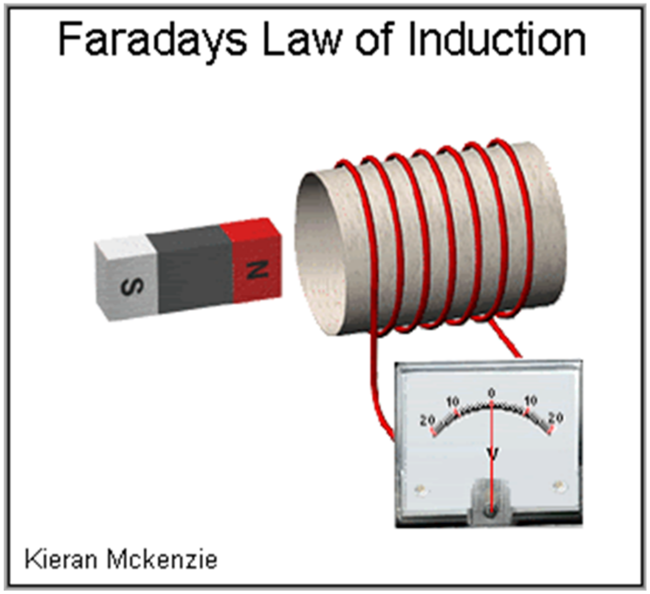
Явление электромагнитной индукции

Опыты Фарадея. Индукционный ток. Правило Ленца

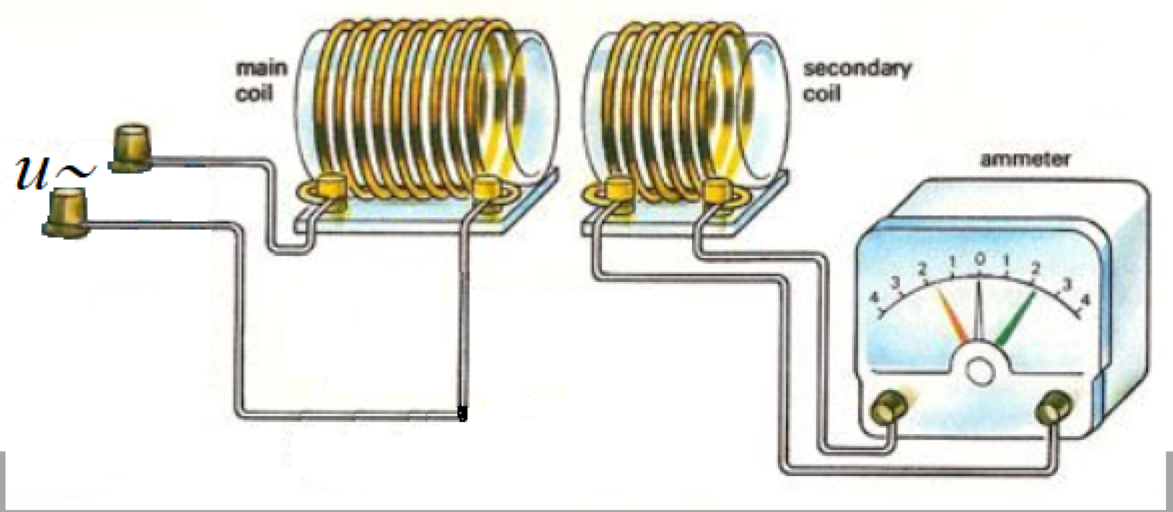
Известно, что проводник с током создает магнитное поле. А можно ли получить электрический ток с помощью магнитного поля?

Задача была решена Майклом Фарадеем в 1831 г.

Опытным путем было показано, что если подносить постоянный магнит к катушке или наоборот, то в катушке возникнет электрический ток.



То же самое происходит с двумя близко расположенными катушками: если к одной из катушек подключить источник переменного тока, то в другой также возникнет переменный ток.



