta derivativă D pe calea directă și, la modificarea bruscă a semnalelor de referință, permite evitarea apariției unor șocuri în instalația tehnologică. În acest caz componenta derivativă cu filtrare este plasată pe calea de reacție și se descrie cu relația:

$$u_d(s) = \frac{T_d s}{T_f s + 1} y_n(s). \quad (19)$$

În cazul când se evidențiază eroarea sistemului algoritmul PI-D este:

$$\begin{aligned} u(s) &= k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \varepsilon(s) - k_p \frac{T_d s}{T_f s + 1} y_n(s) = \\ &= k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) (r(s) - y_n(s)) - k_p \frac{T_d s}{T_f s + 1} y_n(s) = \\ &= k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) r(s) - k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{T_f s + 1} \right) y_n(s). \end{aligned} \quad (20)$$

Funcția de transfer a SRA în raport cu perturbația, în care se asigură rejecția perturbațiilor în regim permanent este:

$$H_{0p}(s) = \frac{H_p(s)}{1 + H_p(s)k_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)}. \quad (21)$$

Pentru evitarea apariției unor salturi ale mărimii de reglare $u(t)$ la modificarea semnalului treaptă a referinței, care conduce în regim de saturație elementul de execuție, se utilizează o altă structură de algoritm de tipul I-PD (fig. 2.4).

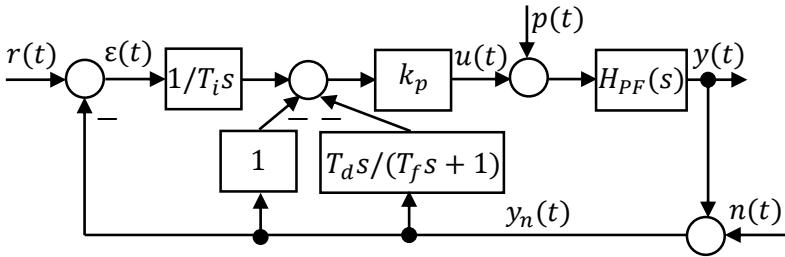


Fig. 2.4. Structura sistemului cu regulatorul I-PD

Mărimea de reglare $u(s)$ se calculează cu relația:

$$u(s) = k_p \frac{1}{T_i s} r(s) - k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{T_f s + 1}\right) y_n(s). \quad (22)$$

În acest caz pe calea directă se menține componenta integrală I, care asigură comportarea dorită a SA în regim staționar:

$$u(s) = k_p \frac{1}{T_i s} \varepsilon(s) - k_p \left(1 + \frac{T_d s}{T_f s + 1}\right) y_n(s). \quad (23)$$

2.5 Structura regulatorului real

Structura regulatorului real se prezintă în fig.2.5, unde $H_A(s)$ este f.d.t. a elementului de amplificare (EA), $H_E(s)$ – f.d.t. a elementului de execuție (EE), $H_r(s)$ – f.d.t. a elementului de corecție (EC) în reacție inversă negativă.

Pentru realizarea algoritmului ideal de reglare se alege structura respectivă de realizare și în baza proprietăților elementelor componente

ale structurii se calculează proprietățile structurii reale a regulatorului.

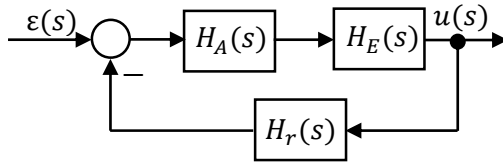


Fig. 2.5. Schema structurală a regulatorului real

Funcțiile de transfer ale elementelor idealizate ale amplificatorului și elementului de execuție sunt:

$$H_A(s) = k_A, H_E(s) = \frac{1}{T_E s}.$$

Funcția de transfer a elementului de corecție se alege astfel ca să se realizeze algoritmul de reglare respectiv.

Structura unui regulator real se descrie de funcția de transfer:

$$H_{RR}(s) = H_{RI}(s)H_b(s),$$

unde $H_{RR}(s)$ este f.d.t. a regulatorului real, $H_{RI}(s)$ – f.d.t. a algoritmului de reglare ideal (regulatorul ideal) și $H_b(s)$ – f.d.t. a balastului (eroarea la realizarea algoritmului de reglare ideal).

Se prezintă structurile de realizare a algoritmilor de reglare P, PI, PID.

2.5.1 Structura de realizare a algoritmului P

Structura de realizare a algoritmului P se dă în fig. 2.6, iar f.d.t. a regulatorului real P se calculează cu relația:

$$\begin{aligned} H_{RP}(s) &= \frac{k_A \frac{1}{T_E s}}{1 + k_A \frac{1}{T_E s} k_r} = \frac{k_A}{T_E s + k_A k_r} = \frac{k_A / k_A k_r}{\frac{T_E}{k_A k_r} s + \frac{k_A k_r}{k_A k_r}} = \\ &= k_p \frac{1}{T_b s + 1} = H_p(s) H_b(s), \end{aligned}$$

$$\text{unde } H_p(s) = k_A = k_p = \frac{1}{k_r}, H_b(s) = \frac{1}{T_b s + 1}, T_b = \frac{T_E}{k_A k_r}.$$

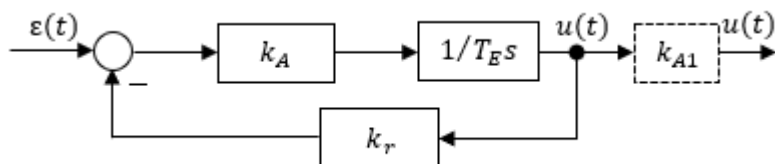


Fig. 2.6. Structura regulatorului real P

Pentru structura regulatorului din fig. 5 cu elementele cu f.d.t. $H_A(s)$ a amplificatorului, $H_E(s)$ a elementului de execuție, $H_r(s)$ în canalul de reacție, atunci f.d.t. $H_e(s)$ echivalentă a structurii, în general, la condiția când $1/(H_A(s)H_E(s)) \ll H_r(s)$ se poate prezenta în forma :

$$H_e(s) = \frac{H_A(s)H_E(s)}{1 \mp H_A(s)H_E(s)H_r(s)} = \frac{1}{\frac{1}{H_A(s)H_E(s)} \mp H_r(s)} \approx \mp \frac{1}{H_r(s)}.$$

Rezultă că f.d.t. echivalentă a acestei conexiuni nu depinde de proprietățile dinamice ale canalului direct, dar depinde numai de proprietățile dinamice ale canalului de reacție. Această idee se utilizează în practica construirii structurilor de realizare a legilor de reglare tipice și, în general, pentru stabilizarea și ridicarea performanțelor sistemului automat.

2.5.2 Structura de realizare a algoritmului PI

Se utilizează patru tipuri de structuri de realizare a algoritmului PI prezentate în fig. 2.7, pentru care se determină f.d.t. a regulatorului real PI și f.d.t. $H_r(s)$ a elementului de corecție din canalul reacției după structurile date utilizând următoarele relații.

Pentru schema a):

$$H_{RR}(s) = \left(k_p + \frac{1}{T_i s}\right) \frac{\frac{1}{T_E s}}{1 + \frac{1}{T_E s} k_r} = \left(k_p + \frac{1}{T_i s}\right) \frac{k_b}{T_b s + 1} = H_{PI}(s) H_b(s),$$

unde $H_{PI}(s) = \left(k_p + \frac{1}{T_i s}\right)$, $k_b = \frac{1}{k_r} H_b(s) = \frac{1}{T_b s + 1}$, $T_b = \frac{T_E}{k_r}$.

Pentru schema b):

$$H_{PI}(s) = \frac{1}{H_r(s)} \frac{1}{k_r}, \quad H_r(s) = \frac{1}{H_{PI}(s)} \frac{1}{k_r} = \frac{1}{k_p + \frac{1}{T_i s}} \frac{1}{k_r} = \frac{T_i s}{k_p k_r T_i s + k_r} =$$

$$= \frac{T_i s}{T_f s + 1} = T_1 s \frac{1}{T_f s + 1},$$

unde $T_1 = \frac{T_i}{k_r}$, $T_f = k_p T_i$.

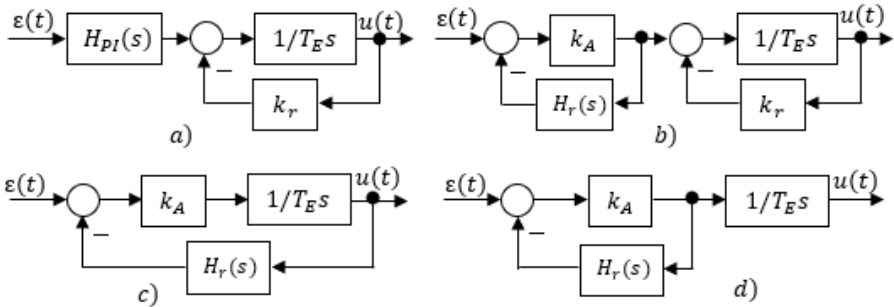


Fig. 2.7. Structuri ale regulatorului real PI

Pentru schema c):

$$H_{RI}(s) = \frac{1}{H_r(s)}, \quad H_r(s) = \frac{1}{H_{PI}(s)} = \frac{1}{k_p + \frac{1}{T_i s}} = \frac{T_i s}{k_p T_i s + 1} = \frac{k T s}{T_f s + 1},$$

unde $k = 1$, $T = T_i$, $T_f = k_p T_i$.

Pentru schema d):

$$H_{PI}(s) = \frac{1}{H_r(s)} \frac{1}{T_E s}, \quad H_r(s) = \frac{1}{H_{PI}(s)} \frac{1}{T_E s} = \frac{1}{k_p + \frac{1}{T_i s}} \frac{1}{T_E s} =$$

$$= \frac{T_i s}{k_p T_i s + 1} \frac{1}{T_E s} = \frac{k}{T s + 1},$$

unde $k = \frac{T_i}{T_E}$, $T = k_p T_i$.

2.5.3 Structura de realizare a algoritmului PID

Se utilizează trei tipuri de structuri de realizare a algoritmului PID care se dau în fig. 2.8.

Se determină f.d.t. a regulatorului real PID după structurile

prezentate mai sus și următoarele relații.

Pentru schema a):

$$H_{RR}(s) = \left(k_p + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{T_f s + 1}\right) \frac{\frac{1}{T_E s}}{1 + \frac{1}{T_E s} k_r} = \left(k_p + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{T_f s + 1}\right) \frac{k_b}{T_b s + 1} = H_{PID}(s) H_b(s),$$

unde $k_b = \frac{1}{k_r}$, $H_b(s) = \frac{1}{T_b s + 1}$, $T_b = \frac{T_E}{k_r}$, $T_f \approx (0,1 \dots 0,125) T_d$.

Pentru schema b):

F.d.t. a componentei derivate reale D este:

$$H_D(s) = \frac{T_d s}{T_f s + 1},$$

$$H_r(s) = \frac{1}{H_{PI}(s)} = \frac{1}{k_p + \frac{1}{T_i s}} = \frac{T_i s}{k_p T_i s + 1} = \frac{T s}{T_1 s + 1},$$

unde $T = T_i$, $T_1 = k_p T_i$.

