

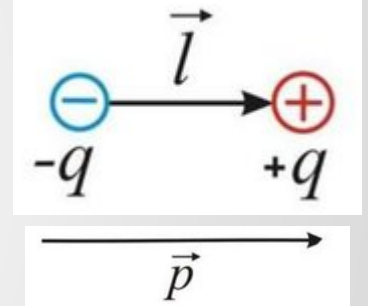
# Электростатическое поле в веществе

## 1. Полярные и неполярные диэлектрики. Ионные кристаллы

*Диэлектриками* называются вещества, которые при обычных условиях практически не проводят электрический ток

Прежде чем перейти к разговору о диэлектриках остановимся кратко на поведении так называемых «*диполей*» в электрическом поле.

*Электрическим диполем* называется система, состоящая из двух одинаковых по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов  $q$ , находящихся на расстоянии  $l$  друг от друга гораздо меньше расстояния на которых действует диполь.



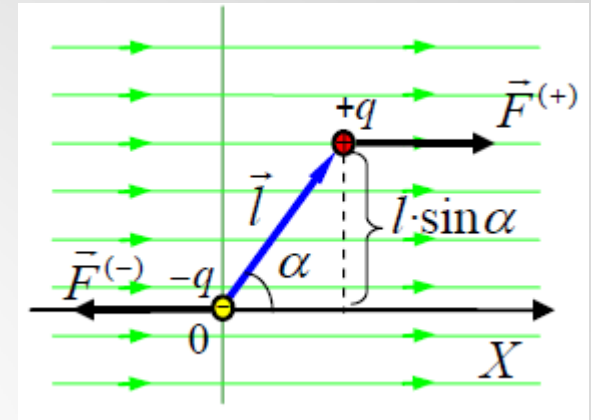
Характеристикой диполя является дипольный момент

$$\vec{P}_e = ql$$

Вектор  $\vec{l}$ , проведенный от отрицательного заряда к положительному, называется «*плечом*» диполя.

## 1. Полярные и неполярные диэлектрики. Ионные кристаллы

При попадании диполя в однородное поле на точечные заряды диполя действуют силы, равные по величине и противоположные по направлению и результирующая сила равна нулю.



Однако отличен от нуля момент этих сил

$$M = F^{(+)} \cdot l \sin \alpha = (qE) \cdot (l \sin \alpha) = pE \sin \alpha \quad \text{или} \quad M = [\vec{p} \cdot \vec{E}]$$

Следовательно, однородное электрическое поле оказывает на диполь ориентирующее действие, стремясь его повернуть, «выстраивая» вектор  $\vec{p}$  по направлению поля.

# 1. Полярные и неполярные диэлектрики. Ионные кристаллы

В неоднородном поле сила, действующая на диполь, уже не равна нулю.

Напряженность поля в точках, где помещаются заряды, отличается на

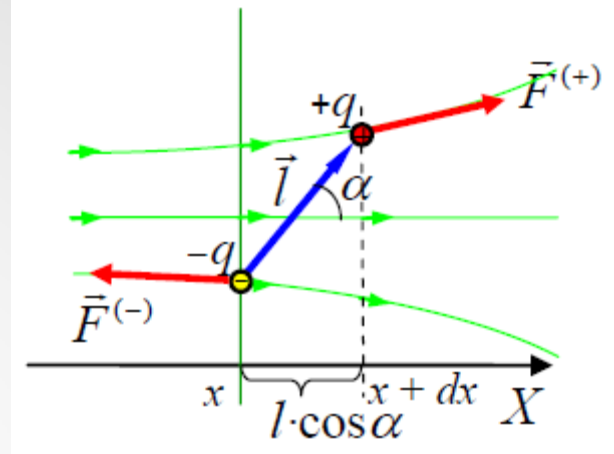
$$\Delta E = \frac{\partial E}{\partial x} \Delta x = \frac{\partial E}{\partial x} l \cos \alpha$$

Следовательно, кроме вращательного момента действует результирующая сила, проекция которой на ось  $x$  равна:

$$F_x = q \cdot \frac{\partial E}{\partial x} l \cos \alpha = ql \cdot \frac{\partial E}{\partial x} \cdot \cos \alpha = p \cdot \frac{\partial E}{\partial x} \cdot \cos \alpha$$

Под действием этой силы диполь будет либо втягиваться в область более сильного поля (угол  $\alpha$  острый), либо выталкиваться из нее (угол  $\alpha$  тупой),

Итак, внесение диполя во внешнее электрическое поле приводит к возникновению отличного от нуля результирующего дипольного момента.