Явление электромагнитной индукции

Опыты Фарадея. Индукционный ток. Правило Ленца

Обобщая эти опыты, Фарадей открыл ***явление электромагнитной индукции***. Оно состоит в том, что при изменении магнитного потока через поверхность, ограниченную замкнутым проводящим контуром, в нем возникает электрический ток, названный ***индукционным.***

Таким образом, ***движущиеся заряды (ток) создают магнитное поле, а изменяющееся магнитное поле создает электрическое поле, которое, как выяснилось, является вихревым.***

Возникновение индукционного тока указывает на наличие в замкнутом контуре электродвижущей силы, называемой ***электродвижущей силой электромагнитной индукции,*** величина которой пропорциональна скорости изменения магнитного потока:

$$\varepsilon_i \sim \frac{d\Phi}{dt}.$$

Явление электромагнитной индукции

Опыты Фарадея. Индукционный ток. Правило Ленца

Позднее Э. Х. Ленц установил общее правило нахождения направления индукционного тока (***правило Ленца***): ***при всяком изменении магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную замкнутым контуром, в последнем возникает индукционный ток такого направления, что его магнитное поле противодействует изменению вызвавшего его магнитного потока***.

Объединяя закон Фарадея и правило Ленца, получаем основной закон электромагнитной индукции:

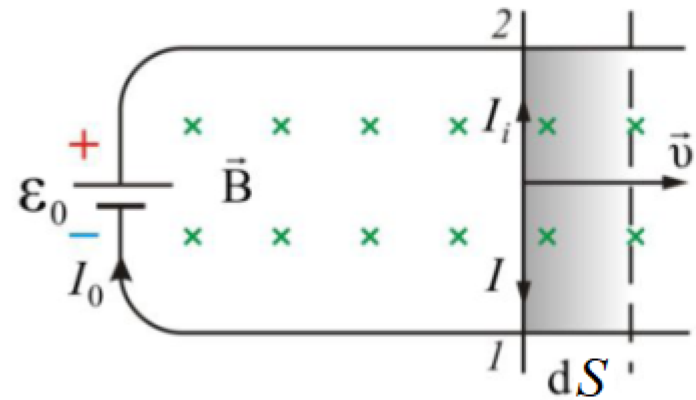
$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Знак минус показывает, что увеличение потока $\frac{d\Phi}{dt} > 0$ вызывает э. д. с. $\varepsilon_i < 0$, т. е. поле индукционного тока направлено навстречу потоку; уменьшение потока $\frac{d\Phi}{dt} < 0$ вызывает $\varepsilon_i > 0$, т. е. направления потока и поля индукционного тока совпадают.

Явление электромагнитной индукции

Опыты Фарадея. Индукционный ток. Правило Ленца

Немецкий физик Г. Гельмгольц показал, что основной закон электромагнитной индукции является следствием закона сохранения энергии.



Рассмотрим замкнутый проводящий контур со скользящей перемычкой *1-2*, помещенный в магнитное поле.

Если этот контур включить в цепь гальванического элемента, то под действием силы Ампера перемычка *1-2* придет в движение.

Элементарная работа δA, совершаемая за время dt при перемещении перемычки 1-2 с током I, выражается формулой: $\delta A = Id\Phi$,
где $d\Phi$ — изменение магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром, за время dt.

Явление электромагнитной индукции

Опыты Фарадея. Индукционный ток. Правило Ленца

Работа, совершаемая за время dt при протекании тока I по контуру сопротивлением R, равна I^2Rdt.

Полная работа, совершаемая за это же время гальваническим элементом, равна εIdt.

Согласно, закону сохранения энергии

$$\varepsilon Idt = I^2Rdt + Id\Phi,$$

откуда

$$I = \frac{\varepsilon + \left(-\dfrac{d\Phi}{dt}\right)}{R} = \frac{\varepsilon + \varepsilon_i}{R},$$

где

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Таким образом, при изменении магнитного потока, сцепленного с контуром, в последнем возникает добавочная электродвижущая сила.

Явление электромагнитной индукции

Опыты Фарадея. Индукционный ток. Правило Ленца

Если проводник движется в постоянном магнитном поле, то сила Лоренца, действующая на свободные носители (электроны) проводника, движущиеся вместе с ним, будет направлена противоположно току, т. е. она будет создавать в проводнике индукционный ток противоположного направления (за направление электрического тока принимается движение положительных зарядов).