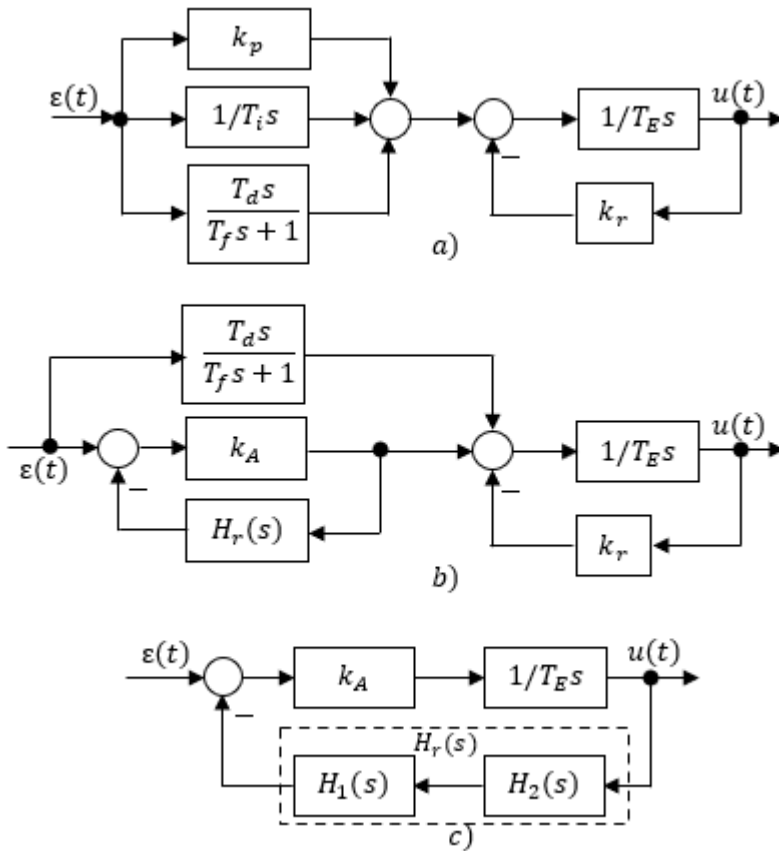


Fig. 2.8. Structuri ale regulatorului real PID

Pentru schema c):

$$H_{PID}(s) = \frac{1}{H_r(s)}, \quad H_r(s) = \frac{1}{H_{PID}(s)} = \frac{T_i s}{T_d T_i s^2 + k_p T_i s + 1} = \frac{Q(s)}{P(s)}$$

Fiindcă răspunsul indicial al algoritmului ideal PID nu este oscilant, atunci numitorul f.d.t. $P(s)$ se prezintă ca un element cu inerție de ordinul doi de forma:

$$P(s) = T_d T_i s^2 + k_p T_i s + 1 = (T_1 s + 1)(T_2 s + 1),$$

unde constantele de timp T_1 și T_2 se determină din relațiile:

$$T_d T_i = T_1 T_2, k_p T_i = T_1 + T_2, T_1 = \frac{T_d T_i}{T_2}, T_2 = k_p T_i - T_1 = k_p T_i - \frac{T_d T_i}{T_2}.$$

Din ultima expresie, după unele transformări, se obține o ecuație algebrică de gradul doi pe necunoscuta T_2 :

$$T_2^2 - k_p T_i T_2 + T_d T_i = 0, T_2 = \frac{k_p T_i \pm \sqrt{(k_p T_i)^2 - 4 T_d T_i}}{2},$$

care se soluționează și se obțin valorile lui T_2 și se calculează valoarea lui T_1 din relația:

$$T_1 = \frac{T_d T_i}{T_2}.$$

Funcția de transfer a regulatorului real se descrie de relația:

$$H_{RR}(s) = \frac{H_A(s)H_A(s)}{1 + H_A(s)H_A(s)H_r(s)} = \frac{k_A \frac{1}{T_E s}}{1 + k_A \frac{1}{T_E s} \frac{T_i s}{T_d T_i s^2 + k_p T_i s + 1}} = \frac{k T_d T_i s^2 + k_p T_i s + 1}{s T_3 s^2 + T_4 s + 1},$$

care este o conexiune serie a elementului integrator cu un element real derivator de ordinul doi cu forțare, unde $k = k_A / (k_A T_i + T_E)$ este coeficientul de transfer, $T_3 = T_d T_i / (k_A T_i + T_E)$ - constanta de timp derivativă, $T_4 = k_p T_i / (k_A T_i + T_E)$ - constanta de timp de filtrare. ■

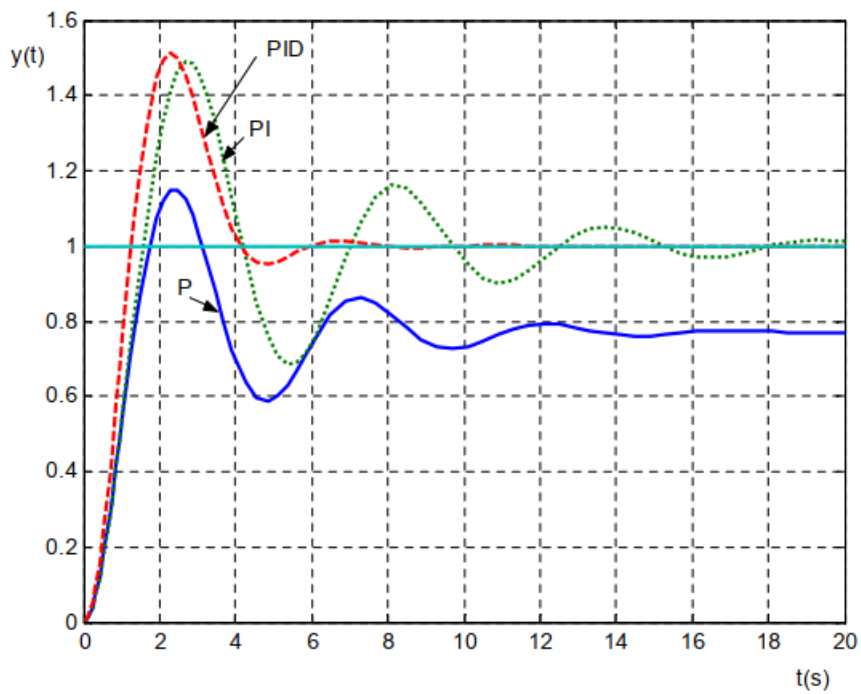
2.6 Conținutul raportului

1. Prezențați ecuațiile diferențiale, funcțiile de transfer, schemele de asamblare ale legilor de reglare ideale P, I, D, PI, ID, PD, PID.

2. Prezențați calculele, schemele de asamblare ale reguletoarelor reale P, PI, PID și răspunsurile indiciale.

3. Comparați răspunsurile indiciale ale legilor ideale și ale reguletoarelor reale P, PI, PID prin suprapunere în aceeași scară.

4. Concluzii.



Lucrarea de laborator nr. 3

METODE EMPIRICE ȘI EXPERIMENTALE DE ACORDARE A ALGORITMILOR DE REGLARE

Obiectivul lucrării: studierea metodelor empirice și experimentale de acordare a algoritmilor de reglare liniari continui la modele de obiecte cu inerție de ordinul unu și doi cu timp mort cu parametri cunoscuți, acordarea parametrilor regulatorului P, PI, PID și și determinarea performanțelor sistemului la acțiunea semnalelor de referință și perturbație.

3.1 Date inițiale

Modelul matematic al obiectului de reglare cu parametrii coeficientul de transfer k , constanta de timp T și timpul mort τ aleși de către student conform numărului variantei din tabelul 1 (lucrarea de laborator nr. 1), care corespunde numărului sub care studentul este înscris în registrul grupei academice.

1. După datele inițiale se prezintă modelul obiectului (partea fixată) cu inerție de ordinul unu cu timp mort cu funcția de transfer (f.d.t.):

$$H_p(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{Ts+1}. \quad (3.1)$$

2. Se determină modelul obiectului de reglare cu întârziere de ordinul doi cu timp mort cu funcția de transfer (vezi calculele de la lucrarea de laborator nr. 1):

$$H_p(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}. \quad (3.2)$$

3.2 Modul de lucru

Schema bloc structurală a sistemului de reglare automată (SRA) continuu cu reacție inversă negativă unitară (fig. 3.1) este alcătuită din modelul matematic al obiectului de reglare cu f.d.t. $H_p(s)$ și regulatorul continuu cu f.d.t. $H_R(s)$.

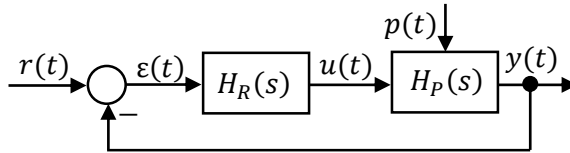


Fig. 3.1. Schema structurală a sistemului de reglare automată

Se cere de efectuat următoarele sarcini.

1. Să se efectueze acordarea algoritmilor de reglare P, PI, PID la modelul obiectului de reglare (3.1) după metode empirice conform tabelului 3.1.

2. Să se asambleze structura sistemului automat conform fig. 3.1 cu modelul (3.1) și algoritmi P, PI, PID respectivi, acordați după metode empirice, aplicați semnalul de intrare treaptă unitară, ridicați răspunsurile indiciale, determinați performanțele sistemului și completând tabelul 3.2.

3. Să se efectueze acordarea algoritmilor P, PI, PID la modelul obiectului de reglare (3.1) și (3.2) după metoda Ziegler-Nichols.

4. Pentru structura sistemului asamblat la p. 2 și cu modelul (3.1) și (3.2) și algoritmi P, PI, PID respectivi, acordați după metoda Ziegler-Nichols, aplicați semnalul de intrare treaptă unitară, ridicați răspunsurile indiciale și determinați performanțele sistemului completând tabelul 3.3.

5. Pentru structura sistemului cu modelul (3.2) și regulatorul PID acordat după metoda Ziegler-Nichols, aplicați semnalul perturbației de tip treaptă unitară, ridicați răspunsul sistemului și determinați performanțele sistemului completând tabelul 3.3.

6. Analizați performanțele sistemului și dați recomandări în privința utilizării metodelor de acordare a reglatoarelor.

3.3 Metode empirice

Pentru modelul obiectului de reglare (3.1) acordarea reglatoarelor P, PI, PID după metodele empirice se efectuează în modul următor:

1. După modelul obiectului (3.1) se determină ce tip de răspuns indicial se dorește în sistemul sintetizat (de tipul 1, 2, 3).

2. Pentru tipul de răspuns indicial determinat în sistem, după relațiile empirice din tabelul 3.1 se calculează valorile parametrilor regulatorului P, PI, PID.

3.4 Metoda Ziegler–Nichols

În cazurile când procesele industriale există sau sunt cunoscute modelele matematice ale părții fixate și, deci, acordarea regulatorului se efectuează în baza criteriilor experimentale. Una din cele mai larg utilizată metodă de acest tip este metoda Ziegler–Nichols [1, 5, 6, 7]. În conformitate cu această metodă, la procesul industrial sau la modelul matematic al procesului se conectează regulatorul PID și se obține structura sistemului în circuit închis dată în figura 3.2.

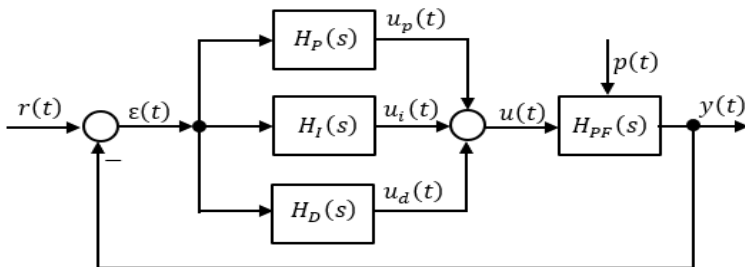


Fig. 3.2. Schema structurală a sistemului automat cu regulatorul PID

Componentele I și D se deconectează: $T_I \rightarrow \infty$, $T_D = 0$. În sistemul obținut se aplică semnalul de intrare treaptă unitară și pentru componenta P treptat se modifică parametrul de acord k_p de la valoarea zero în creștere până se obțin oscilații întreținute ale mărimii de ieșire a sistemului, care este regimul critic al sistemului (fig. 3.4). Pentru regimul critic obținut al sistemului se determină valorile parametrilor critici: valoarea coeficientului critic de transfer al sistemului la limita de stabilitate k_{cr} și perioada oscilațiilor care se determină cu relația $T_p = t_2 - t_1$.

Acordarea optimă a parametrilor de acord ai algoritmilor de reglare P, PI, PID se efectuează în conformitate cu următoarele relații:

Pentru regulatorul P: $k_{popt} = 0.5k_{cr}$.

Pentru regulatorul PI:

$$k_{popt} = 0.45k_{cr}, T_{iopt} = 0.8 T_p, k_{iopt} = \frac{1.25}{T_p}.$$

Pentru legea PID:

$$k_{popt} = 0.6k_{cr}, T_{iopt} = 0.6T_p, k_{iopt} = \frac{1}{T_{iopt}},$$

$$T_{dopt} = 0.1 \dots 0,125T_p.$$

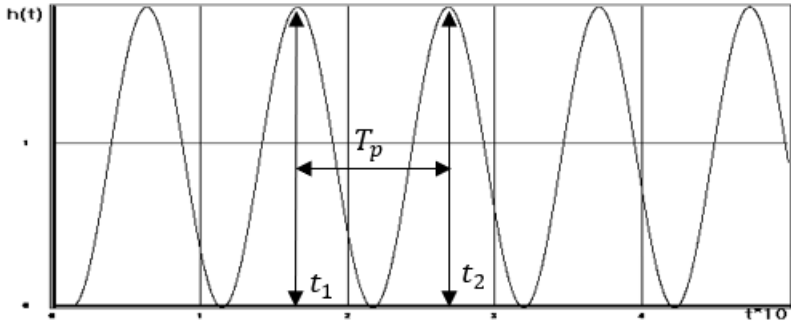


Fig. 3.3. Răspunsul indicial oscilant neamortizat al sistemului

În fig. 3.4 sunt prezentate exemple de răspunsuri indiciale ale sistemului cu regulatorul P, PI, PID.

Efectuarea experimentelor pentru procesele reale presupune însă atingerea limitei de stabilitate, proces care poate dura uneori nepermis de mult sau poate impune funcționarea sistemului într-un regim nefavorabil. În aceste cazuri, metoda Ziegler- Nichols nu se aplică.