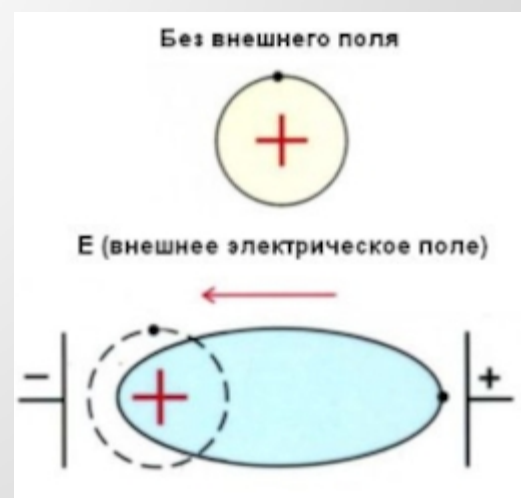
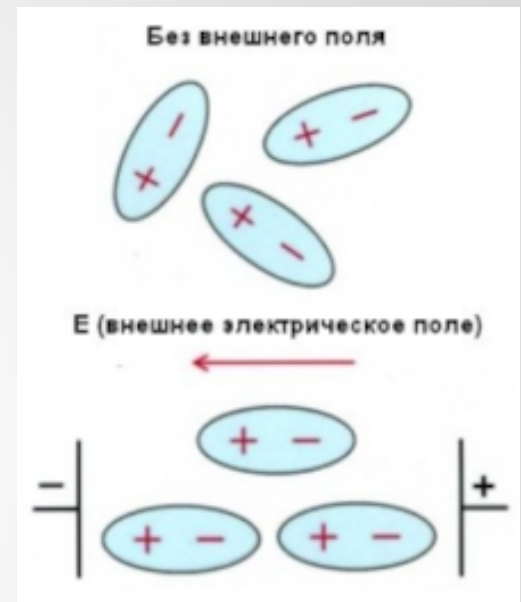


# 1. Полярные и неполярные диэлектрики. Ионные кристаллы

Диэлектрики делятся на три группы: *полярные, неполярные и ионные кристаллы.*

*Первую группу диэлектриков (азот, водород, кислород) составляют вещества, молекулы, в которых *центры «тяжести» положительных и отрицательных зарядов не совпадают.* Таким образом, эти молекулы в отсутствие внешнего электрического поля обладают дипольным моментом,*

*Вторую группу диэлектриков (вода, окись углерода, метан) составляют вещества, в молекулах которых *центры «тяжести» положительных и отрицательных зарядов в отсутствие внешнего электрического поля совпадают и, следовательно, дипольный момент молекулы  $p$  равен нулю.**



## 1. Полярные и неполярные диэлектрики. Ионные кристаллы

Третью группу диэлектриков ( $NaCl$ ,  $KCl$ ,  $KBr$ ) составляют вещества, молекулы которых имеют ионное строение. Ионные кристаллы представляют собой пространственные решетки с правильным чередованием ионов разных знаков. В этих кристаллах нельзя выделить отдельные молекулы, а рассматривать их можно как систему двух вдвинутых одна в другую ионных подрешеток. При помещении ионного кристалла в электрическое поле происходит некоторая деформация кристаллической решетки или относительное смещение подрешеток, приводящее к возникновению дипольных моментов.

## 2. Вектор поляризации (поляризованность). Диэлектрическая восприимчивость вещества

При помещении любого диэлектрика во внешнее электростатическое поле он поляризуется, т. е. приобретает отличный от нуля сумарный дипольный момент

$$\vec{P}_l = \sum_{i=1}^N \vec{P}_{li}, \text{ где } \vec{P}_{li} \text{ — дипольный момент одной молекулы.}$$

Поляризация полярных диэлектриков называется *ориентационное*. Поляризация неполярных диэлектриков называется *электронной или деформационное*, а ионных кристаллов называется *ионная поляризация*.