Таким образом, возбуждение э. д. с. индукции при движении контура в постоянном магнитном поле объясняется действием силы Лоренца, возникающей при движении проводника.

Согласно закону Фарадея, возникновение э. д. с. электромагнитной индукции возможно и в случае неподвижного контура, находящегося в *переменном магнитном поле*.

Сила Лоренца на неподвижные заряды не действует, поэтому в данном случае ею нельзя объяснить возникновение э. д. с. индукции.

Максвелл для объяснения возникновения э. д. с. индукции в неподвижных проводниках предположил, что *всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, которое и является причиной возникновения индукционного тока в проводнике*.

Циркуляция вектора $\vec{E}_B$ этого поля по любому неподвижному контуру L проводника представляет собой э. д. с. электромагнитной индукции:

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Таким образом, ***электрическое поле, возбуждаемое переменным магнитным полем, является вихревым*** (*циркуляция вектора напряженности вдоль замкнутого контура отлична от нуля*).

Явление электромагнитной индукции

Индуктивность контура. Самоиндукция

Электрический ток, текущий в замкнутом контуре, создает вокруг себя магнитное поле, индукция которого, по закону Био —Савара—Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\left[d\vec{l}\cdot\vec{r}\right]}{r^3},$$ пропорциональна току.

Сцепленный с контуром магнитный поток $\Phi = \int_S \left(\vec{B}\cdot d\vec{S}\right)$ пропорционален индукции магнитного поля.

Следовательно, магнитный поток Φ, сцепленный с контуром, пропорционален току I в контуре:

$$\Phi = LI,$$

где коэффициент пропорциональности L называется **индуктивностью контура**.

В Международной системе единиц (СИ) единицей индуктивности является **генри** (Гн).

Явление электромагнитной индукции

Индуктивность контура. Самоиндукция

Рассчитаем индуктивность бесконечно длинного соленоида.

Индукция магнитного поля внутри соленоида $B = \dfrac{\mu_0 \cdot \mu \cdot N \cdot I}{l}$,

а магнитный поток пронизывающий один виток $\Phi = B \cdot S$.

Если соленоид состоит из N витков, то полный магнитный поток (***потокосцепление)*** равен :

$$\Psi = N\Phi.$$

Тогда: $\Psi = N \cdot \dfrac{\mu_0 \mu N I}{l} \cdot S = \dfrac{\mu_0 \mu N^2 S}{l} I.$

$$\Psi = LI$$

$$\Rightarrow L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l}.$$

Индуктивность соленоида зависит от числа витков N, длины l, площади сечения S и магнитной проницаемости μ вещества, из которого изготовлен сердечник соленоида (в отсутствие сердечника μ=1).

Явление электромагнитной индукции

Индуктивность контура. Самоиндукция

При изменении силы тока в контуре будет изменяться и сцепленный с ним магнитный поток, следовательно, в контуре будет индуцироваться э. д. с..

Возникновение э. д. с. индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока называется **самоиндукцией**.

Применяя к явлению самоиндукции закон Фарадея, получим, что э. д. с. самоиндукции

$$\varepsilon_s = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d\left(LI\right)}{dt} = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}\right).$$

Если контур не деформируется и магнитная проницаемость среды не изменяется, то $L=const$ и

$$\varepsilon_s = -L\frac{dI}{dt},$$

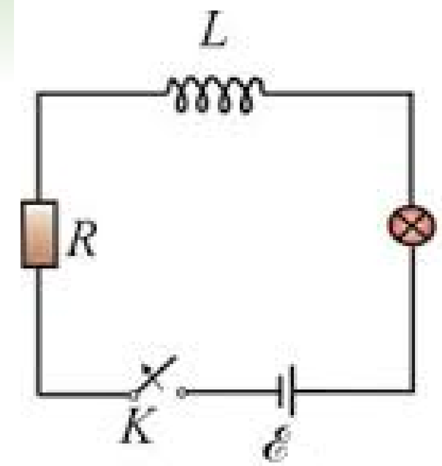
где знак минус, обусловленный правилом Ленца, показывает, что наличие индуктивности в контуре приводит к *замедлению изменения тока в нем*.