Din aceste motive s-au dezvoltat și alte metode pentru acordarea reguletoarelor, evitând inconvenientele metodelor indicate mai sus.

3.4 Conținutul raportului

1. Modelele obiectelor de reglare cu parametrii utilizați.
2. Calculele parametrilor de acord ai reguletoarelor P, PI, PID după metodele empirice și Ziegler-Nichols.
3. Schemele asamblate ale sistemelor automate și răspunsurile indiciale.
4. Analiza performanțelor sistemelor de reglare automată.
5. Concluzii.

Tabelul 3.1. Relațiile empirice de acordare a reguletoarelor P, PI, PID la modelul (3.1)

Tip regulator	Tip de răspuns indicial al sistemului automat		
	Răspuns aperiodic cu durată minimă (1)	Răspuns oscilant cu $\sigma \leq 20\%$ (2)	Răspuns cu criteriul integral minim (3)
P	$k_p = \frac{0.3T}{k\tau}$	$k_p = \frac{0.7T}{k\tau}$	$k_p = \frac{0.9T}{k\tau}$
PI	$k_p = \frac{0.6T}{k\tau}$ $T_i = 0.6T$	$k_p = \frac{0.7T}{k\tau}$ $T_i = 0.7T$	$k_p = \frac{T}{k\tau}$ $T_i = T$
PID	$k_p = \frac{0.95T}{k\tau}$ $T_i = 2.4\tau$ $T_d = 0.4\tau$	$k_p = \frac{1.2T}{k\tau}$ $T_i = 2\tau$ $T_d = 0.4\tau$	$k_p = \frac{1.4T}{k\tau}$ $T_i = 1.3\tau$ $T_d = 0.5\tau$

Tabelul 3.2. Performanțele sistemului cu reguletoarele acordare după metodele empirice la modelul (3.1)

Nr. crt.	Tip regulator	Tip răspuns	Performanțele sistemului automat				
			$\varepsilon, \%$	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	λ
1	P	1					
2		2					
3		3					
4	PI	1					
5		2					
6		3					
7	PID	1					
8		2					
9		3					

Tabelul 3.3. Performanțele sistemului cu reguletoarele acordate după Metoda Z-N la modelul (3.1) și (3.2)

Nr. crt.	Tip model	Tip regulator	Performanțele sistemului automat				
			$\varepsilon, \%$	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	λ
1	(1)	P					
2		PI					
3		PID					
4	(2)	P					
5		PI					
6		PID					

Lucrarea de laborator nr. 4

METODELE MODULUL ȘI GRADULUI DE STABILITATE ȘI SISTEME DE REGLARE ÎN CASCADĂ DE ACORDARE A REGULATOARELOR

Obiectivul lucrării: studierea metodelor modulului, gradului maximal de stabilitate și sisteme de reglare în cascadă de acordare a algoritmilor de reglare liniari continui la modele de obiecte cu inerție de ordinul doi cu timp mort cu parametrii cunoscuți, determinarea parametrilor regulatorului de tipul P, PI, PID; simularea structurii sistemului automat pe calculator, aplicarea semnalelor de referință și perturbație de tip treaptă, ridicarea răspunsului indicial și determinarea performanțelor sistemului.

4.1 Date inițiale

Se consideră modelul părții fixate cunoscut și descris de funcția de transfer de forma:

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}. \quad (4.1)$$

4.2 Enunțuri lucrări

Se cere de efectuat următoarele sarcini:

1. Să se efectueze acordarea algoritmilor de reglare PI, PID la modelul obiectului de reglare (4.1) cu metoda modulului (fig. 4.1).
2. Să se efectueze acordarea algoritmilor tipici PI, PID la modelul obiectului de reglare (4.1) după metoda gradului maximal de stabilitate.
3. Să se efectueze acordarea algoritmilor P, PI, PID la modelul obiectului de reglare (4.1) ca structură de reglare în cascadă cu două contururi (fig. 4.2).
4. Să se asambleze structura sistemului automat conform fig. 4.1 și fig. 4.2 cu modelul (4.1) și algoritmi P, PI, PID respectivi acordați după metodele din pp. 1-3, se aplică semnalul de intrare treaptă unitară, se ridică răspunsul indicial și se determină performanțele sistemului completând tabelul 4.1 și 4.2 respectiv.

5. Analizați performanțele sistemelor și evidențiați metoda pentru care s-au obținut cei mai ridicați indici de calitate ai sistemului.

4.3 Modul de lucru

Se consideră schema bloc structurală a sistemului de reglare automată (SRA) (fig. 4.1) cu reacție inversă negativă unitară alcătuită din modelul matematic al părții fixate cu f.d.t. $H_{PF}(s)$ și regulatorul continuu cu f.d.t. $H_R(s)$.

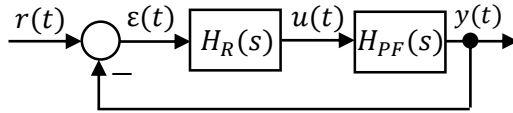


Fig. 4.1. Schema structurală a sistemului automat

4.3.1. Metoda modulului

1.1. Pentru metoda modulului componenta timpului mort a modelului obiectului (4.1) se aproximează cu două elemente identice cu inerție de ordinul unu cu constanta de timp egală cu timpul mort τ și modelul echivalent al obiectului se descrie cu constantele de timp mari T_1, T_2 și constanta de timp mică sumară $T_\Sigma = 2\tau$ dat de relația:

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \approx \frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \frac{1}{(\tau s+1)^2} \approx \frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \frac{1}{2\tau s+1} \quad (4.2)$$

Pentru proiectarea unui regulator de tipul PI f.d.t. are forma:

$$H_R(s) = \frac{\prod_{r=1}^m (\theta_r s + 1)}{\theta s} = \frac{k_p \prod_{r=1}^m (\theta_r s + 1)}{s}, \quad (4.3)$$

iar parametrii de acord ai regulatorului se calculează cu relațiile:

$$\theta_r = T_r, \quad \theta = 2kT_\Sigma, \quad k_p = \frac{1}{\theta} = \frac{1}{2kT_\Sigma}, \quad r = \overline{1, m}. \quad (4.4)$$

Pentru proiectarea unui regulator de tipul PID f.d.t. este de forma:

$$H_R(s) = \frac{k_p(\theta_1 s + 1)(\theta_2 s + 1)}{s(\theta_3 s + 1)}, \quad (4.5)$$

unde parametrii regulatorului se calculează cu relațiile:

$$\theta_1 = T_1, \theta_2 = T_2, \theta_3 \ll \min(T_1, T_2) \approx 0.1 \min(T_1, T_2), k_p = \frac{1}{2kT_\Sigma}, \quad (4.6)$$

unde $T'_\Sigma = T_\Sigma + \theta_3 \ll \min(T_1, T_2)$ este constanta de timp sumară.

1.2. Se simulează sistemul automat cu regulatorul PI, PID, se aplică semnalul de intrare treaptă unitară și se ridică răspunsurile indiciale, după care se determină performanțele și se completează tabelul 4.1.

Tabelul 4.1. Metoda modului de acordare a reguletoarelor la modelul (4.1)

Nr. crt.	Tip regulator	Performanțele sistemului automat				
		$\varepsilon, \%$	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	λ
1	PI					
2	PID					

2.1. Pentru acordarea reguletoarelor PI și PID la modelul (4.1) cu inerție de ordinul doi și timp mort prin metoda GMS se efectuează după următoarele relații.

2.2. Pentru sistemul cu regulatorul PI se determină valoarea numerică minimală a rădăcinii din ecuație algebrică de gradul trei cu necunoscuta J , care este gradul de stabilitate al sistemului proiectat:

$$-c_0 J^3 + c_1 J^2 - c_2 J + c_3 = 0, \quad (4.7)$$

unde $c_0 = a_0 \tau^2$, $c_1 = a_1 \tau^2 + 6a_0 \tau$, $c_2 = a_2 \tau^2 + 4a_1 \tau + 6a_0$, $c_3 = 2a_2 \tau + 2a_1$.

În continuare, se calculează valorile numerice ale parametrilor regulatorului PI după relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}}{k} (a_0 \tau J^3 - (a_1 \tau + 3a_0) J^2 + (a_2 \tau + 2a_1) J - a_2) = f_p(J), \quad (4.8)$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}}{k} J^2 (a_0 \tau J^2 - (a_1 \tau + 2a_0) J + a_0 \tau + a_1) =$$

$$= \frac{e^{-\tau J}}{k} J (a_0 J^2 - a_1 J + a_2) + k_p J = f_i(J).$$

2.3. Pentru sistemul cu regulatorul PID se determină valoarea numerică minimală a rădăcinii din ecuație algebrică de gradul doi cu necunoscuta J , care este gradul de stabilitate al sistemului proiectat:

$$-c_0J^3 + c_1J^2 - c_2J + c_3 = 0, \quad (4.9)$$

unde $c_0 = \tau^3 a_0$, $c_1 = \tau^3 a_1 + 9\tau^2 a_0$, $c_2 = \tau^3 a_2 + 6\tau^2 a_1 + 18\tau a_0$,
 $c_3 = 3\tau^2 a_2 + 6\tau a_1 + 6a_0$.

În continuare, se calculează valorile numerice ale parametrilor regulatorului PID după relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}}{k} (a_0 \tau^2 J^4 - (a_1 \tau^2 + 5a_0 \tau) J^3 + (a_2 \tau^2 + 3\tau a_1 + 3a_0) J^2 - a_2 \tau J - a_2) =$$

$$= \frac{e^{-\tau J}}{k} (a_0 \tau J^3 - (a_1 \tau + 3a_0) J^2 + (a_2 \tau + 2a_1) J - a_2) + 2k_d J = f_p(J), \quad (4.10)$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}}{2k} J^3 (a_0 \tau^2 J^2 - (a_1 \tau^2 + 4a_0 \tau) J + a_2 \tau^2 + 2a_1 \tau + 2a_0) =$$

$$= \frac{e^{-\tau J}}{k} (a_0 J^3 - a_1 J^2 + a_2 J) - k_d J^2 + k_p J = f_i(J),$$

$$k_d = \frac{e^{-\tau J}}{2k} (a_0 \tau^2 J^3 - (a_1 \tau^2 + 6a_0 \tau) J^2 + (a_2 \tau^2 + 4a_1 \tau + 6a_0) J - 2a_2 \tau - 2a_1) = f_d(J).$$

Prin obținerea valorilor parametrilor de acord ai algoritmilor de reglare se încheie procedura de acordare a reguletoarelor la obiectul de reglare cu parametrii cunoscuți.

2.4. Se simulează sistemul automat cu regulatorul PI, PID, se aplică semnalul de intrare treaptă unitară și se ridică răspunsurile indiciale, după care se determină performanțele și se completează tabelul 4.2.

3.1. Pentru sistemul de reglare în cascadă (fig. 4.2) modelul obiectului (4.2) se divizează în două subprocese:

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)} = \frac{ke^{-\tau s}}{T_2s+1} \frac{1}{T_1s+1} = H_1(s)H_2(s), \quad (4.11)$$

Tabelul 4.2. Metoda gradului maximal de acordare a reguletoarelor la modelul (4.1) și (4.2)

Nr. crt.	Tip model	Tip regulator	Performanțele sistemului automat				
			$\varepsilon, \%$	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	λ
1	(4.1)	PI					
2		PID					

unde subprocese sunt $H_1(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_2s+1}$, $H_2(s) = \frac{1}{T_1s+1}$.

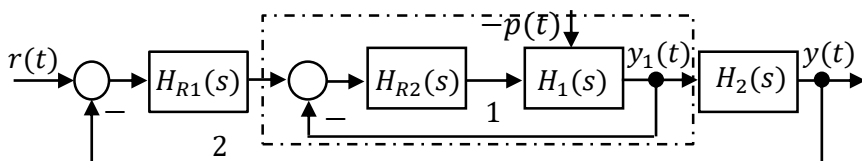


Fig. 4.2. Structura sistemului de reglare în cascadă cu două contururi

În structura sistemului de reglare în cascadă sunt notațiile: $H_{R1}(s)$ este f.d.t. a regulatorului principal, $H_{R2}(s)$ – f.d.t. a regulatorului secundar, 1 – conturul interior, 2 – conturul principal.

3.2. Acordarea reguletoarelor se pornește de la conturul interior. Pentru acordarea reguletoarelor pot fi utilizate metodele Ziegler-Nichols sau metoda gradului maximal de stabilitate. Pentru conturul 1 se recomandă de sintetizat regulatorul P, PI. Pentru conturul 2 se recomandă acordarea regulatorului P, PI, PID cu conturul 1 cu regulatorul P.

