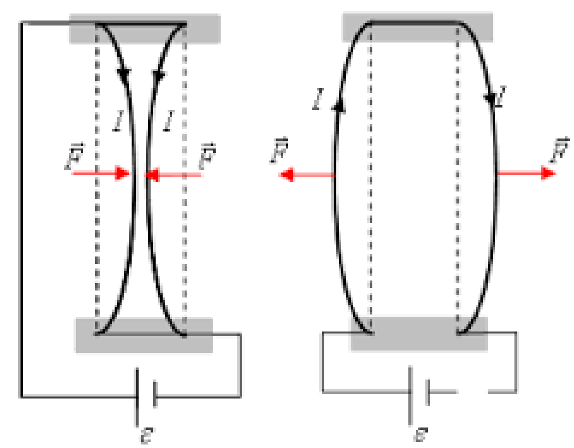
Магнитное поле в вакууме
Магнитное поле. Вектор магнитной индукции

Как известно, между неподвижными электрическими зарядами действуют силы, определяемые законом Кулона. Действие зарядов друг на друга передаётся через пространство с конечной скоростью посредством электрического поля.

В начале XIX века было обнаружено, что взаимодействуют между собой и движущиеся заряды, а значит, и электрические токи, причём параллельные токи притягиваются, а антипараллельные - отталкиваются.



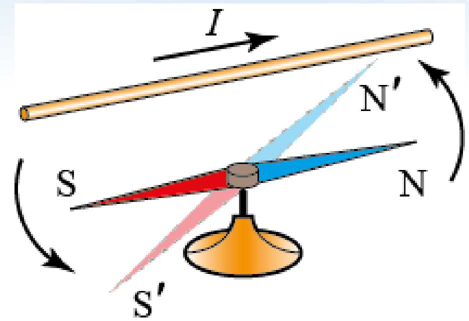
Оказалось, что действие одного тока на другой также передаётся через пространство с конечной скоростью.

Носителем этого взаимодействия является особый вид материи, называемый **магнитным полем**. Само же взаимодействие называется **магнитным взаимодействием.**

Любой движущийся заряд (электрический ток) является источником магнитного поля.

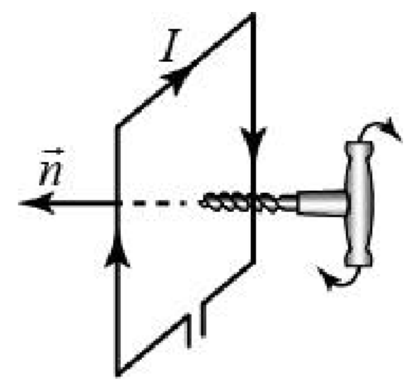
Магнитное поле. Вектор магнитной индукции

Существование магнитного поля в пространстве обнаруживается по его силовому воздействию на проводник с током (или на магнитную стрелку), внесённый в это пространство.



Для исследования магнитного поля удобнее пользоваться **пробным током**. **Пробный ток** - *это замкнутый плоский контур с током (рамка с током), размеры которого малы по сравнению с расстоянием до токов, создающих магнитное поле*. Ориентация контура в пространстве характеризуется направлением положительной нормали к плоскости контура.

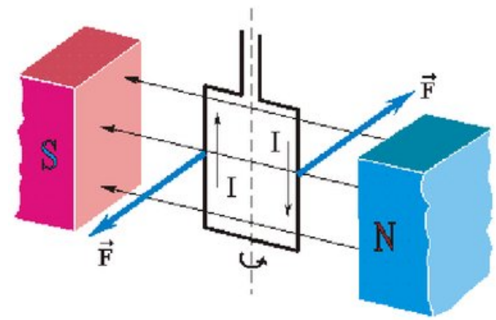
Направление положительной нормали пробного тока определяется по **правилу правого винта**: **если винт с правой нарезкой расположить перпендикулярно плоскости пробного тока и вращать его головку в направлении тока, то поступательное движение винта даст направление положительной нормали**.



Магнитное поле. Вектор магнитной индукции

Внеся пробный контур в магнитное поле, обнаруживаем, что поле оказывает на контур ориентирующие действие, устанавливая его положительной нормалью в определённом направлении. Примем это направление за направление поля в данной точке.

Рамка с током может быть использована и для количественного описания магнитного поля. Так как рамка с током испытывает ориентирующее действие магнитного поля, то на неё действует вращающий момент сил M, который зависит:

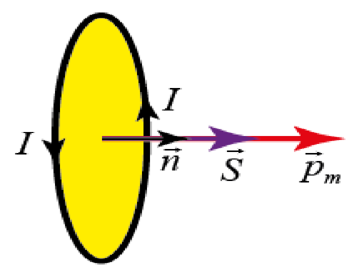


- от того места поля, куда контур введён;
- от силы тока I и площади контура S;
- от положения контура.

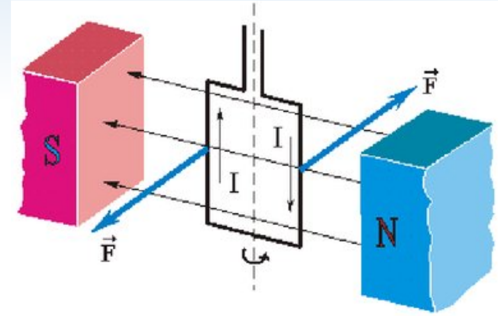
При изменении ориентации контура вращающий момент может изменяться от нуля до некоторого максимального значения:

$$M_{\max} = B \cdot I \cdot S$$

где $\boldsymbol{B}$ – коэффициент пропорциональности, а произведение $\vec{P}_m = I \cdot S \cdot \vec{n}$ - называется магнитным моментом контура с током.