Таким образом, контур, обладая определенной индуктивностью, приобретает электрическую инертность, заключающуюся в том, что любое изменение тока тормозится тем сильнее, чем больше индуктивность контура.

Явление электромагнитной индукции

Токи при размыкании и замыкании цепи

Рассмотрим процесс выключения тока в цепи, содержащей источник тока с э. д. с. ε, резистор сопротивлением R и катушку индуктивностью L.



Под действием внешней э. д. с. ε в цепи течет постоянный ток

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R} \quad (r \approx 0 - \text{пренебрегаем}).$$

В момент времени $t = 0$ отключим источник тока. Ток через катушку индуктивности L начнет уменьшаться, что приведет к возникновению э. д. с. самоиндукции $\varepsilon_s = -L\dfrac{dI}{dt}$, препятствующей, согласно правилу Ленца, уменьшению тока.

По закону Ома $I = \dfrac{\varepsilon_s}{R} \Rightarrow IR = \varepsilon_s \Rightarrow \quad IR = -L\dfrac{dI}{dt}.$

Токи при размыкании и замыкании цепи

Разделив переменные, получим: $\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}dt.$

Интегрируя это уравнение по I (от I_0 до I) и t (от 0 до t), находим:

$$\int_{I_0}^{I}\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}\int_0^t dt \Rightarrow \ln\frac{I}{I_0} = -\frac{R}{L}t \Rightarrow I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} \quad \text{или} \quad I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}},$$

где $\tau = L/R$ — постоянная, называемая **временем релаксации** - время, в течение которого сила тока уменьшается в e раз.

При замыкании цепи помимо внешней э. д. с. ε возникает э. д. с. самоиндукции ε_s, препятствующая, согласно правилу Ленца, возрастанию тока. По закону Ома,

$$IR = \varepsilon + \varepsilon_s \quad \text{или} \quad IR - \varepsilon = -L\frac{dI}{dt}.$$

Явление электромагнитной индукции

Токи при размыкании и замыкании цепи

Введя новую переменную $u = IR - \varepsilon$ и $du = RdI$ преобразуем это уравнение к виду:

$$u = -L\frac{du}{R\cdot dt} \quad \text{или} \quad u\cdot dt = -\frac{L}{R}du \Rightarrow (\tau = \frac{L}{R}) \Rightarrow \frac{du}{u} = -\frac{dt}{\tau}.$$

В момент замыкания ($t = 0$) сила тока $I = 0$ и $u = -\varepsilon$. Интегрируя по u (от $-\varepsilon$ до $IR - \varepsilon$) и t (от 0 до t), находим:

$$\int_{-\varepsilon}^{IR-\varepsilon}\frac{du}{u} = -\frac{1}{\tau}\int_0^t dt \Rightarrow \ln\frac{IR-\varepsilon}{-\varepsilon} = -\frac{t}{\tau} \Rightarrow \frac{IR-\varepsilon}{-\varepsilon} = e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Учитывая $\quad I_0 = \dfrac{\varepsilon}{R} \Rightarrow \varepsilon = I_0R \Rightarrow$

$$IR - I_0R = -I_0\mathrm{Re}^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow IR = I_0R(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \Rightarrow$$

Явление электромагнитной индукции

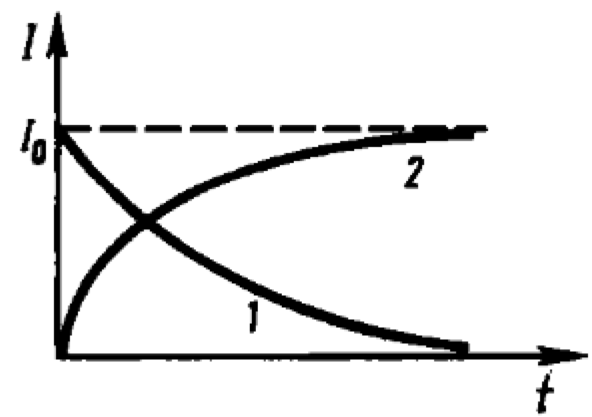
Токи при размыкании и замыкании цепи

$$I = I_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right).$$

Скорость нарастания тока определяется тем же временем релаксации $\tau = L/R$, что и убывание тока. Установление тока происходит тем быстрее, чем меньше индуктивность цепи и больше ее сопротивление.