3.3. Se simulează sistemul automat cu regulatorul P, PI, PID, se aplică semnalul de intrare treaptă unitară și se ridică răspunsurile indiciale pentru contururile interior și exterior, după care se determină performanțele și se completează tabelul 4.3.

Tabelul 4.3. Performanțele sistemului de reglare în cascadă

Nr. crt.	Tip contur	Tip regulator	Performanțele sistemului automat				
			$\varepsilon, \%$	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	λ
1	1	P					
2		PI					
3		PID					
4	2	P-P					
5		PI-P					
6		PID-P					

4.4 Conținutul raportului

1. Modelele obiectelor de reglare cu parametrii utilizați.
2. Calculele parametrilor reguletoarelor P, PI, PID după metodele

de acordare.

3. Schemele asamblate ale sistemelor automate și răspunsurile indiciale.

4. Analiza performanțelor sistemelor de reglare automată.

5. Concluzii.

Chestionar

1. În ce condiții pentru modelul obiectului descris cu funcția de transfer se aplică metoda modulului la acordarea algoritmilor de reglare?

2. Cum se determină parametrii de acord ai algoritmului de reglare PI după metoda modulului?

3. Cum se determină parametrii de acord ai algoritmului de reglare PID după metoda modulului?

4. Care este esența sistemelor de reglare în cascadă a proceselor?

5. Numiți avantajele și dezavantajele sistemelor de reglare în cascadă?

6. Ce prezintă conturul interior și conturul principal în structuri de sisteme de reglare în cascadă?

Exemplul 1. Se dă modelul obiectului de reglare cu funcția de transfer:

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{Ts+1}$$

cu parametrii $k = 0.3$, $T = 7$ s, $\tau = 2$ s.

Se cere de acordat parametrii regulatorului PI și PID după metoda gradului maximal de stabilitate.

Soluționare.

1.1. Se determină parametrii k_p , k_i regulatorului PI după relațiile (4.7) – (4.8).

Se calculează relația (4.7) ca ecuație algebrică de gradul doi de parametrii modelului obiectului și de necunoscuta gradului maximal de stabilitate J :

$$\begin{aligned} \tau^2 T J^2 - (\tau^2 + 4\tau T)J + 2(\tau + T) &= \\ = 2^2 \cdot 7 J^2 - (2^2 + 4 \cdot 2 \cdot 7)J + 2(2 + 7) &= \\ = 28 J^2 - 60 J + 18 = 0. \end{aligned}$$

Se calculează valoarea minimă $J_{\min} = J_{\text{opt}}$ a rădăcinii reale sau a părții reale a rădăcinii complexe din ecuația pătratică și se obține:

$$J_{\text{opt}} = \frac{60 - \sqrt{60^2 - 4 \cdot 28 \cdot 18}}{2 \cdot 28} = \frac{60}{56} = 1.0714.$$

După expresiile (4.8) se determină parametrii de acord k_p , k_i ai componentei proporționale și integrale:

$$\begin{aligned} k_p = \frac{e^{-\tau J}}{k} (-\tau J^2 + (\tau + 2T)J - 1) &= \frac{e^{-2 \cdot 1.0714}}{0,3} (-2 \cdot 1.0714^2 + \\ + (2 + 2 \cdot 7)1.0714 - 1) &= 5.4140; \end{aligned}$$

$$k_i = \frac{1}{T_i} = \frac{e^{-\tau J}}{k} J^2 (-\tau T J^2 + (\tau + T)) =$$

$$= \frac{e^{-2 \cdot 1.0714}}{0.3} 1.0714^2 (-2 \cdot 7 \cdot 1.0714 + 2 + 7) = -2.6928 \text{ s}^{-1}.$$

Funcția de transfer a regulatorului PI cu datele numerice este:

$$\begin{aligned} H_{PI}(s) &= k_p + \frac{1}{T_i s} = k_p + \frac{k_i}{s} = \frac{k_p s + k_i}{s} = \frac{5.4140s - 2.6928}{s} = \\ &= 5.4140 - \frac{2.6928}{s}. \end{aligned}$$

La regulatorul PI parametrul de acord al componentei integrale are valoare negativă și, rezultă, că acest regulator nu poate fi aplicat în sistem. În acest caz pentru acordarea regulatorului PI se alege altă metodă (de exemplu metoda empirică).

1.2. Se determină parametrii k_p , k_i , k_d regulatorului PID după relațiile (4.9)-(4.10).

Se calculează relația (4.9) ca ecuație algebrică de gradul doi de parametrii modelului obiectului și de necunoscuta gradului maximal de stabilitate J :

$$\begin{aligned} \tau^2 T J^2 - (\tau^2 + 6\tau T)J + 3(\tau + 2T) \\ &= 2^2 \cdot 7J^2 - (2^2 + 6 \cdot 2 \cdot 7)J + 3(2 + 2 \cdot 7) = \\ &= 28J^2 - 88J + 48 = 0. \end{aligned}$$

Se calculează valoarea minimă $J_{\min} = J_{\text{opt}}$ a rădăcinii reale sau a părții reale a rădăcinii complexe din ecuația pătratică și se obține:

$$J_{\text{opt}} = \frac{88 - \sqrt{88^2 - 4 \cdot 28 \cdot 48}}{2 \cdot 28} = 0.7025.$$

După expresiile (4.10) se determină parametrii de acord k_p , k_i , k_d a componentei proporționale, integrale și derivate respective.

Se calculează componenta proporțională P după relația:

$$\begin{aligned} k_p &= \frac{e^{-\tau J}}{k} (-\tau^2 T J^3 + (\tau^2 + 3\tau T)J^2 - \tau J - 1) = \\ &= \frac{e^{-2 \cdot 0.7025}}{0.3} (-2^2 \cdot 7 \cdot 0.7025^3 + \end{aligned}$$

$$+(2^2 + 3 \cdot 2 \cdot 7)0.7025^2 - 2 \cdot 0.7025 - 1) = 24.0020.$$

Se calculează componenta integrală I după relația:

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}}{2k} J^3 (-\tau T J + \tau + 2T) = \frac{e^{-2 \cdot 0.7025}}{2 \cdot 0.3} 0.7025^3 (-2 \cdot 7 \cdot 1.0714 + 2 + 2 \cdot 7) = 0.8742 \text{ s}^{-1}.$$

Se calculează constanta de timp de integrare:

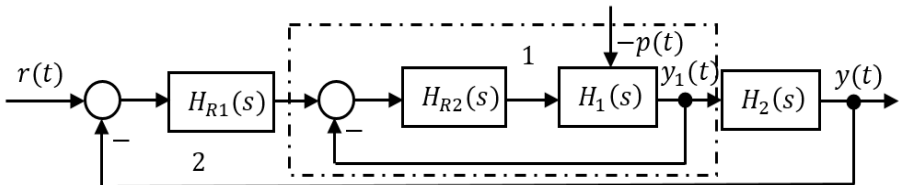
$$T_i = \frac{1}{k_i} = \frac{1}{0.8742} = 1.1439 \text{ s}.$$

Se calculează componenta derivativă D după relația

$$\begin{aligned} k_d = T_d &= \frac{e^{-\tau J}}{2k} (-\tau^2 T J^2 + (\tau^2 + 4\tau T)J - 2(\tau + T)) = \\ &= \frac{e^{-2 \cdot 0.7025}}{2 \cdot 0.3} (-2^2 \cdot 7 \cdot 0.7025^2 + (2^2 + 4 \cdot 2 \cdot 7)0.7025 - 2(2 + 7)) = \\ &= 4.2257 \text{ s}. \end{aligned}$$

Funcția de transfer a regulatorului PID cu datele numerice este:

$$\begin{aligned} H_{PID}(s) &= k_p + \frac{1}{T_i s} + T_d s = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s} = \\ &= \frac{4.2257 s^2 + 24.0020 s + 0.8742}{s} = 24.0020 + \frac{1}{1.1439 s} + 4.2257 s. \end{aligned}$$



Lucrarea de laborator nr. 5

METODE DE ACORDARE A ALGORITMULUI PID NUMERIC DE REGLARE

Obiectivul lucrării: studierea metodelor de acordare a algoritmilor PID numerici de reglare la modele de obiecte cu inerție și timp mort cu parametrii cunoscuți, determinarea parametrilor regulatorului PID numeric, asamblarea structurii sistemului automat pe calculator, aplicarea semnalelor de referință și perturbație de tip treaptă, ridicarea proceselor tranzitorii și determinarea performanțelor sistemului.

5.1 Date inițiale

După datele inițiale se prezintă modelul obiectului de reglare cu inerție de ordinul doi și timp mort cu funcția de transfer (vezi calculele de la lucrarea de laborator nr. 1):

$$H_P(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}. \quad (5.1)$$

Algoritmul PID continuu se descrie cu funcția de transfer de forma:

$$H_{PID}(s) = k_p + \frac{1}{T_i s} + T_d s = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s}, \quad (5.2)$$

unde k_p , T_i , k_i , T_d , k_d sunt parametrii de acord ai algoritmilor de reglare respectivi ai componentelor proporțională P, integrativă I și derivativă D.

5.2 Modul de lucru (Enunțurile lucrărilor)

Se cere de efectuat următoarele sarcini:

1. Să se determine perioada de eșantionare T a sistemului automat după relația bazată pe proprietățile dinamice ale modelului obiectului de reglare (5.1) din condiția:

$$T \approx 0.1(\min\{T_1, T_2\} + \tau). \quad (5.3)$$

2. Să se efectueze acordarea parametrilor algoritmului PID numeric la modelul obiectului de reglare (5.1) utilizând parametrii k_p , T_i , k_i , T_d , k_d algoritmului PID continuu (5.2), determinați în lucrările de laborator nr. 3 și 4, alegând valorile optime și perioada de eșantionare T calculată cu relația (5.3).

3. Pentru discretizarea relației (5.2) utilizați metodele de aproximare numerică: metoda dreptunghiului în avans (MDA), metoda dreptunghiului în întârziere (MDÎ) și metoda trapezului (MT), care exprimă legătura dintre variabila complexă s în transformata Laplace și variabila complexă z date de următoarele relații:

1. Metoda dreptunghiului în avans (MDA):

$$s \approx \frac{z-1}{T} = \frac{1-z^{-1}}{Tz^{-1}}. \quad (5.4)$$

2. Metoda dreptunghiului în întârziere (MDÎ):

$$s \approx \frac{z-1}{Tz} = \frac{1}{T}(1 - z^{-1}). \quad (5.5)$$

3. Metoda trapezului (MT):

$$s \approx \frac{2(z-1)}{T(z+1)} = \frac{2(1-z^{-1})}{T(1+z^{-1})}. \quad (5.6)$$

4. Să se asambleze structura sistemului cu modelul obiectului de reglare cu algoritmul PID numeric (fig. 5.1) pentru trei metode de aproximare MDA, MDÎ, MT și elementul de reținere cu funcția de transfer:

$$H_{ER}(s) = \frac{1}{s}(1 - e^{-Ts}). \quad (5.7)$$

5. Să se aplice semnalul de intrare treaptă unitară și perturbație, se ridică răspunsul indicial al sistemului, se determină performanțele sistemului și se completează tabelul 5.1.

6. Analizați performanțelor sistemului automat cu regulator PID numeric și dați recomandări în privința utilizării metodelor de aproximare.

Tabelul 5.1. Performanțele sistemului automat

Nr. crt.	Tip regulator numeric	Performanțele sistemului automat				
		ε , %	t_c , s	σ , %	t_r , s	λ
1	PID MDA					
2	PID MDÎ					
3	PID MT					

5.3 Conținutul raportului

1. Modelul obiectului de reglare, modelul elementului de reținere, modelele algoritmului PID continuu și numeric cu parametrii utilizați.
2. Calculele perioadei de eșantionare și a parametrilor regulatorului PID numeric după metodele de aproximare MDA, MDÎ, MT.
3. Schema de simulare a sistemului numeric de reglare automată.
4. Răspunsurile indiciale și analiza performanțelor sistemului numeric de reglare automată.
5. Concluzii.

5.4 Chestionar

1. Ce este perioada de eșantionare și cum se calculează perioada de eșantionare?
2. Ce funcție are elementul de reținere de ordin zero în structura sistemului numeric?
3. Ce prezintă metodele de aproximare: metoda dreptunghiului în avans, metoda dreptunghiului în întârziere și metoda trapezului?
4. Care dintre aceste metode are o precizie mai ridicată?
5. Cum se calculează parametrii de acord ai regulatorului PID numeric?
6. Perioada de eșantionare este parametru de acord al regulatorului PID numeric?