Магнитное поле. Вектор магнитной индукции



Если в данную точку магнитного поля помещать рамки с различными магнитными моментами, то на них будут действовать различные вращающие моменты, однако отношение $M_{\max}/P_m$ для всех контуров одно и то же и поэтому может служить характеристикой магнитного поля:

$$B = \frac{M_{\max}}{P_m}, \qquad [B]_{СИ} = 1Тл = \frac{1\text{Н м}}{1\text{А } м^2} = \frac{1\text{Н}}{1\text{А м}}.$$

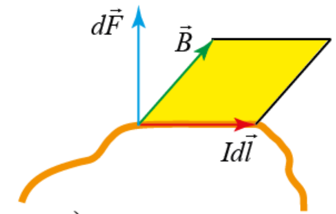
Величина B называется индукцией магнитного поля (или магнитной индукцией). Это векторная величина. Направление вектора $\vec{B}$ совпадает с направлением положительной нормали.

Магнитная индукция в данной точке однородного магнитного поля определяется максимальным вращающим моментом, действующим на рамку с магнитным моментом, равным единице, когда нормаль к рамке перпендикулярна направлению поля.

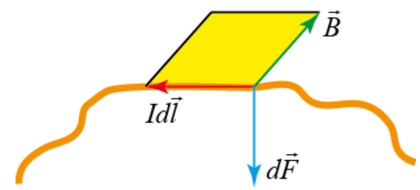
Магнитное поле. Вектор магнитной индукции

Магнитная индукция $\vec{B}$ может быть определена, используя выражение для силы Ампера:

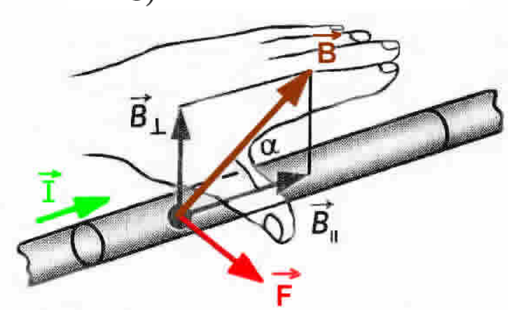
$$d\vec{F}_A = I\left[d\vec{l}\cdot\vec{B}\right].$$



a)



b)



Направление вектора $d\vec{F}$ может быть найдено по общим *правилам векторного произведения*, откуда следует правило левой руки: *если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор $\vec{B}$, а четыре вытянутых пальца расположить по направлению тока в проводнике, то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на ток.*

Модуль силы Ампера вычисляется по формуле:

$$dF = I\cdot B\cdot dl\cdot\sin\alpha,$$

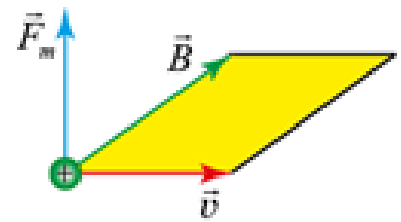
где α - угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$.

Тогда, магнитная индукция: $B = \dfrac{F_{\max}}{I\cdot l}.$

Магнитное поле. Вектор магнитной индукции

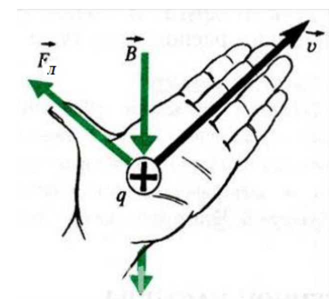
На заряд $\boldsymbol{q}$, движущийся со скоростью $\vec{\upsilon}$ в магнитном поле, действует сила Лоренца , определяемая формулой:

$$\vec{F}_Л = q\left[\vec{\upsilon}\cdot\vec{B}\right]$$



Векторы $\vec{F}_Л, \vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$ связаны правилом правого винта.

Направление силы Лоренца определяется с помощью правила левой руки: *если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор $\vec{B}$, а четыре вытянутых пальца направить вдоль вектора $\vec{\upsilon}$ (для $\boldsymbol{q}$> 0 направления вытянутых пальцев и $\vec{\upsilon}$ совпадают, для $\boldsymbol{q}$<0 — противоположны), то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на положительный заряд.*



Модуль силы Лоренца равен $F_Л = q\,\upsilon\,B\sin\alpha$, где $\boldsymbol{\alpha}$ - угол между $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$.

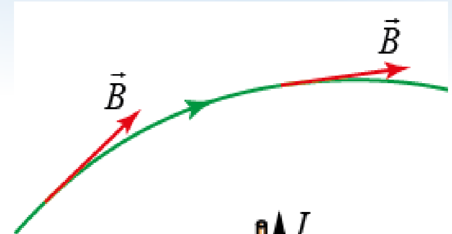
Магнитное поле действует только на движущиеся в нем заряды.

Если на движущийся электрический заряд помимо магнитного поля с индукцией $\vec{B}$ действует и электрическое поле с напряженностью $\vec{E}$, то результирующая сила:

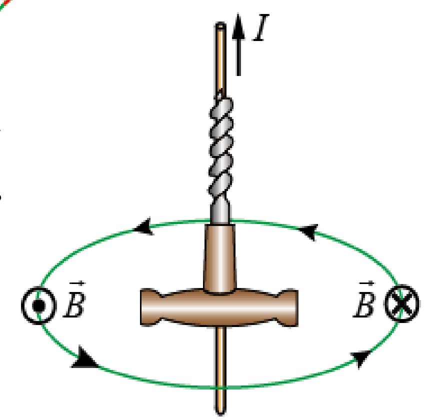
$$\vec{F}_Л = q\vec{E} + q\left[\vec{\upsilon}\vec{B}\right].$$

Магнитное поле. Вектор магнитной индукции

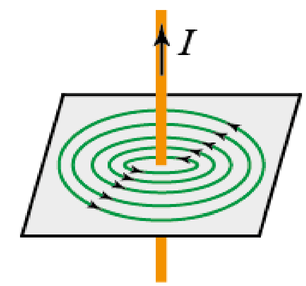
Из вышесказанного следует, что *магнитное поле является силовым*. По аналогии с электрическим полем, его изображают с помощью линий магнитной индукции — *линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора* $\vec{B}$.