Таким образом, в процессе отключения источника э. д. с. сила тока убывает по экспоненциальному закону и определяется кривой 1 на рисунке.

В процессе включения источника э. д. с. нарастание силы тока в цепи определяется кривой 2 на рисунке.



Таким образом, необходимо учитывать, что контур, содержащий индуктивность, нельзя резко размыкать, так как это может привести к пробою изоляции и выводу из строя измерительных приборов.

Явление электромагнитной индукции

Энергия магнитного поля

Проводник, по которому протекает электрический ток, создает в окружающем пространстве магнитное поле, которое появляется и исчезает вместе с появлением и исчезновением тока.

Магнитное поле, подобно электрическому, является носителем энергии. Энергия магнитного поля равна работе, которая затрачивается током на создание этого поля.

Рассмотрим контур индуктивностью L, по которому течет ток I.

Для изменения магнитного потока на величину $d\Phi$ необходимо совершить работу $dA = Id\Phi = ILdI$. Тогда работа по созданию магнитного потока Φ будет равна:

$$A = W = \int_0^I L \cdot I \cdot dI = \frac{LI^2}{2}.$$

Исследование свойств переменных магнитных полей показало, что энергия магнитного поля локализована в пространстве.

Явление электромагнитной индукции

Энергия магнитного поля

Рассмотрим частный случай — однородное магнитное поле внутри длинного соленоида.

Учитывая, что индуктивность соленоида $L = \mu_0 \mu \dfrac{N^2 S}{l}$, формула для энергии магнитного поля принимает вид:

$$W = \frac{LI^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 \mu N^2 S}{l} I^2.$$

Индукция магнитного поля внутри соленоида $B = \dfrac{\mu_0 \cdot \mu \cdot N \cdot I}{l}$, откуда

$$I = \frac{Bl}{\mu_0 \mu N}.$$

Тогда, для энергии магнитного поля получим выражение:

$$W = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 \mu N^2 S}{l}\frac{B^2 l^2}{\mu_0^2 \mu^2 N^2} = \frac{1}{2}\frac{B^2 Sl}{\mu_0 \mu} = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0 \mu} V,$$ $V=Sl$ – объем соленоида.

Так как $B = \mu_0 \mu H$, то $W = \dfrac{B \cdot B}{2\mu_0 \mu} V = \dfrac{B \mu_0 \mu H}{2\mu_0 \mu} V \Rightarrow W = \dfrac{BH}{2} V.$

Явление электромагнитной индукции

Энергия магнитного поля

Магнитное поле соленоида однородно и сосредоточено внутри него, поэтому энергия заключена в объеме соленоида и распределена в нем с постоянной **объемной плотностью**:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2}.$$

Выражение для объемной плотности энергии магнитного поля выведена для однородного поля, но она справедлива и для неоднородных полей.

Данное выражение справедливо только для сред, для которых зависимость B от H **линейная**, т. е. оно относится только к пара- и диамагнетикам.

Основы теории Максвелла для электромагнитного поля
Вихревое электрическое поле. Первое уравнение Максвелла

Из закона Фарадея $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$ следует, что любое изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции приводит к возникновению электродвижущей силы индукции и вследствие этого появляется индукционный ток.

Возникновение э.д.с. электромагнитной индукции и индукционного тока в неподвижном проводящем контуре, находящемся в переменном магнитном поле, нельзя объяснить действием на носителей тока магнитной составляющей $\vec{F}_м$ силы Лоренца, так как на неподвижные заряды это сила не действует.

Максвелл обобщил закон электромагнитной индукции для замкнутого проводящего контура, находящего неподвижно в переменном магнитном поле.

Согласно Максвеллу закон электромагнитной индукции справедлив не только для проводящего контура, но и для любого контура, мысленно проводимого в изменяющемся магнитном поле.