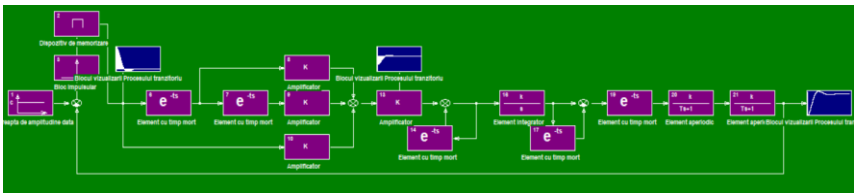
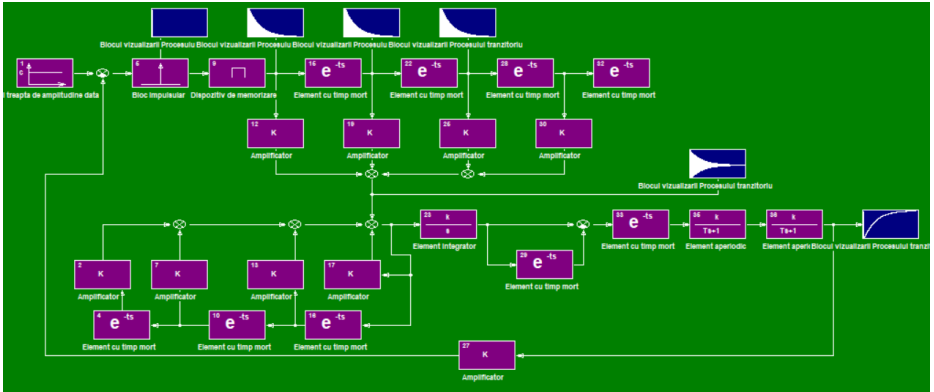
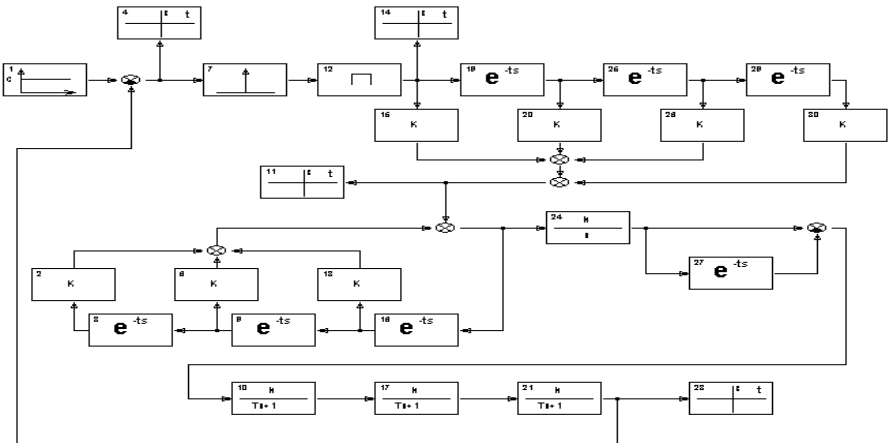


Fig. 5.1. Structura informațională de simulare a sistemului numeric



Lucrarea de laborator nr. 6

METODA RĂSPUNSULUI IMPUS

Obiectivul lucrării: studierea metodelor răspunsului impus de acordare a algoritmilor numerici de reglare la modele de obiecte cu inerție și timp mort cu parametrii cunoscuți: metoda timpului finit - algoritmul normal, extins și timpul minim.

6.1 Date inițiale

După datele inițiale se prezintă modelul matematic al obiectului de reglare cu inerție de ordinul doi și timp mort cu funcția de transfer cu parametrii dați (vezi calculele de la lucrarea de laborator nr. 1):

$$H_P(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}. \quad (6.1)$$

6.2 Sarcinile de realizare

Se cere de efectuat următoarele sarcini.

1. Să se determine perioada de eșantionare T a sistemului după relația recomandată de metodele răspunsului impus și modelul obiectului.

2. Să se determine parametrii algoritmului normal.

3. Să se determine parametrii algoritmului extins.

4. Să se determine parametrii algoritmului timpului minimal.

5. Să se asambleze structura sistemului automat conform modelului obiectului și algoritmul numeric (fig. 6.1) pentru cele trei metode și elementul de reținere de ordin zero cu funcția de transfer:

$$H_{ER}(s) = \frac{1}{s}(1 - e^{-Ts}). \quad (6.2)$$

6. Să se aplice semnalul de intrare treaptă unitară și/sau perturbație, se ridică răspunsurile indiciale ale sistemului numeric închis și determinați performanțele sistemului automat, completând tabelul 6.1.

7. Analizați performanțele sistemului automat cu algoritmi numerici studiați și dați recomandări în privința utilizării acestor algoritmi.

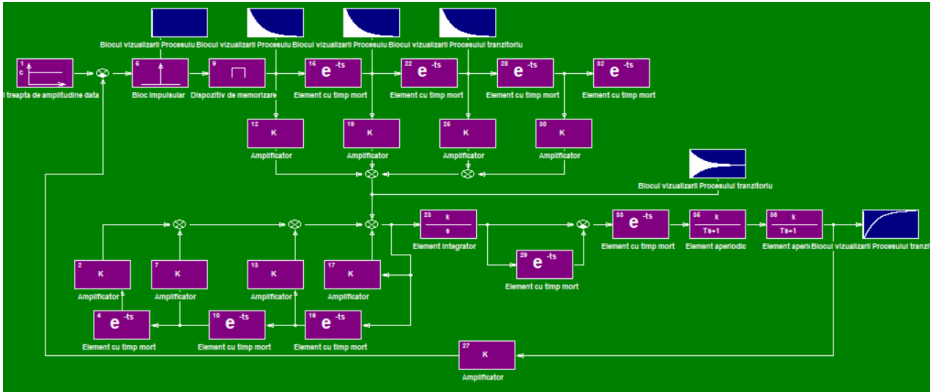


Fig. 6.1. Structura informațională a sistemului automat numeric

6.3 Aspecte teoretice și indicații metodice

1. *Se sintetizează algoritmul normal de reglare numerică.*

1.1. Se determină perioada de eșantionare T din relațiile:

$$\frac{T}{T_{\Sigma}} \geq 0.36 \text{ sau } \frac{T}{T_{95\%}} \geq 0.18, \quad (6.3)$$

unde mărimea T_{Σ} este suma constantelor de timp ale modelului obiectului (6.1), iar $T_{95\%}$ – timpul de atingere a 95% din valoarea răspunsului indicial al obiectului.

1.2. Se determină componenta discretă a timpului mort în transformata z :

$$Z\{e^{-\tau s}\} = z^{-d}, \quad d = \frac{\tau}{T}, \quad (6.4)$$

unde mărimea $d = 0, 1, 2, \dots$ este un număr întreg de perioade de eșantionare.

1.3. Se determină modelul discret al părții continue, alcătuită din elementul de reținere (6.2) înseriat cu modelul obiectului de reglare (6.1)), utilizând metoda de aproximare MDA, MDÎ, MT (pe variante care se numesc de cadrul didactic):

$$H_{EP}(s) = H_{ER}(s)H_P(s). \quad (6.5)$$

Exemplul 1. Se prezintă exemplu de calcul aproximativ al funcției de transfer $H_{EP}(s)$ a părții continue aplicând metoda trapezului:

$$\begin{aligned}
H_{EP}(z) &= Z\{H_{ER}(s)H_P(s)\} = Z\left\{\frac{1-e^{-Ts}}{s} \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}\right\} = \\
&= z^{-d}(1-z^{-1})Z\left\{\frac{k}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}\right\} = \\
&= z^{-d}(1-z^{-1})Z\left\{\frac{k}{T_1T_2s^3+(T_1+T_2)s^2+s}\right\} = \\
&= z^{-d}(1-z^{-1})Z\left\{\frac{k}{T_1T_2\left(\frac{z-1}{T(z+1)}\right)^3+(T_1+T_2)\left(\frac{z-1}{T(z+1)}\right)^2+\frac{z-1}{T(z+1)}}\right\} = \\
&= z^{-d}\frac{b_0z^3+b_1z^2+b_2z+b_3}{z^2-a_1z+a_2} = z^{-d}\frac{B(z)}{A(z)} = \\
&= z^{-d}\frac{b_0+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}+b_3z^{-3}}{1-a_1z^{-1}+a_2z^{-2}} = z^{-d}\frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{y(z^{-1})}{u(z^{-1})}, \tag{6.6}
\end{aligned}$$

unde coeficienții se calculează după relațiile:

$$\begin{aligned}
b_0 &= \frac{kT^3}{8T_1T_2+4T(T_1+T_2)+2T^2}, & b_1 &= \frac{3kT^3}{8T_1T_2+4T(T_1+T_2)+2T^2}, \\
b_2 &= \frac{3kT^3}{8T_1T_2+4T(T_1+T_2)+2T^2}, & b_3 &= \frac{kT^3}{8T_1T_2+4T(T_1+T_2)+2T^2}, \\
a_1 &= \frac{16T_1T_2+4T^2}{8T_1T_2+4T(T_1+T_2)+2T^2}, & a_2 &= \frac{8T_1T_2-4T(T_1+T_2)+2T^2}{8T_1T_2+4T(T_1+T_2)+2T^2}.
\end{aligned}$$

Ordinul modelului discret al obiectului este $m = 2 + d$.

1.4. Se determină algoritmul normal de reglare cu perioada de eșantionare T calculată și modelul obiectului discret (6.6), descris cu funcția de transfer de forma:

$$\begin{aligned}
H_R(z^{-1}) &= \frac{u(z^{-1})}{\varepsilon(z^{-1})} = \frac{q_0A(z^{-1})}{1-q_0B(z^{-1})} = \frac{Q(z^{-1})}{1-P(z^{-1})} = \\
&= \frac{q_0+q_1z^{-1}+q_2z^{-2}+\dots+q_mz^{-m}}{1-(p_1z^{-1}+p_2z^{-2}+\dots+p_mz^{-m})}. \tag{6.7}
\end{aligned}$$

1.5. Se determină parametrii algoritmului normal (6.7) după relațiile:

$$q_i = a_i q_0, i = \overline{1, m} \text{ și } p_j = b_j q_0, j = \overline{1, m}. \quad (6.8)$$

Parametrul q_0 este comanda la momentul inițial de timp:

$$q_0 = u(0) = \frac{p_1}{b_1}, \quad (6.9)$$

care se calculează cu expresia:

$$q_0 = \frac{1}{b_1 + b_2 + \dots + b_m} = \frac{1}{\sum_{j=1}^m b_j}. \quad (6.10)$$

1.6. Algoritmul normal calculat se descrie de funcția de transfer:

$$H_R(z^{-1}) = \frac{u(z^{-1})}{\varepsilon(z^{-1})} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + \dots + q_m z^{-m}}{1 - p_1 z^{-1} - p_2 z^{-2} - \dots - p_m z^{-m}}. \quad (6.11)$$

2. Se sintetizează algoritmul extins de reglare numerică.

2.1. Se determină perioada de eșantionare T din relațiile:

$$\frac{T}{T_\Sigma} \geq 0.22 \text{ sau } \frac{T}{T_{95\%}} \geq 0.11, \quad (6.12)$$

unde mărimea T_Σ este suma constantelor de timp ale modelului obiectului (6.1), iar $T_{95\%}$ – timpul de atingere a 95% din valoarea răspunsului indicial al obiectului.

2.2. Se determină componenta discretă a timpului mort în transformata z :

$$Z\{e^{-\tau s}\} = z^{-d}, \quad d = \frac{\tau}{T}, \quad (6.13)$$

unde mărimea $d = 0, 1, 2, \dots$ este un număr întreg de perioade de eșantionare.

2.3. Se determină modelul discret al părții continue (6.5), utilizând metoda de aproximare MDA, MDÎ (după variante numite de cadrul didactic) cu perioada de eșantionare T calculată cu relația la (6.12), care va fi adus la forma standard:

$$\begin{aligned} H_{EP}(z) &= z^{-d} \frac{B(z)}{A(z)} = z^{-d} \frac{b_0 z^2 - b_1 z + b_2}{z^2 - a_1 z + a_2} = z^{-d} \frac{b_0 - b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 - a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} = \\ &= \frac{b_0 z^{-d} - b_1 z^{-(1+d)} + b_2 z^{-(2+d)}}{1 - a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} = z^{-d} \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{y(z^{-1})}{u(z^{-1})}. \end{aligned} \quad (6.14)$$

2.6. Se determină f.d.t. a algoritmului extins calculat:

$$H_R(z^{-1}) = \frac{u(z^{-1})}{\varepsilon(z^{-1})} = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + \dots + q_{m+1} z^{-(m+1)}}{1 - p_1 z^{-1} - p_2 z^{-2} - \dots - p_{m+1} z^{-(m+1)}}. \quad (6.18)$$

3. Se determină algoritmul timpului minim.

3.1. În acest caz modelul discret al obiectului se recomandă de ales de la cazul algoritmului normal sau a algoritmului extins.