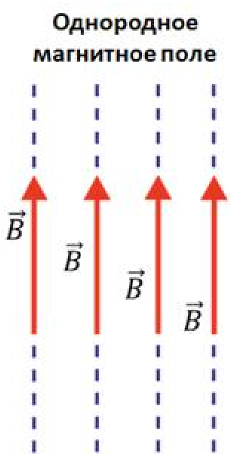


Их направление задается правилом правого винта: *головка винта, ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении линий магнитной индукции*.



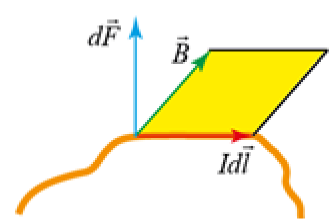
Линии магнитной индукции всегда замкнуты и охватывают проводники с током. Поля, обладающие такими свойствами, называются **вихревым**.





Магнитные линии однородного поля параллельны друг другу и расположены с одинаковой густотой.

Линии вектора $\vec{B}$ не являются силовыми линиями магнитного поля, исходя из того, что направление $\vec{F}$ не совпадает с направлением $\vec{B}$.

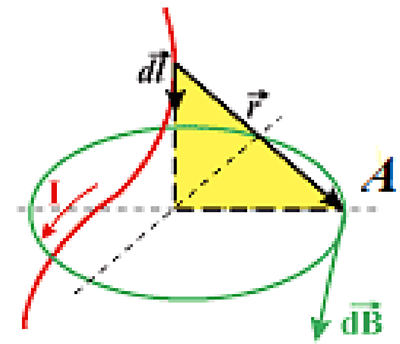


Закон Био-Савара-Лапласа и его применение к расчету магнитного поля

Французские физики Био, Савар и Лаплас экспериментально исследовали магнитное поле токов различной формы и установили, что индукция B:

- зависит от геометрических размеров и формы проводника и от магнитных свойств среды;
- пропорциональна силе тока I создающего магнитное поле*;*
- обратно пропорциональна квадрату расстояния от проводника с током до той точки, где исследуется магнитное поле.

Закон Био — Савара — Лапласа для проводника с током *I*, элемент которого *dl* создает в некоторой точке ***A*** поле индукцией $d\vec{B}$, определяемой по формуле:

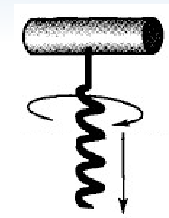


$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{I\left[d\vec{l} \cdot \vec{r}\right]}{r^3},$$

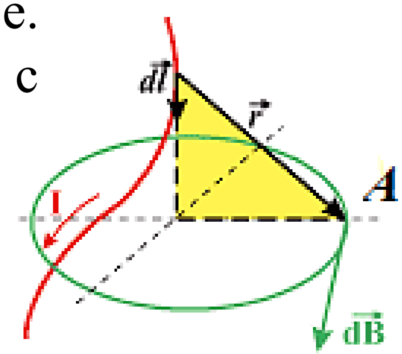
где $d\vec{l}$ — вектор, по модулю равный длине *dl* элемента проводника и совпадающий по направлению с током, $\vec{r}$ — радиус-вектор, проведенный из элемента *dl* проводника в точку ***A*** поля, *r* — модуль радиуса-вектора $\vec{r}$.

Закон Био-Савара-Лапласа и его применение к расчету магнитного поля

Направление $d\vec{B}$ находим по правилу правого винта: направление вращения головки винта дает направление $d\vec{B}$, если поступательное движение винта соответствует направлению тока в элементе.



Направление $d\vec{B}$ перпендикулярно $d\vec{l}$ и $\vec{r}$, т. е. перпендикулярно плоскости, в которой они лежат, и совпадает с касательной к линии магнитной индукции.



Модуль вектора $d\vec{B}$ определяется выражением:

$$dB = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot r^2} dl \sin\alpha,$$

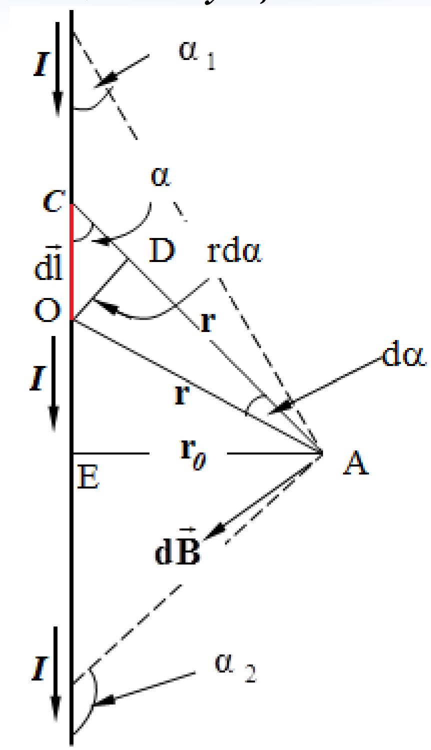
где α - угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$.

Для магнитного поля, как и для электрического, справедлив **принцип суперпозиции**: *магнитная индукция результирующего поля, создаваемого несколькими токами или движущимися зарядами, равна векторной сумме магнитных индукций складываемых полей, создаваемых каждым током или движущимся зарядом в отдельности*:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{N} \vec{B}_i$$

Закон Био-Савара-Лапласа и его применение к расчету магнитного поля

Рассмотрим пример: *магнитное поле прямого тока — тока, текущего по тонкому прямому проводу бесконечной длины.*



Выбираем на проводнике с током элемент тока $d\vec{l}$.