Основы теории Максвелла для электромагнитного поля
Вихревое электрическое поле. Первое уравнение Максвелла

Иными словами, *с переменным магнитном поле неразрывно связано индуцированное им вихревое электрическое поле, которое не зависит от того, находится в нем проводники или нет*.

Если $\vec{E}_B$ напряженность этого электрического поля, то э.д.с индукции в замкнутом проводящем контуре L

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_B \cdot d\vec{l}\,.$$

В неподвижного контуре магнитный поток Φ, пронизывающий поверхность S, ограниченную этим контуром, изменяется только в следствие изменения со временим магнитной индукции $\vec{B}$. Следовательно:,

$$\varepsilon_i = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}.$$

Так как $\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \Rightarrow \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S},\qquad \varepsilon_i = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}.$

Основы теории Максвелла для электромагнитного поля
Вихревое электрическое поле. Первое уравнение Максвелла

Таким образом, получаем

$$\boxed{\oint_L \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}.}$$

первое уравнение Максвелла в интегральной форме:

циркуляция вектора напряженности электрического поля по произвольному замкнутому контуру L равна взятой в обратным знаком скорости изменения магнитного потока $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ сквозь поверхность S, ограниченную этим контуром.

Согласно теореме Стокса $\oint_L \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = \int_S \mathrm{rot}\vec{E}_B \cdot d\vec{S}.$ Следовательно,

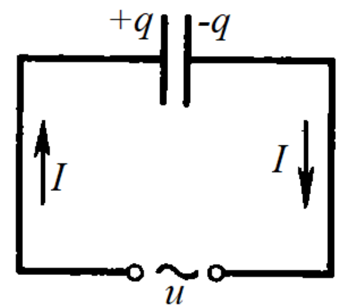
$$\boxed{\mathrm{rot}\vec{E}_B = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.}$$

первое уравнение Максвелла в дифференциальной форме.

Основы теории Максвелла для электромагнитного поля
Ток смещения. Второе уравнение Максвелла

Согласно Максвеллу, если всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле, то должно существовать и обратное явление: всякое изменение электрического поля должно вызывать появление в окружающем пространстве вихревого магнитного поля.

Для количественной характеристики «магнитного действия» переменного электрического поля Максвелл ввел понятие **тока смещения**.



Рассмотрим цепь переменного тока, содержащую конденсатор.

Между обкладками заряжающегося и разряжающегося конденсатора имеется переменное электрическое поле, поэтому, согласно Максвеллу, через конденсатор «протекают» токи смещения, причем в тех участках, где отсутствуют проводники.

По теореме Остроградского — Гаусса, поток вектора смещения сквозь замкнутую поверхность S

$$\Phi_e = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q,$$

где q — алгебраическая сумма свободных электрических зарядов, охватываемых замкнутой поверхностью S.

Основы теории Максвелла для электромагнитного поля
Ток смещения. Второе уравнение Максвелла

Продифференцируем это выражение по времени:

$$\frac{dq}{dt}=\frac{d\Phi_e}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}\right).$$

Если поверхность S неподвижна и не деформируется, то изменение во времени потока смещения сквозь поверхность S вызывается только изменением электрического смещения $\vec{D}$ с течением времени. Поэтому полную производную можно заменить частной производной по времени и дифференцирование внести под знак интеграла:

$$\frac{dq}{dt}=\oint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}.$$

Из выражений $I=\dfrac{dq}{dt}$ и $I=\int_S \vec{j}\cdot d\vec{S}$ следует, что $\dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ имеет размерность плотности тока.

Максвелл предложил назвать $\partial\vec{D}/\partial t$ плотностью тока смещения: $\vec{j}_{см}=\dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$.

Основы теории Максвелла для электромагнитного поля
Ток смещения. Второе уравнение Максвелла

Плотность тока смещения в данной точке пространства равна скорости изменения вектора электрического смещения в этой точке.