3.2. Funcția de transfer $H_0(z^{-1})$ a sistemului numeric închis la acțiunea semnalului treaptă unitară discretă se alege de tipul:

$$H_0(z^{-1}) = \frac{u(z^{-1})}{\varepsilon(z^{-1})} = z^{-1}, z^{-2}, z^{-3} \dots \quad (6.19)$$

astfel ca algoritmul sintetizat să fie fizic realizabil.

Dacă este construită f.d.t. discretă $H_0(z^{-1})$ a sistemului automat închis pentru semnalul de intrare specificat și este cunoscută f.d.t. discretă $H_{EP}(z^{-1})$ a părții continue, atunci se calculează f.d.t. discretă a algoritmului de reglare după relația:

$$H_R(z^{-1}) = \frac{H_0(z^{-1})}{1 - H_0(z^{-1})} \frac{1}{H_{EP}(z^{-1})} = \frac{H_0(z^{-1})}{1 - H_0(z^{-1})} \frac{A(z^{-1})}{B(z^{-1})}.$$

Astfel, răspunsul sistemului automat numeric este minimal pentru referința considerată, iar performanțele sunt optime.

4 Conținutul raportului

1. Modelele obiectului de reglare în formă discretă cu perioadele de eșantionare calculate conform algoritmilor de reglare.

2. Modelele algoritmului numeric normal, extins și a timpului minim cu parametrii calculați.

3. Schema de simulare a sistemului automat numeric cu acțiunea semnalelor de referință și a perturbației.

4. Răspunsurile indiciale ale sistemului numeric pentru acțiunea referinței și a perturbației.

5. Analiza performanțelor sistemului numeric de reglare automată

la acțiunea referinței și a perturbației.

7. Concluzii.

8.

Tabelul 6.1. Performanțele sistemului numeric

Nr. crt.	Tip algoritm	Performanțele sistemului numeric				
		ε , %	t_c , s	σ , %	t_r , s	λ
1	Normal					
2	Extins					
3	Timp minim					

Lucrarea de laborator nr. 7

ACORDAREA REGULATOARELOR ÎN SISTEME MULTIVARIABILE

Obiectivul lucrării: studierea metodelor de acordare a reguletoarelor numerice în sisteme multivariabile de reglare noninteractivă cu decuplarea sistemului deschis și închis, calculul parametrilor de acord ai reguletoarelor principale și de decuplare, simularea sistemului pe calculator și ridicarea răspunsurilor indiciale ale sistemului cu determinarea performanțelor.

7.1 Date inițiale

Se prezintă modelul obiectului multivariabil de dimensiunea 2×2 cu inerție de ordinul unu descris de sistemul de ecuații operaționale în domeniul timpului continuu de forma:

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{vmatrix} &= \begin{bmatrix} H_{11}(s) & H_{12}(s) \\ H_{21}(s) & H_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{vmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{vmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{k_{11}}{T_{11}s+1} & \frac{k_{12}}{T_{12}s+1} \\ \frac{k_{21}}{T_{21}s+1} & \frac{k_{22}}{T_{22}s+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{0.5}{10s+1} & 0 \\ \frac{0.2}{7s+1} & \frac{0.9}{15s+1} \end{bmatrix} \begin{vmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{vmatrix} \end{aligned}$$

sau în forma vector-matriceală:

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{H}_p(s)\mathbf{u}(s),$$

unde $\mathbf{y}(s) = [y_1(s), y_2(s)]$ este vectorul mărimii de ieșire cu două componente, $\mathbf{H}_p(s)$ – matricea părții fixate a procesului multivariabil de dimensiunea 2×2 cu două intrări și două ieșiri, $\mathbf{u}(s) = [u_1(s), u_2(s)]$ – vectorul de intrare, $H_{11}(s)$ și $H_{22}(s)$ – funcțiile de transfer pe canalele directe, $H_{12}(s)$ și $H_{21}(s)$ – funcțiile de transfer pe canalele de interacțiune, k_{11} și k_{22} – coeficienții de transfer pe canalele directe, k_{12} și k_{21} – coeficienții de transfer pe canalele de interacțiune, T_{11} și T_{22} – constantele de timp pe canalele directe, T_{12} și T_{21} – constantele de timp pe canalele de interacțiune.

7.2 Sarcina

1. Să se determine modelul matematic discret al părții fixate.

2. Să se proiecteze un sistem de reglare noninteractivă cu decuplare în circuit deschis care să asigure celor două mărimi de ieșire reglate $y_1(t)$ și $y_2(t)$ un răspuns indicial minimal la semnale de intrare treaptă și să se construiască structura sistemului de reglare.

3. Să se proiecteze un sistem de reglare noninteractivă cu decuplare în circuit închis și algoritmul de reglare pe calea de reacție care să asigure celor două mărimi de ieșire reglate $y_1(t)$ și $y_2(t)$ un răspuns indicial fără suprareglare la semnal de intrare treaptă cu constantele de timp T_1 și T_2 . Să se construiască structura sistemului de reglare.

7.3 Modul de lucru

1. Se calculează modelul matematic discret al părții fixate cu perioada de eșantionare $T = 1$ s utilizând metoda de aproximare a dreptunghiului cu întârziere și se obține:

$$H_P(z^{-1}) = \begin{bmatrix} \frac{b_{11}}{1+a_{11}z^{-1}} & 0 \\ \frac{b_{12}}{1+a_{12}z^{-1}} & \frac{b_{22}}{1+a_{22}z^{-1}} \end{bmatrix},$$

unde parametrii procesului se prezintă:

$$b_{11} = \frac{Tk_{11}}{T_{11}+T} = \frac{1 \cdot 0.5}{10+1} = 0.0454, \quad a_{11} = \frac{T_{11}}{T_{11}+T} = \frac{10}{10+1} = 0.909,$$

$$b_{12} = \frac{Tk_{21}}{T_{21}+T} = \frac{1 \cdot 0.2}{7+1} = 0.025, \quad a_{12} = \frac{T_{21}}{T_{21}+T} = \frac{7}{7+1} = 0.875,$$

$$b_{22} = \frac{Tk_{22}}{T_{22}+T} = \frac{1 \cdot 0.9}{15+1} = 0.0563, \quad a_{22} = \frac{T_{22}}{T_{22}+T} = \frac{15}{15+1} = 0.9375.$$

Astfel, pentru mărimile $y_1(z^{-1})$ a canalului unu și $y_2(z^{-1})$ a canalului doi se obțin ecuațiile operaționale:

$$y_1(z^{-1}) = \frac{b_{11}}{1-a_{11}z^{-1}} u_1(z^{-1}) = \frac{0.0454}{1-0.909z^{-1}} u_1(z^{-1}),$$

$$y_2(z^{-1}) = \frac{b_{12}}{1-a_{12}z^{-1}} u_1(z^{-1}) + \frac{b_{22}}{1-a_{22}z^{-1}} u_2(z^{-1}) =$$

$$= \frac{0.025}{1-0.875z^{-1}} u_1(z^{-1}) + \frac{0.0563}{1-0.9375z^{-1}} u_2(z^{-1}).$$

2. Se prezintă matricea de transfer a sistemului deschis decuplat:

$$H_d(z^{-1}) = \begin{bmatrix} H_{11}(z^{-1})H_{R1}(z^{-1}) & 0 \\ 0 & H_{22}(z^{-1})H_{R2}(z^{-1}) \end{bmatrix}.$$

Regulatele principale $H_{R1}(z^{-1})$ și $H_{R2}(z^{-1})$ se proiectează după bucele monovariabile obținute după decuplare, considerând un răspuns minimal fără suprareglare la semnal treaptă discretă. Astfel, pentru f.d.t. ale sistemelor monovariabile închise vor avea ordinul $n = 1$ și forma:

$$H_{011}(z^{-1}) = H_{022}(z^{-1}) = z^{-1}.$$

Matricea de transfer a sistemului multivariabil este de forma:

$$H_0(z^{-1}) = \begin{bmatrix} H_{011}(z^{-1}) & 0 \\ 0 & H_{022}(z^{-1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z^{-1} & 0 \\ 0 & z^{-1} \end{bmatrix}.$$

Pentru acest caz problema reglării este rezolvată fiindcă $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$ la condiția $H_{011}(1) = H_{011}(1) = 1$. Deoarece sunt cunoscute f.d.t. $H_{011}(z^{-1})$ și $H_{022}(z^{-1})$, atunci se calculează f.d.t. ale algoritmilor de reglare principali pe canalele unu și doi care se prezintă cu relațiile:

$$\begin{aligned} H_{R1}(z^{-1}) &= \frac{H_{011}(z^{-1})}{1-H_{011}(z^{-1})} \frac{1}{H_{11}(z^{-1})} = \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}} \frac{1+a_{11}z^{-1}}{b_{11}} = \\ &= \frac{z^{-1}+a_{11}z^{-2}}{b_{11}-b_{11}z^{-1}} = \frac{z^{-1}-0.909z^{-2}}{0.0454-0.0454z^{-1}} = \frac{22.0264z^{-1}-20.0220z^{-2}}{1-z^{-1}}, \\ H_{R2}(z^{-1}) &= \frac{H_{022}(z^{-1})}{1-H_{022}(z^{-1})} \frac{1}{H_{22}(z^{-1})} = \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}} \frac{1-a_{22}z^{-1}}{b_{22}} = \\ &= \frac{z^{-1}+a_{22}z^{-2}}{b_{22}-b_{22}z^{-1}} = \frac{z^{-1}-0.9375z^{-2}}{0.0563-0.0563z^{-1}} = \frac{17.762z^{-1}-16.6518z^{-2}}{1-z^{-1}}. \end{aligned}$$

Deoarece procesul are forma canonică P, atunci pentru regulatele de decuplare se alege forma canonică V și f.d.t. ale regulatelelor au forma:

$$H_{R12}(z^{-1}) = -\frac{H_{12}(z^{-1})}{H_{22}(z^{-1})} = -\frac{b_{12}(1-a_{22}z^{-1})}{b_{22}(1-a_{12}z^{-1})} = \frac{-b_{12}+b_{12}a_{22}z^{-1}}{b_{22}-b_{22}a_{12}z^{-1}} =$$

$$= \frac{-0.025 + 0.025 \cdot 0.9375z^{-1}}{0.0563 - 0.0563 \cdot 0.875z^{-1}} = \frac{-0.025 + 0.0234z^{-1}}{0.0563 - 0.04935z^{-1}} = \frac{-0.4440 + 0.4156z^{-1}}{1 - 0.875z^{-1}},$$

$$H_{R21}(z^{-1}) = -\frac{H_{21}(z^{-1})}{H_{11}(z^{-1})} = -\frac{0}{H_{11}(z^{-1})} = -0.$$

Structura sistemului multivariabil proiectat se dă în fig. 7.1.

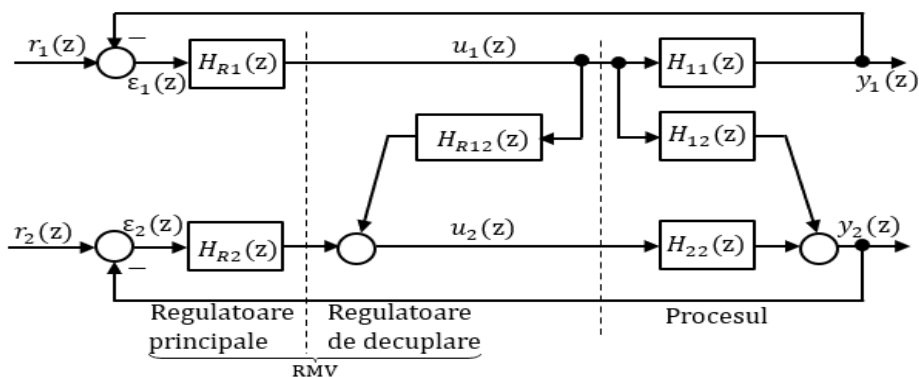


Fig. 7.1. Structura sistemului multivariabil proiectat la punctul 2

S-a simulat pe calculator sistemul multivariabil de reglare noninteractivă cu decuplare a sistemului deschis (fig. 7.2) și răspunsurile indiciale ale sistemului sunt date în fig. 7.3 (canalele fără interacțiuni, timpul de creștere și de reglare pe canalul unu $t_{1c} = t_{1r} = 25.25$ s, iar pe canalul doi - $t_{2c} = t_{2r} = 25.03$ s.), fig. 7.4 (canalele cu decuplare, timpul de creștere și de reglare pe canalul unu $t_{1c} = t_{1r} = 12.47$ s, iar pe canalul doi - $t_{2c} = t_{2r} = 40.19$ s).