Индукция магнитного поля в точке A, создаваемая этим элементом, согласно закону Био-Савара-Лапласа равна:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\left[d\vec{l} \cdot \vec{r}\right]}{r^3}.$$

Вектор $d\vec{B}$ в точке ***A*** направлен к нам, перпендикулярно плоскости чертежа. Модуль этого вектора:

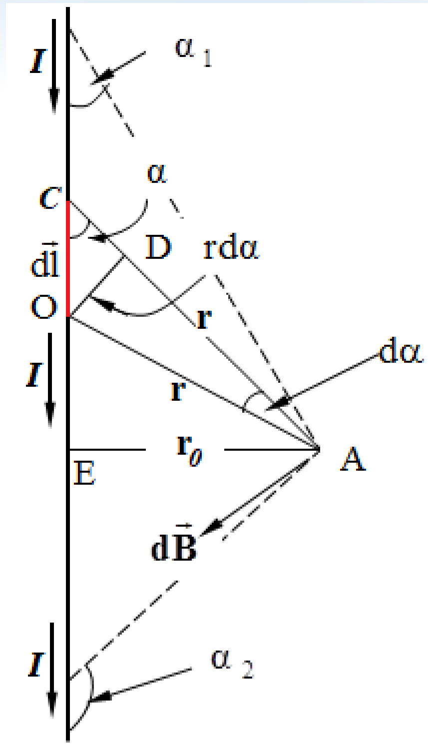
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot dl \cdot \sin\alpha}{r^2}.$$

Если всю длину проводника разбить на бесконечное множество элементарных участков, то обнаружится, что направление векторов элементарных индукций будет совпадать с направлением касательных к окружностям, проведенным в соответствующих точках пространства. Это даёт основание для получения суммарного значения индукции интегрированием данного выражения.

Закон Био-Савара-Лапласа и его применение к расчету магнитного поля

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\frac{dl\cdot\sin\alpha}{r^2}$$

В качестве постоянной интегрирования выберем угол $\boldsymbol{\alpha}$ (угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$), выразив через него все остальные величины:



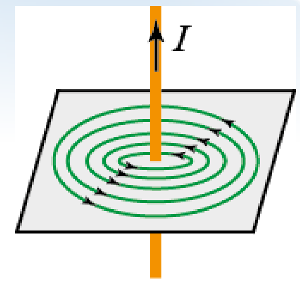
$$\left.\begin{aligned} r &= \frac{r_0}{\sin\alpha} \\ dl &= \frac{r\cdot d\alpha}{\sin\alpha}\end{aligned}\right\} \Rightarrow dl = \frac{r_0\cdot d\alpha}{\sin^2\alpha} \Rightarrow \; B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\frac{r_0\cdot d\alpha\cdot\sin\alpha\cdot\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha\cdot r_0^2} \Rightarrow$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\alpha\cdot d\alpha \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right)$$

Если проводник бесконечно длинный, то $\alpha_1 = 0$ а $\alpha_2 = \pi$:

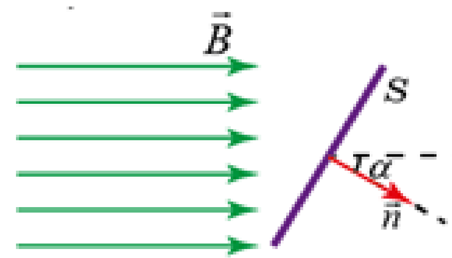
$$B = \frac{2\mu_0 I}{4\pi r_0} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}.$$

Вихревой характер магнитного поля. Поток вектора магнитной индукции. Теорема Гаусса для магнитного поля в вакууме



Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ характеризует силовые свойства магнитного поля в данной точке пространства.

Величиной, зависящей от значения вектора магнитной индукции во всех точках произвольно выбранной поверхности, является **магнитный поток**.



Скалярная физическая величина, равная

$$d\Phi = (\vec{B} \cdot d\vec{S}) = B \cdot dS \cos\alpha = B_n \cdot dS$$

называется **потоком вектора магнитной индукции** (**магнитным потоком**) через площадку dS.

В данной формуле $B_n = B \cdot \cos\alpha$ - проекция вектора $\vec{B}$ на направление нормали к площадке (α - угол между векторами $\vec{n}$ и $\vec{B}$); $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$ - вектор, модуль которого равен dS, а направление совпадает с направлением положительной нормали n к площадке.

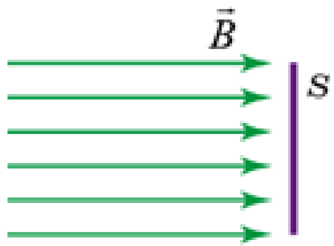
Поток вектора $\vec{B}$ может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от знака cos α (определяется выбором положительного направления нормали $\vec{n}$).

Вихревой характер магнитного поля. Поток вектора магнитной индукции. Теорема Гаусса для магнитного поля в вакууме