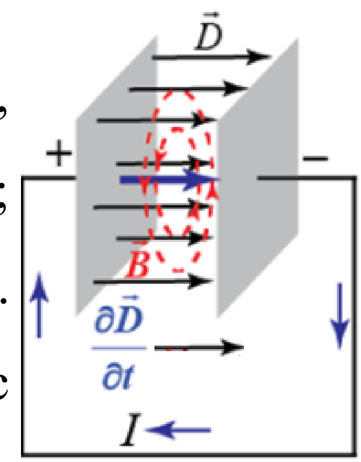
$$\boxed{\vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$$

Током смещения сквозь произвольную поверхность S называется физическая величина, численно равная потоку вектора плотности тока смещения сквозь эту поверхность:

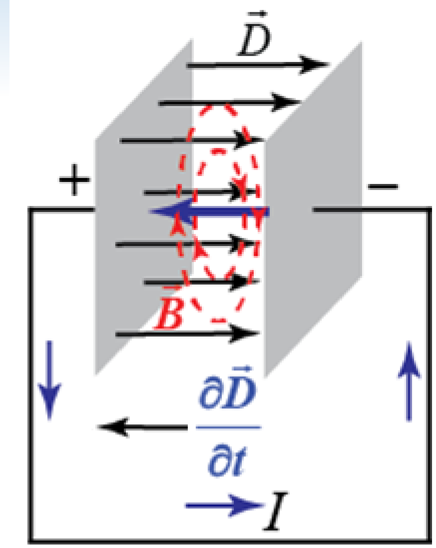
$$I_{см} = \int_S \vec{j}_{см} \cdot d\vec{S} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}.$$

Рассмотрим, как направлены векторов плотностей токов проводимости и смещения $\vec{j}$ и $\vec{j}_{см}$.

При зарядке конденсатора (см. рисунок) через проводник, соединяющий обкладки, ток течет от правой обкладки к левой; поле в конденсаторе усиливается; следовательно $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} > 0$, т. е. вектор $\vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ направлен так же как $\vec{D}$ и совпадает с направлением $\vec{j}$.



Основы теории Максвелла для электромагнитного поля
Ток смещения. Второе уравнение Максвелла



При разрядке конденсатора (см. рисунок) через проводник, соединяющий обкладки, ток течет от левой обкладки к правой; поле в конденсаторе ослабляется, следовательно, $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} < 0$, т. е. вектор $\vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ направлен противоположно вектору $\vec{D}$, и по-прежнему, совпадает с направлением вектора $\vec{j}$.

Согласно Максвеллу, ток смещения, подобно токам проводимости, является источником вихревого магнитного поля, т. е. такого поля, циркуляция вектора напряженности $\vec{H}$ которого по замкнутому контуру не равна нулю.

Основы теории Максвелла для электромагнитного поля
Ток смещения. Второе уравнение Максвелла

В диэлектрике вектор электрического смещения $\vec{D}$ состоит из двух составляющих:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P},$$

где $\vec{E}$ — напряженность электростатического поля, а $\vec{P}$ — поляризованность.

Тогда плотность тока смещения в диэлектрике

$$\vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}.$$

Первое слагаемое называется **плотностью тока смещения в вакууме**, а второе - **плотностью тока поляризации,** обусловленного упорядоченным перемещением связанных зарядов в диэлектрике при изменении его поляризации.

Протекание тока смещения, в отличие от тока проводимости, не сопровождается выделением теплоты Джоуля-Ленца.

Основы теории Максвелла для электромагнитного поля
Ток смещения. Второе уравнение Максвелла

В общем случае токи проводимости и ток смещения не разделены в пространстве, как это имеет место в конденсаторе с переменным напряжением на обкладках. Все типы токов существуют в одном и том же объеме и можно говорить о **полном токе**, равном сумме токов проводимости и конвекционных (макротоков), а также тока смещения.

Максвелл обобщил закон полного тока, добавив в правую часть уравнения $\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = I_{макро}$ ток смещения сквозь поверхность S, ограниченную замкнутым контуром L:

$$\boxed{\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = I_{макро} + I_{см}.}$$

- второе уравнением Максвелла в интегральной форме:

циркуляция вектора $\vec{H}$ напряженности магнитного поля по произвольному замкнутому контуру L равна алгебраической сумме макротоков и тока смещения сквозь поверхность, ограниченную этим контуром.