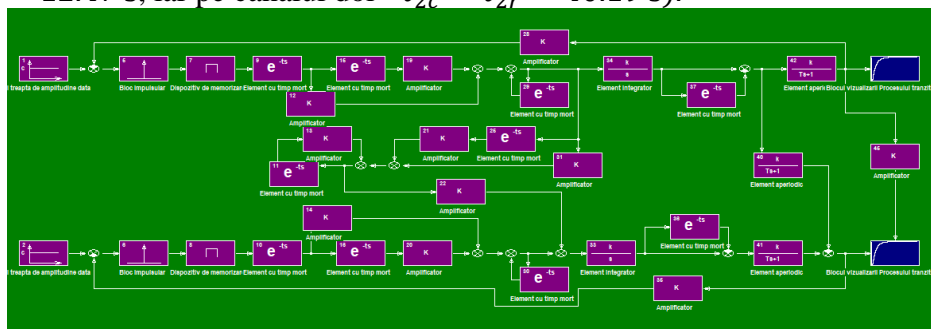


Fig. 7.2. Structura informațională a sistemului multivariabil proiectat la punctul 2

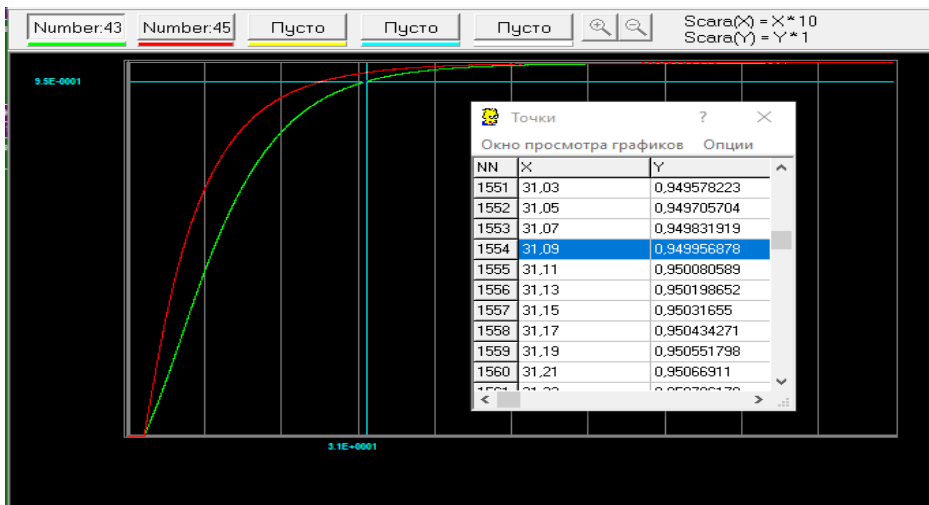


Fig. 7.3. Răspunsurile indiciale ale sistemului multivariabil cu interacțiuni

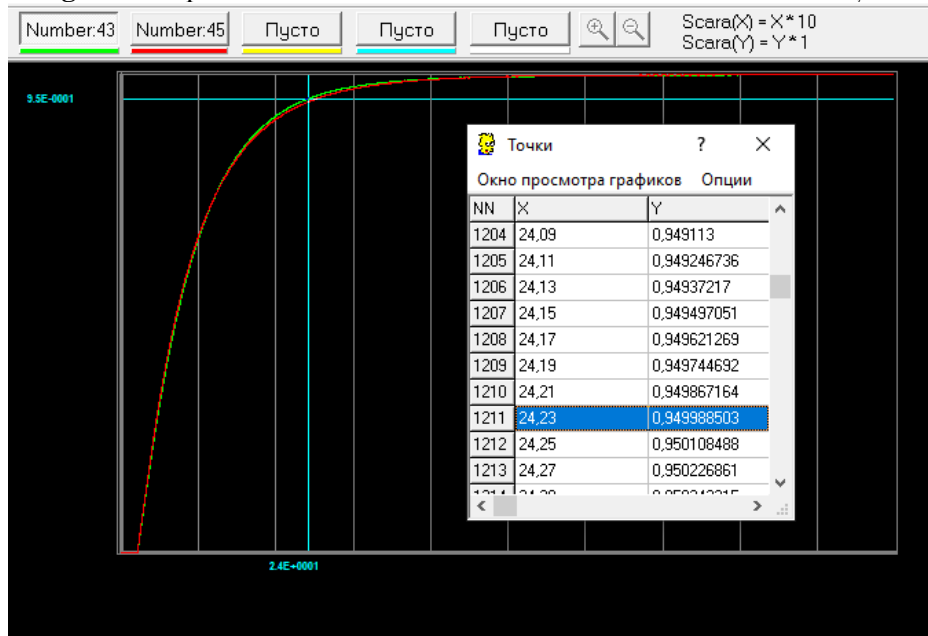


Fig. 7.4. Răspunsurile sistemului multivariabil cu decuplare

3. Proiectarea sistemului multivariabil de reglare noninteractivă cu decuplare în buclă închisă cu răspunsuri aperiodice cu constante de timp $T_1 = 15$ s și $T_2 = 20$ s cu f.d.t. de forma:

$$H_{011}(s) = \frac{1}{T_1 s + 1} = \frac{1}{15s + 1} \text{ și } H_{022}(s) = \frac{1}{T_2 s + 1} = \frac{1}{20s + 1}.$$

Funcțiile de transfer $H_{011}(s)$ și $H_{022}(s)$ se discretizează cu metoda dreptunghiului în întârziere cu perioada de eșantionare $T = 1$ s, care vor avea forma:

$$H_{011}(z^{-1}) = \frac{c_{11}}{1 - d_{11}z^{-1}} = \frac{0.0625}{1 - 0.9375z^{-1}},$$

$$H_{022}(z^{-1}) = \frac{c_{22}}{1 - d_{22}z^{-1}} = \frac{0.0476}{1 - 0.9524z^{-1}}$$

$$\text{cu } c_{11} = \frac{T}{T_1 + T} = \frac{1}{15 + 1} = 0.0625, c_{22} = \frac{T}{T_2 + T} = \frac{1}{20 + 1} = 0.0476,$$

$$d_{11} = \frac{T_1}{T_1 + T} = \frac{15}{15 + 1} = 0.9375, d_{22} = \frac{T_2}{T_2 + T} = \frac{20}{20 + 1} = 0.9524.$$

Matricea de transfer a sistemului multivariabil este:

$$H_0(z^{-1}) = \begin{bmatrix} \frac{c_{11}}{1 - d_{11}z^{-1}} & 0 \\ 0 & \frac{c_{22}}{1 - d_{22}z^{-1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{0.0625}{1 - 0.9375z^{-1}} & 0 \\ 0 & \frac{0.0476}{1 - 0.9524z^{-1}} \end{bmatrix}.$$

Se inversează matricele procesului și a sistemului multivariabil:

$$H_P^{-1}(z^{-1}) = \frac{(1 - a_{11}z^{-1})(1 - a_{22}z^{-1})}{b_{11}b_{22}} \begin{bmatrix} \frac{b_{22}}{1 - a_{22}z^{-1}} & 0 \\ \frac{b_{12}}{1 - a_{12}z^{-1}} & \frac{b_{11}}{1 - a_{11}z^{-1}} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{(1 - a_{11}z^{-1})}{b_{11}} & 0 \\ \frac{b_{12}(1 - a_{11}z^{-1})(1 - a_{22}z^{-1})}{b_{11}b_{22}} & \frac{1 - a_{22}z^{-1}}{b_{22}} \end{bmatrix},$$

$$H_0^{-1}(z^{-1}) = \begin{bmatrix} \frac{1 - d_{11}z^{-1}}{c_{11}} & 0 \\ 0 & \frac{1 - d_{22}z^{-1}}{c_{22}} \end{bmatrix}.$$

Algoritmul de reglare multivariabil se calculează cu relația:

$$H_R(z^{-1}) = H_0^{-1}(z^{-1}) - H_P^{-1}(z^{-1}) =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1-d_{11}z^{-1}}{c_{11}} - \frac{1-a_{11}z^{-1}}{b_{11}} & 0 \\ \frac{b_{12}(1-a_{11}z^{-1})(1-a_{22}z^{-1})}{b_{11}b_{22}(1-a_{12}z^{-1})} & \frac{1-d_{22}z^{-1}}{c_{22}} - \frac{1-a_{22}z^{-1}}{b_{22}} \end{bmatrix},$$

de unde se obțin f.d.t. ale reguletoarelor principale care au forma:

$$\begin{aligned} H_{R1}(z^{-1}) &= \frac{b_{11}(1-d_{11}z^{-1})-c_{11}(1-a_{11}z^{-1})}{b_{11}c_{11}} = \\ &= \frac{b_{11}-c_{11}-(b_{11}d_{11}-c_{11}a_{11})z^{-1}}{b_{11}c_{11}} = q_{10} - q_{11}z^{-1} = \\ &= -6.0424 + 5.1071z^{-1}, \end{aligned}$$

$$\text{unde } q_{10} = \frac{b_{11}-c_{11}}{b_{11}c_{11}} = \frac{0.0454-0.0625}{0.0454 \cdot 0.0625} = -6.0424,$$

$$q_{11} = \frac{b_{11}d_{11}-c_{11}a_{11}}{b_{11}c_{11}} = \frac{0.0454 \cdot 0.9375 - 0.0625 \cdot 0.909}{0.0454 \cdot 0.0625} = -5.1071;$$

$$\begin{aligned} H_{R2}(z^{-1}) &= \frac{b_{22}(1-d_{22}z^{-1})-c_{22}(1-a_{22}z^{-1})}{b_{22}c_{22}} = \\ &= \frac{b_{22}-c_{22}-(b_{22}d_{22}-c_{22}a_{22})z^{-1}}{b_{22}c_{22}} = q_{20} - q_{21}z^{-1} = 3.2462 - 3.3582z^{-1}, \end{aligned}$$

$$\text{unde } q_{20} = \frac{b_{22}-c_{22}}{b_{22}c_{22}} = \frac{0.0563-0.0476}{0.0563 \cdot 0.0476} = 3.2462,$$

$$q_{21} = \frac{b_{22}d_{22}-c_{22}a_{22}}{b_{22}c_{22}} = \frac{0.0563 \cdot 0.9524 - 0.0476 \cdot 0.9375}{0.0563 \cdot 0.0476} = 3.3582,$$

iar reguletoarele de decuplare au f.d.t. de forma:

$$\begin{aligned} H_{R12}(z^{-1}) &= \frac{b_{12}(1-a_{11}z^{-1})(1-a_{22}z^{-1})}{b_{11}b_{22}(1-a_{12}z^{-1})} = \\ &= \frac{b_{12}-(b_{12}a_{22}+b_{12}a_{11})z^{-1}+b_{12}a_{11}a_{22}z^{-1}}{b_{11}b_{22}-b_{11}b_{22}a_{12}z^{-1}} = \\ &= \frac{q_{120}-q_{121}z^{-1}+q_{122}z^{-2}}{1-p_{12}z^{-1}} = \frac{9.6154-17.7413z^{-1}+8.1950z^{-2}}{1-336z^{-1}}; \end{aligned}$$

$$H_{R21}(z^{-1}) = 0,$$

$$\text{unde } q_{120} = \frac{b_{12}}{b_{11}b_{22}} = \frac{0.025}{0.0454 \cdot 0.0563} = 9.6154,$$

$$q_{121} = \frac{b_{12}a_{22} + b_{12}a_{11}}{b_{11}b_{22}} = \frac{0.025 \cdot 0.9375 + 0.025 \cdot 0.9091}{0.0454 \cdot 0.0563} = 17.7413,$$

$$q_{122} = \frac{b_{12}a_{11}a_{22}}{b_{11}b_{22}} = \frac{0.025 \cdot 0.9091 \cdot 0.9375}{0.0454 \cdot 0.0563} = 8.1950,$$

$$p_{12} = \frac{a_{12}}{b_{11}b_{22}} = \frac{0.875}{0.0454 \cdot 0.0563} = 343.$$

Structura sistemului multivariabil proiectat se dă în fig. 7.6, în care regulatoarele principale sunt cuplate pe canalele de reacție.

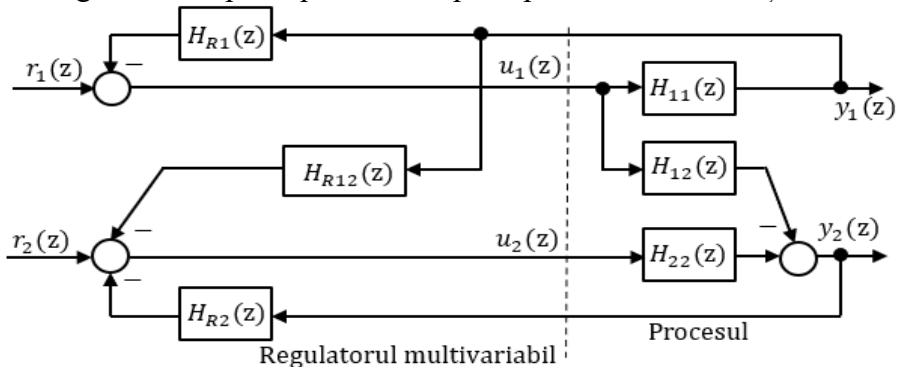


Fig. 7.6. Structura sistemului multivariabil proiectat la punctul 3

Structura sistemului multivariabil cu regulatoarele acordate s-a simulat pe calculator în pachetul KOPRAS (fig. 7.7), iar răspunsurile indiciale sunt date în fig. 7.8 și indicii de calitate sunt: timpul de creștere și de reglare pe canalul unu $t_{1c} = t_{1r} = 31.33$ s, iar pe canalul doi - $t_{2c} = t_{2r} = 49.33$ s.