Поток вектора магнитной индукции через произвольную поверхность S равен:

$$\Phi = \int_S \left(\vec{B} \cdot d\vec{S}\right) = \int_S B_n \cdot dS.$$

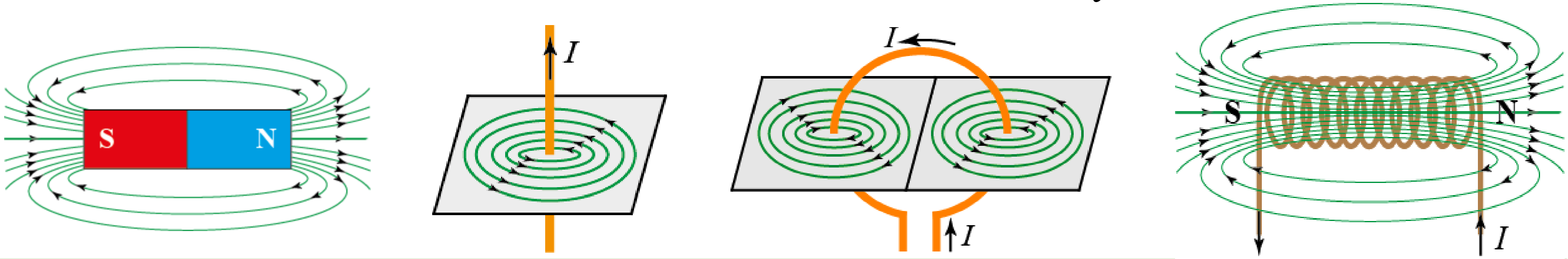
Для однородного поля и плоской поверхности, расположенной перпендикулярно вектору $\vec{B}$ $(\alpha = 0)$,



$$B_n = B = const \;\; \text{и} \;\; \Phi = BS.$$

Единицей потока в СИ является **вебер** (Вб): 1 Вб = 1 Тл·м^2.

В природе отсутствуют элементарные «магнитные заряды», аналогичные электрическим зарядам, поэтому линии индукции $\vec{B}$ магнитного поля не имеют ни начала, ни конца, т. е. магнитные силовые линии замкнуты.



Вихревой характер магнитного поля. Поток вектора магнитной индукции. Теорема Гаусса для магнитного поля в вакууме

Вследствие замкнутости линий магнитной индукции каждая линия дважды пересекает замкнутую поверхность (входя и выходя из неё). Поэтому суммарный поток вектора магнитной индукции равен нулю.

Таким образом, **теорема Гаусса в интегральной форме** для магнитного поля в вакууме имеет вид:

$$\Phi = \oint\limits_S \left(\vec{B} \cdot d\vec{S} \right) = 0$$

поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю:

Этот результат является математическим выражением того, что *в природе нет магнитных зарядов – источников магнитного поля*, на которых начинались бы и заканчивались линии магнитной индукции.

Вихревой характер магнитного поля. Поток вектора магнитной индукции. Теорема Гаусса для магнитного поля в вакууме

Для записи теоремы Гаусса для магнитного поля в дифференциальной форме воспользуемся математической теоремой Остроградского-Гаусса, которая связывает интеграл по объему V с интегралом по поверхности S, ограничивающей этот объем:

$$\left.\begin{aligned} &\oint_S \left(\vec{B}\cdot d\vec{S}\right) = \int_V \operatorname{div}\vec{B}\cdot dV \\ &\Phi = \oint_S \left(\vec{B}\cdot d\vec{S}\right) = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \operatorname{div}\vec{B} = 0.$$

Таким образом, магнитное поле обладает тем свойством, что его дивергенция всюду равна нулю.

Силовое поле с нулевой дивергенцией в математике называется ***вихревым*** или ***соленоидальным***.

Магнитное поле – *вихревое*, или *соленоидальное*. В этом его отличие от электростатического поля, которое является потенциальным, т.е. характеризуется потенциалом φ.

Вихревой характер магнитного поля. Закон полного тока (теорема о циркуляции) для магнитного поля в вакууме

В главе «***Электростатика***» было показано, что циркуляция вектора $\vec{E}$ электростатического поля вдоль любого замкнутого контура L равна нулю:

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0.$$

Это математическая запись того, что электростатическое поле потенциально.

Аналогично, циркуляцией вектора $\vec{B}$ по заданному замкнутому контуру называется интеграл

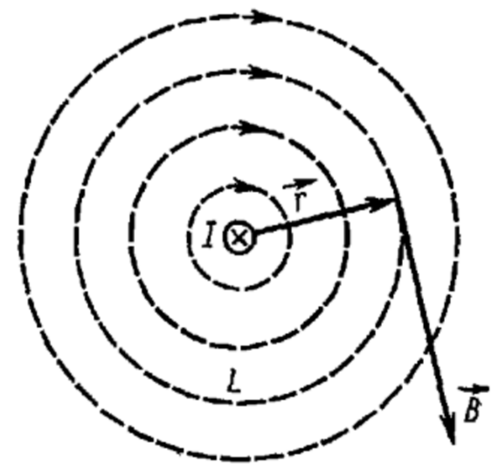
$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_L B_l \cdot dl,$$

где $d\vec{l}$ — вектор элементарной длины контура, направленной вдоль обхода контура, $B_l = B\cos\alpha$ — составляющая вектора $\vec{B}$ в направлении касательной к контуру (с учетом выбранного направления обхода), α — угол между векторами $\vec{B}$ и $d\vec{l}$.

Вихревой характер магнитного поля. Закон полного тока (теорема о циркуляции) для магнитного поля в вакууме

Магнитное поле в отличие от электростатического — не потенциальное : циркуляция вектора $\vec{B}$ магнитной индукции поля вдоль замкнутого контура, вообще говоря, не равна нулю и зависит от выбора контура. Такое поле в векторном анализе называют **вихревым полем**.

Рассмотрим в качестве примера магнитное поле бесконечного прямолинейного проводника с током I, находящегося в вакууме.



Линии магнитной индукции этого поля представляют собой окружности, плоскости которых перпендикулярны проводнику, а центры лежат на его оси.