Основы теории Максвелла для электромагнитного поля
Ток смещения. Второе уравнение Максвелла

Учитывая, что макроток $I_{макро} = \int\limits_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$, можно переписать второе уравнение Максвелла в форме:

$$\oint\limits_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int\limits_S \vec{j}_{полн} \cdot d\vec{S},$$

где $\vec{j}_{полн} = \vec{j} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ плотность полного тока.

Согласно теореме Стокса $\oint\limits_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int\limits_S \mathrm{rot}\vec{H} \cdot d\vec{S}$. **Второе уравнение Максвелла в дифференциальной форме** имеет вид:

$$\boxed{\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.}$$

Основы теории Максвелла для электромагнитного поля
Ток смещения. Второе уравнение Максвелла

Для областей поля, где нет макротоков ($\vec{j} = 0$), первое и второе уравнения Максвелла в дифференциальной форме имеют симметричный вид с точностью до знаков в правых частях этих уравнений

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Знак минус в правой части первого уравнения Максвелла связан с правилом Ленца и вытекает из закона сохранения энергии.

Из данных уравнений следует важный вывод о том, что **переменные электрическое и магнитное поля неразрывно связаны друг с другом, образуя единое электромагнитное поле**.

Основы теории Максвелла для электромагнитного поля
Третье и четвертое уравнения Максвелла

В третьем уравнении Максвелл обобщил теорему Остроградского—Гаусса для потока вектора электрического смещения $\vec{D}$ сквозь произвольную замкнутую поверхность S, охватывающую суммарный свободный заряд q:

$$\boxed{\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = q \quad \text{или} \quad \oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \int_V \rho\cdot dV,}$$

считая, что она справедлива для любого электрического поля, как стационарного, так и переменного.

В соответствии с этим уравнением Максвелла **поток смещения через произвольную неподвижную замкнутую поверхность, мысленно проведенную в электромагнитном поле, равен суммарному свободному заряду, который находится внутри области, ограниченной этой поверхностью**.

Третье уравнение Максвелла в дифференциальной форме выглядит следующим образом:

$$\boxed{\operatorname{div}\vec{D} = \rho.}$$

Здесь ρ - объёмная плотность свободных зарядов.

Основы теории Максвелла для электромагнитного поля
Третье и четвертое уравнения Максвелла

Максвелл предположил, что всякое магнитное поле (в вакууме или веществе, постоянное или переменное) является вихревым, т. е. теорема Гаусса применима для любого магнитного поля:

$$\boxed{\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0.}$$

Это четвертое уравнение Максвелла в интегральной форме.

Оно показывает, что **магнитный поток через произвольную замкнутую поверхность, мысленно проведенную в электромагнитном поле, равен нулю**.

Четвертое уравнение Максвелла в дифференциальной форме имеет вид:

$$\boxed{\operatorname{div} \vec{B} = 0.}$$

Основы теории Максвелла для электромагнитного поля
Полная система уравнений Максвелла для электромагнитного поля

В интегральной форме:

$$\begin{cases} \oint\limits_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int\limits_S \dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}, \\ \oint\limits_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int\limits_S \left(\vec{j}_{\text{пр.}} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) d\vec{S}, \\ \oint\limits_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \int\limits_V \rho dV, \\ \oint\limits_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0. \end{cases}$$

В дифференциальной форме:

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j}_{\text{пр.}} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{D} = \rho, \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0. \end{cases}$$

Эту систему необходимо дополнить уравнениями, характеризующими электрические и магнитные свойства среды.

Основы теории Максвелла для электромагнитного поля
Полная система уравнений Максвелла для электромагнитного поля

В случае изотропных (не сегнетоэлектрических и не ферромагнитных) сред и макротоков, подчиняющихся закону Ома, эти уравнения имеют вид:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad \vec{j} = \gamma \vec{E}.$$

Здесь ε_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные; ε и μ - диэлектрическая и магнитная проницаемости среды в рассматриваемой точке поля; γ - удельная электрическая проводимость среды.