3 Conținutul raportului

1. Modelul obiectului de reglare cu parametrii utilizați.
2. Calculele parametrilor reguletoarelor.
3. Schemele asamblate ale sistemelor automate și răspunsurile indiciale.
4. Analiza performanțelor sistemului.
5. Concluzii.

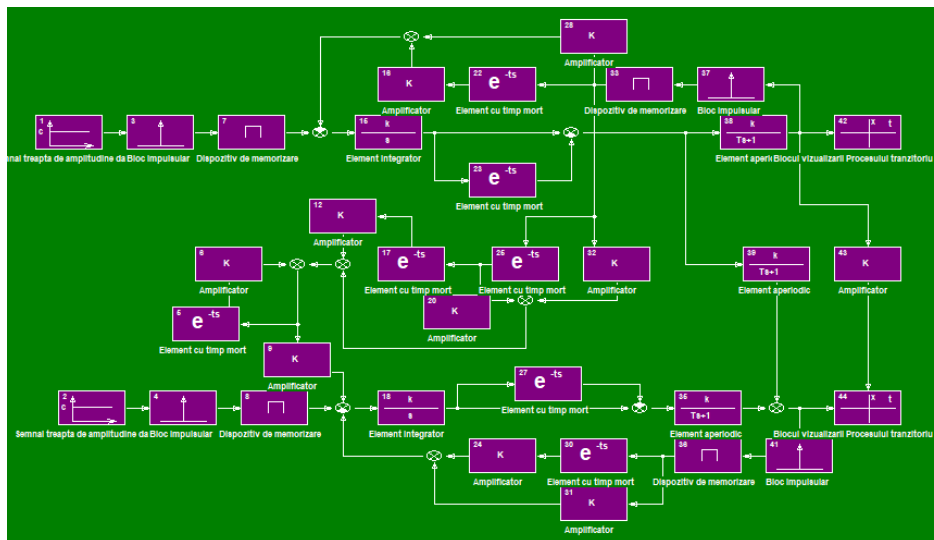


Fig. 7.7. Structura informațională a sistemului multivariabil proiectat la punctul

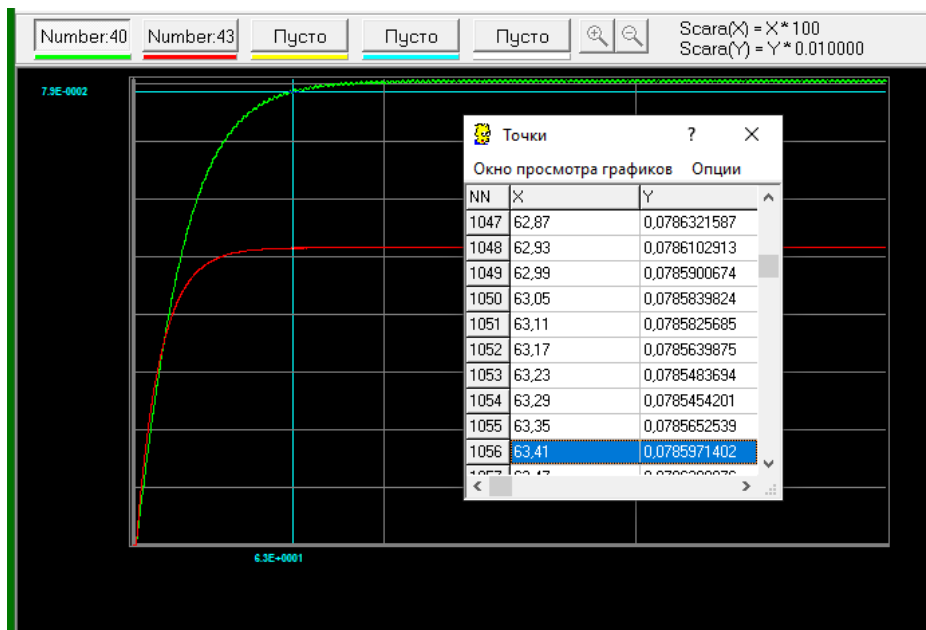


Fig. 7.8. Răspunsurile indiciale ale sistemului multivariabil la p. 3

BIBLIOGRAFIE

1. *Automatica*. Coord. I. DUMITRACHE. București: Editura Academiei Române, 2009. V. 1. 961 p. ISBN 978-973-27-1883-4.
2. DYNNIKOV, A.I. *Tzifrovye sistemy upravleniya*. M.: MFTI, 2006. 196 s. ISBN 5-7417-0151-5.
2. DORF, R. K.; BISHOP, R. X. *Sovremennyye sistemy upravleniya*. Moskva: Laboratoriya Bazovykh Znaniy, 2004. 832 s. ISBN 5-93208-119-8.
4. DUMITRACHE, I. *Ingineria reglării automate*. București: Ed. Politehnica Press, 2016. V. 1. 407 p. ISBN 978-606-515-686-9. V. 2. 395 p. ISBN 978-606-515-687-6.
5. DUMITRACHE, I. *Ingineria reglării automate*. București: Ed. Politehnica Press, 2005. 725 p. ISBN 973-8449-72-3.
6. GAIDUK, A.P. *Teoria avtomaticheskogo upravleniya*. *Uchebnik*. M.: Vyssh. shkola, 2010. 415 s. ISBN 5-06-006055-3.
7. IZVOREANU, B. *Sisteme automate neliniare, discrete și stocastice. Manual*. Chișinău: Tehnica-UTM, 2023. 360 p. ISBN 978-9975-45-977-8.
8. IZVOREANU, B. *Teoria sistemelor automate. Manual*. Chișinău: Tehnica-UTM, 2022. 349 p. ISBN 978-9975-45-853-5.
9. IZVOREANU, B. *Ingineria sistemelor automate. Ghid pentru proiectarea de curs*. Chișinău: Tehnica-UTM, 2021. 122 p. ISBN 978-9975-45-737-8.
10. IZVOREANU, B.; SECRIERU, A.; COJUHARI, Irina; FIODOROV, I.; MORARU, D.; POTLOG, M. Comparative Analysis of Controller Tuning Methods for Second-Order Time Delayed Object Model with Astatism. In: *Proceedings the 14th International Conference on Electromechanical and Energy Systems (SIELMEN) - 2023*, Chișinău, 12-13 October 2023. Pp.1-5. DOI: [10.1109/SIELMEN59038.2023.10290837](https://doi.org/10.1109/SIELMEN59038.2023.10290837). ISBN 979-8-3503-1524-0.
11. IZVOREANU, B.; COJUHARI, Irina; FIODOROV, I.; MORARU, D.; SECRIERU, A. Tuning the PID Controller to the Model of Object with Inertia Second Order According to the Maximum Stability Degree Method with Iteration. *Annals of the University of*

Craiova. *Electrical Engineering series*, No. 43, Issue 1, 2019. Pp. 79-85. ISSN-4805.

12. IZVOREANU, B.; FIODOROV, I. The Synthesis of Linear Regulators for Aperiodic Objects with Time Delay According to the Maximal Stability Degree Method. In: *Preprints the Fourth IFAC Conference on System Structure and Control*. București: Editura Tehnică, 1997. Pp. 449 - 454.

13. KIM, D. P. *Teoria avtomaticheskogo upravlenia*. T. 1. *Lineinye sistemy*. M.: FIZMATLIT, 2003. 288 s. ISBN 5-9221-0379-2.

14. KIM, D.P.; DIMITRIEVA, N.D. *Sbornik zadach po teorii avtomaticheskogo upravlenia*. *Lineinye sistemy*. M.: FIZMATLIT, 2007. 168 s. ISBN 978-5-9221-0873-7.

15. LAZĂR, C.; VRABIE, D.; CARARI, S. *Sisteme cu regulatoare PID*. București: MATRIX ROM, 2004. 225 p. ISBN 973-685-867-7.

16. LAZĂR, C.; PĂSTRĂVANU, O.; POLI, Elena; SCHONBERGER, F. *Conducerea asistată de calculator a proceselor tehnice. Proiectarea și implementarea algoritmilor de reglare numerică*. București: MATRIX ROM, 1996. 226 p. ISBN 973-97494-6-1.

17. *Metody klassicheskoi i sovremennoi teorii avtomaticheskogo upravlenia*. T. 3. *Sintez reguleatorov sistem avtomaticheskogo upravlenia*. Pod. red. K.A. PUPKOVA; N.D. EGUPOVA. M.: Izd-vo MGTU im. N. E. BAUMANA, 2004. 616 s. ISBN 5-7038-2191-6.

18. PREITL, Ș.; PREITL, Zsuzsa. *Introducere în automatică. Suport de curs*. București: Conspress, 2013. 219 p. ISBN 978-973-100-266-8.

19. *Teoria avtomaticheskogo upravlenia*. *Uchebnik dlea vuzov*. Pod red. V.B. IAKOVLEVA. M.: Vyssh. shkola, 2005. 567 s. ISBN 5-06-004096-8.

20. VOICU, M. *Introducere în automatică*. Iași: Ed. Dosoftei, 1998. 237 p. 973-9135-60-9.

21. ZAGARII, G. I.; SHUBLADZE, A. M. *Sintez sistem upravlenia na osnove criteria maximalnoi stepeni ustoichivosti*. Moskva: Energoatomizdat, 1998. 198 s.

ANEXE

Anexa 1

Tabelul A1.1. Date inițiale la proiectare

Nr. var.	Nr. tem a	Parametrii OR			Parametrii sarcinii					Performanțele SA		
		k	T, s	τ, s	M_n, Nm	$J_n, Nm/s^2$	$\omega, 1/s$	$\dot{\omega}_n, 1/s^2$	η	$\varepsilon, \%$	t_r, s	$\sigma, \%$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1	0,97	15	1,6	0,2	0,12	1,1	5,0	0,7	5	11	6
2	2	0,89	20	1,4	0,3	0,13	1,2	5,2	0,7	5	12	7
3	3	0,78	18	1,8	0,4	0,15	1,3	5,3	0,7	5	13	8
4	4	0,67	14	1,5	0,5	0,14	1,4	6,0	0,7	5	14	9
5	5	0,56	21	1,7	0,6	0,15	1,5	6,2	0,7	5	15	10
6	6	0,48	24	2,0	0,7	0,16	1,6	6,3	0,7	5	11	11
7	1	0,39	17	2,1	0,8	0,17	1,7	6,8	0,7	5	12	12
8	2	1,26	23	2,2	0,9	0,18	1,8	6,5	0,7	5	13	13
9	3	0,93	25	2,3	0,3	0,20	1,9	6,6	0,7	5	14	14
10	4	1,52	19	2,4	0,8	0,23	2,0	6,7	0,7	5	15	13
11	5	2,57	13	2,5	0,7	0,24	2,2	6,8	0,7	5	16	12
12	6	3,52	15	2,6	0,6	0,23	2,3	6,9	0,7	5	14	11
13	1	4,56	23	2,7	0,5	0,26	2,4	5,1	0,7	5	15	10
14	2	0,95	21	2,8	0,4	0,21	2,5	5,2	0,7	5	13	9
15	3	0,84	12	1,1	0,3	0,38	2,6	5,3	0,7	5	12	8
16	4	0,72	15	1,2	0,2	0,27	2,7	5,4	0,7	5	11	7
17	6	0,63	20	1,3	0,6	0,33	2,9	5,5	0,7	5	10	6
18	5	0,55	17	1,4	0,8	0,13	3,1	5,6	0,7	5	9	7
19	4	0,65	14	1,5	0,7	0,36	3,2	5,7	0,7	5	8	8
20	3	0,60	17	1,6	0,5	0,24	3,3	5,8	0,7	5	7	9
21	2	0,75	20	3,7	0,6	0,11	3,4	5,9	0,7	5	15	10
22	1	0,85	21	3,8	0,4	0,29	3,5	4,2	0,7	5	14	11
23	2	0,95	22	3,9	0,8	0,39	3,6	4,3	0,7	5	13	12
24	3	1,5	23	4	0,6	0,44	3,7	4,4	0,7	5	12	13
25	3	2,5	24	4	0,7	0,54	3,8	4,5	0,7	5	10	14

Notă: Mărimile M_n și J_n se înmulțesc la 10^{-1} .