Найдем циркуляцию вектора $\vec{B}$ вдоль произвольной линии магнитной индукции — окружности радиуса r:

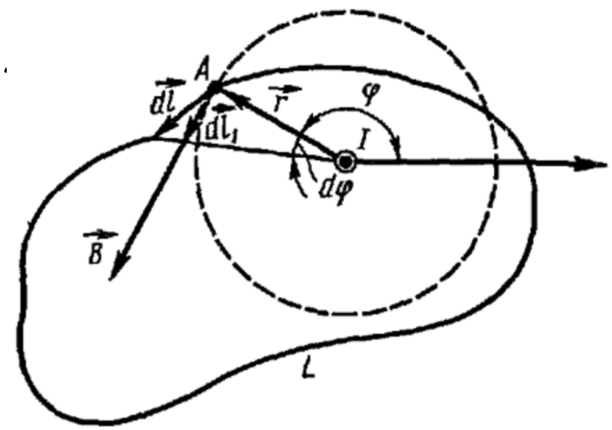
$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_L B\cdot dl\cos\alpha.$$

В каждой точке этого контура вектор $\vec{B}$ направлен по касательной к окружности, так что $\alpha = 0 \Rightarrow \cos\alpha = 1$.

Вихревой характер магнитного поля. Закон полного тока (теорема о циркуляции) для магнитного поля в вакууме

Учитывая что, индукция магнитного поля для бесконечного прямолинейного проводника $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$, получим:

$$\oint_L B \cdot dl = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r} \cdot \int_0^{2\pi r} dl = \mu_0 \cdot I.$$



Покажем, что данная формула справедлива для замкнутого контура L произвольной формы, охватывающего бесконечно длинный прямолинейный проводник с током I.

В точке A контура L вектор $\vec{B}$ магнитной индукции поля этого тока перпендикулярен радиусу-вектору $\vec{r}$.

Из рисунка находим:

$dl_1 = dl \cdot \cos\left(\widehat{\vec{B}, \vec{dl}}\right)$ - проекция вектора $\vec{dl}$ на направление вектора $\vec{B}$,

$dl_1 = r d\varphi,$ где $d\varphi$ - центральный угол, под которым виден элемент $\vec{dl}$ контура L из центра окружности.

Вихревой характер магнитного поля. Закон полного тока (теорема о циркуляции) для магнитного поля в вакууме

Имеем: $$\oint_L B\cdot dl\cdot\cos\left(\widehat{\vec{B},d\vec{l}}\right)=\oint_L B\cdot dl_1=\oint_L B\cdot r\cdot d\varphi=\oint_L \frac{\mu_0 I}{2\pi\cdot r}\cdot r\cdot d\varphi\Rightarrow$$

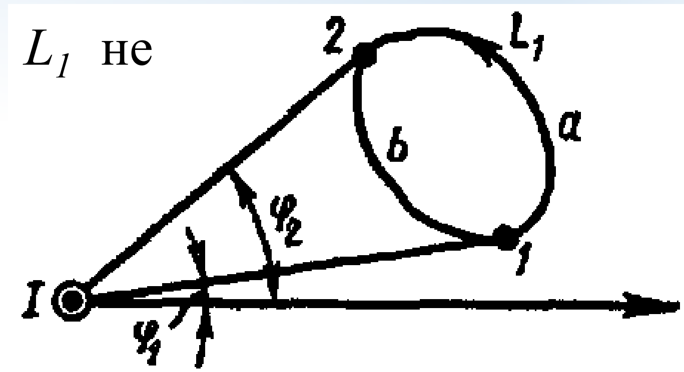
$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi\Rightarrow \quad \oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0 I.$$

Таким образом, **можно сделать два вывода**:

а) магнитное поле прямолинейного тока — **вихревое поле**, так как циркуляция вектора $\vec{B}$ вдоль линии магнитной индукции не равна нулю;

б) циркуляция вектора $\vec{B}$ магнитной индукции поля прямолинейного тока в вакууме одинакова вдоль всех линий магнитной индукции и равна произведению магнитной постоянной на силу тока.

Вихревой характер магнитного поля. Закон полного тока (теорема о циркуляции) для магнитного поля в вакууме



Предположим теперь, что замкнутый контур L_1 не охватывает проводник с током. Тогда

$$\oint_{L_1} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{1a2} \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{2b1} \vec{B}\cdot d\vec{l},$$

где *1a2* и *2b1* — участки контура L_1.

Как в предыдущем случае, $dl = r\cdot d\varphi$, следовательно:

$$\oint_{L_1} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\cdot r\left(\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi + \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} d\varphi\right) = 0.$$

Итак, циркуляция вектора магнитной индукции поля прямолинейного проводника с током вдоль замкнутого контура, не охватывающего этот проводник, равна нулю.

Вихревой характер магнитного поля. Закон полного тока (теорема о циркуляции) для магнитного поля в вакууме

Индукция магнитного поля, создаваемого системой проводников с током, согласно принципу суперпозиции

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i,$$ где $\vec{B}_i$ - индукция поля i-того проводника.

Циркуляция вектора $\vec{B}$ вдоль произвольного замкнутого контура L, проведенного в поле, равна

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_L \left(\sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i \right) d\vec{l} = \oint_L \sum_{i=1}^{n} \left(\vec{B}_i \cdot d\vec{l} \right) = \sum_{i=1}^{n} \oint_L \vec{B}_i \cdot d\vec{l}.$$

В соответствии с $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$ получим:

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{j=1}^{N} I_j.$$

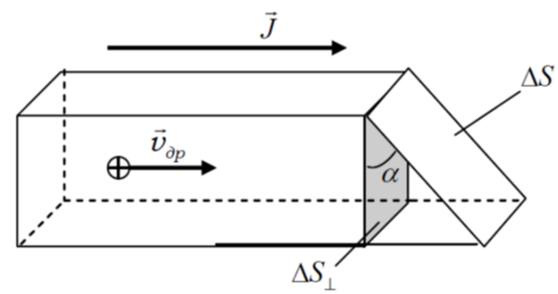
- закон полного тока в интегральной форме:

циркуляция вектора индукции магнитного поля в вакууме вдоль произвольного замкнутого контура равна произведению магнитной постоянной на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром.

Вихревой характер магнитного поля. Закон полного тока (теорема о циркуляции) для магнитного поля в вакууме

Для того, чтобы записать закон полного тока в дифференциальной форме, вспомним:

электрическим током называется упорядоченное (направленное) движение электрических зарядов;



плотность тока *- векторная величина, равная силе тока, проходящего через единицу площади поперечного сечения проводника*:

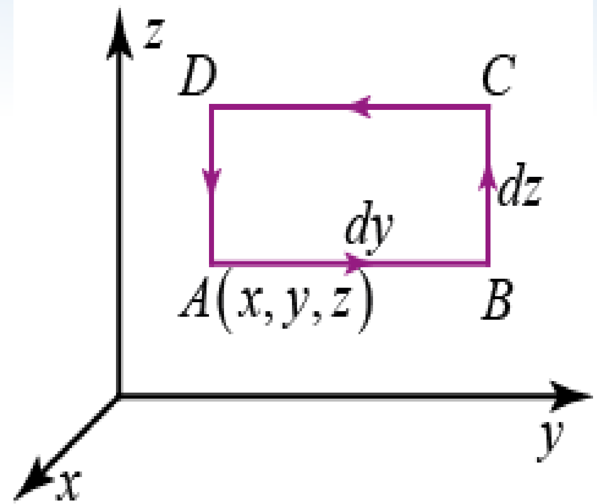
$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}.$$

Для постоянного тока $I = \vec{j} \cdot d\vec{S}$ и тогда закон полного тока принимает вид:

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}.$$

Вихревой характер магнитного поля. Закон полного тока (теорема о циркуляции) для магнитного поля в вакууме

Рассмотрим элементарный контур прямоугольной формы со сторонами *dy* и *dz*. Направление обхода контура *ABCD* образует правый винт с направлением оси *OX*.



Представим закон полного тока следующим образом:

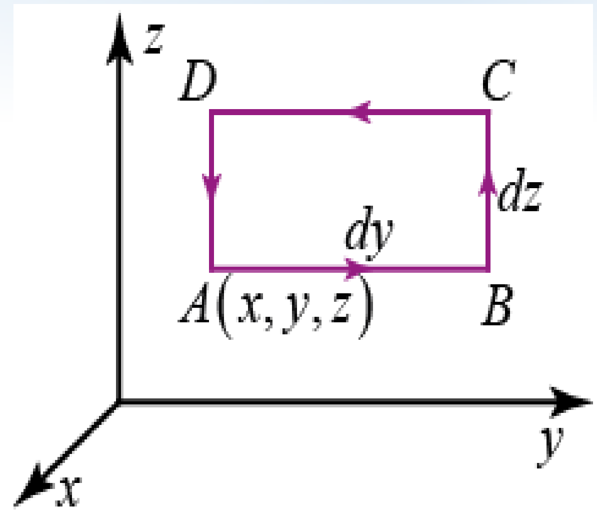
$$\oint_L \left(B_x \cdot dx + B_y \cdot dy + B_z \cdot dz\right) = \mu_0 \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}.$$

Вклад участка *AB* в циркуляцию равен $B_y(x, y, z)dy$, а участка *CD* $-B_y(x, y, (z+dz))dy$.

Суммарный вклад этих сторон:

$$-B_y(x, y, (z+dz))dy + B_y(x, y, z)dy = -\frac{\partial B_y}{\partial z}dzdy = -\frac{\partial B_y}{\partial z}dS.$$

Вихревой характер магнитного поля. Закон полного тока (теорема о циркуляции) для магнитного поля в вакууме



Аналогично, вклад стороны BC: $B_z(x, y+dy, dz)dz$,

стороны DA: $-B_z(x, y, z)dz$.

Суммарный вклад этих сторон:

$$B_z(x, y+dy, dz)dz - B_z(x, y, z)dz = \frac{\partial B_z}{\partial y} dzdy = \frac{\partial B_z}{\partial y} dS.$$

Циркуляция вдоль контура ABCD равна:

$$\oint\limits_{ABCD} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \right) dS \quad \Longrightarrow \quad \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} = \mu_0 j_x.$$

Рассмотрев аналогичные контуры в плоскостях XOZ и XOY, получим:

$$\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} = \mu_0 j_y \qquad \text{и} \qquad \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} = \mu_0 j_z$$

Умножив полученные уравнения на единичные векторы координатных осей $\vec{i}, \vec{j}$ и $\vec{k}$ соответственно, мы получим составляющие вектора $\operatorname{rot} \vec{B}$:

Вихревой характер магнитного поля. Закон полного тока (теорема о циркуляции) для магнитного поля в вакууме

$$\operatorname{rot}\vec{B} = \left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y}\right)\vec{k}.$$

$$\operatorname{rot}\vec{B} = \left[\vec{\nabla}\cdot\vec{B}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}.$$

Таким образом,

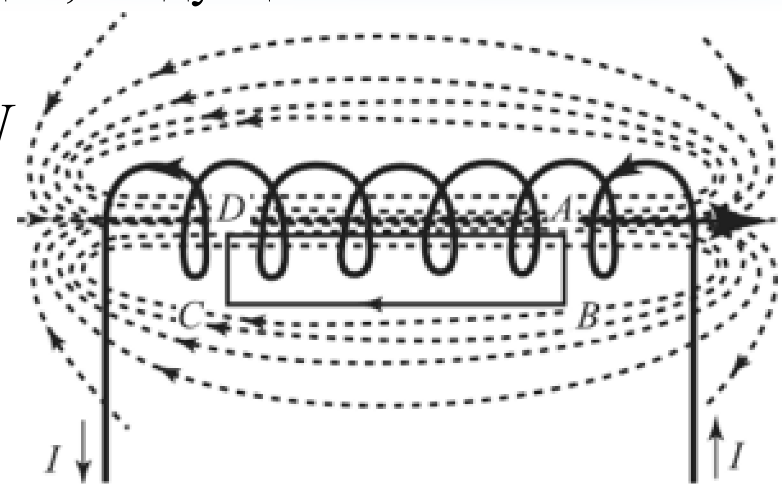
$$rot\,\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{j}$$ **- закон полного тока в дифференциальной форме.**

Тогда уравнение $\oint\limits_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \int\limits_S \vec{j}\cdot d\vec{S}$ принимает вид:

$$\oint\limits_L \left(\vec{B}d\vec{l}\right) = \int\limits_S \operatorname{rot}\vec{B}\, d\vec{S}$$ **– теорема Стокса.**

Магнитное поле соленоида

Рассчитаем, применяя теорему о циркуляции, индукцию магнитного поля внутри соленоида.



Рассмотрим соленоид длиной l, имеющий N витков, по которому течет ток I.

Длину соленоида считаем во много раз больше, чем диаметр его витков, т. е. рассматриваемый *соленоид бесконечно длинный*.

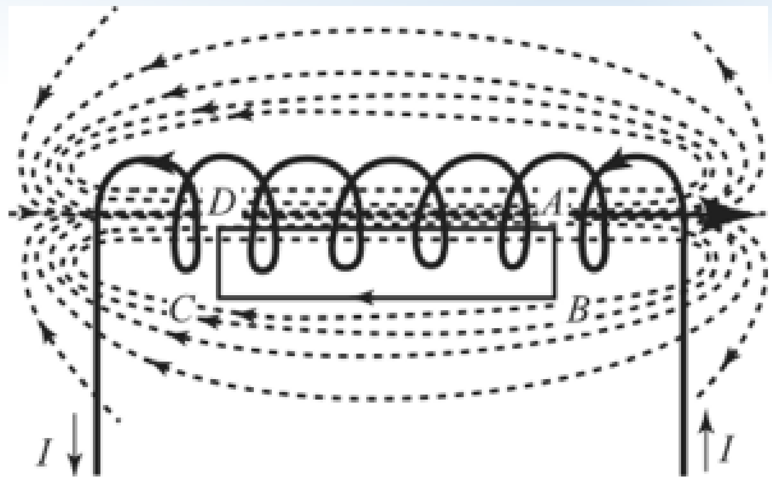
Экспериментальное изучение магнитного поля соленоида показывает, что внутри соленоида поле является однородным, вне соленоида — неоднородным и очень слабым.

Для нахождения магнитной индукции B выберем замкнутый прямоугольный контур $ABCDA$, как показано на рисунке.

Циркуляция вектора $\vec{B}$ по замкнутому контуру $ABCDA$, охватывающему все N витков, равна

$$\oint\limits_{ABCD} B_l \cdot dl = \mu_0 \sum_{j=1}^{N} I_j = \mu_0 \cdot N \cdot I.$$

Магнитное поле соленоида



Интеграл по *ABCDA* можно представить в виде четырех интегралов:

$$\oint\limits_{ABCD} B_l \cdot dl = \int\limits_{AB} B_l \cdot dl + \int\limits_{BC} B_l \cdot dl + \int\limits_{CD} B_l \cdot dl + \int\limits_{DA} B_l \cdot dl.$$

На участках *AB* и *CD* контур перпендикулярен линиям магнитной индукции и $B_l = 0$. На участке вне соленоида $B = 0$.

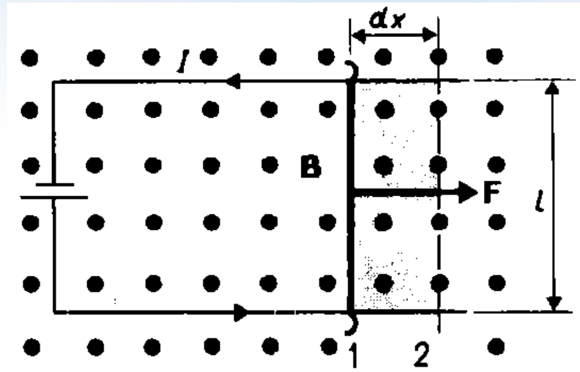
На участке *DA* циркуляция вектора $\vec{B}$ равна B_l (контур совпадает с линией магнитной индукции), следовательно,

$$\int\limits_{DA} B_l \cdot dl = B \cdot l = \mu_0 N \cdot I.$$

Откуда получаем выражение для магнитной индукции поля внутри соленоида (в вакууме):

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{l}.$$

Работа, совершаемая при перемещении проводника с током в магнитном поле



На проводник с током в магнитном поле действует сила, определяемая законом Ампера.

Если проводник не закреплен, то под действием силы Ампера он будет в магнитном поле перемещаться. При перемещении проводника с током в магнитном поле совершается работа.

При указанных на рисунке направлениях тока I и поля $\vec{B}$ сила, направление которой определяется по правилу левой руки, а значение — по закону Ампера, равна

$$F = I \cdot B \cdot l.$$

Под действием этой силы проводник переместится параллельно самому себе на отрезок dx из положения *1* в положение *2*, при этом совершается работа

$$dA = F \cdot dx = I \cdot B \cdot l \cdot dx = I \cdot B \cdot dS = I \cdot d\Phi,$$

где $l \cdot dx = dS$ — площадь, пересекаемая проводником при его перемещении в магнитном поле, $B \cdot dS = d\Phi$ — поток вектора магнитной индукции, пронизывающий эту площадь.

Работа, совершаемая при перемещении проводника с током в магнитном поле

Таким образом,

$$dA = I \cdot d\Phi.$$

При конечном перемещении проводника работа равна:

$$A = I \cdot \Delta\Phi,$$

т. е. *работа по перемещению проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока на магнитный поток, пронизывающий площадь, пересекаемую проводником при его перемещении.*

Полученная формула справедлива и для произвольного направления вектора $\vec{B}$.