Для количественного описания поляризации диэлектрика пользуются векторной величиной — **поляризованностью**, определяемой как дипольный момент единицы объема диэлектрика:

$$\vec{P} = \frac{\vec{P}_l}{\Delta V} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \vec{P}_{li}$$

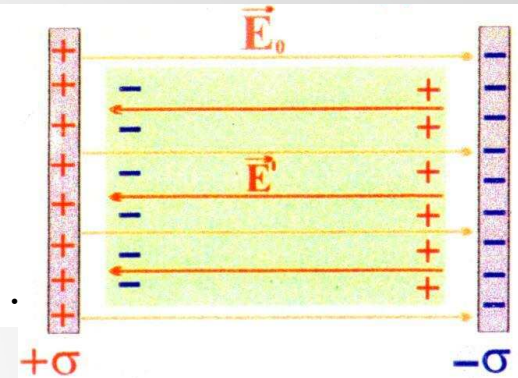
## 2. Вектор поляризации (поляризованность). Диэлектрическая восприимчивость вещества

Напряженность результирующего поле  $\vec{E}$  в диэлектрике равна:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

$\vec{E}_0$  – напряженность внешнего поля;

$\vec{E}'$  – напряженность добавочного поля возникающего при поляризации.



Из опыта следует, что для большого класса диэлектриков (за исключением сегнетоэлектриков) *поляризованность линейно зависит от напряженности результирующего поля*. Если диэлектрик изотропный и напряженность поля не слишком велика, то

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$$

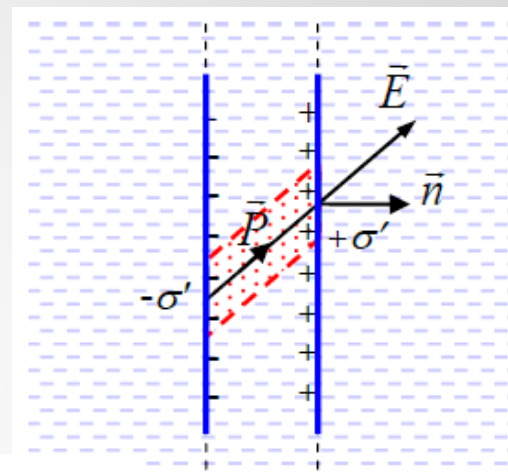
Зная вектор поляризации среды, можно определить поляризационные заряды и наоборот.

### 3. Поверхностные и объёмные связанные заряды

Выделим мысленно *тонкий косо́й цилиндр* вдоль векторов напряженности и поляризованности.

$$\Delta V = l \cdot \Delta S \cdot \cos \alpha$$

Под действием поля заряды молекул смещаются, но не могут их покинуть. Поэтому на поверхностях появляется не скомпенсированный связанный заряд с поверхностной плотностью  $\sigma'$ .



Дипольный момент выделенного цилиндра равен:

$$\left. \begin{aligned} P\Delta V &= P\Delta S l \cos \alpha \\ \sigma' &= \frac{q'}{\Delta S} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P\Delta V = \sigma' \Delta S \cdot l$$

$q'$  – связанный заряд возникающий на основания цилиндра

Откуда

$$\sigma' \Delta S l = P l \Delta S \cos \alpha \Rightarrow \sigma' = P \cos \alpha \text{ или } \sigma' = P_n$$

*Поверхностная плотность связанных зарядов равна поляризованности.*



## Электростатическое поле в веществе

### 4. Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике

С учетом  $\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E} \Rightarrow \sigma' = \chi \varepsilon_0 E_n$

$E_n > 0 \Rightarrow \sigma' > 0$  – линии напряжённости выходят из диэлектрика.

$E_n < 0 \Rightarrow \sigma' < 0$  – линии напряжённости входят в диэлектрик.

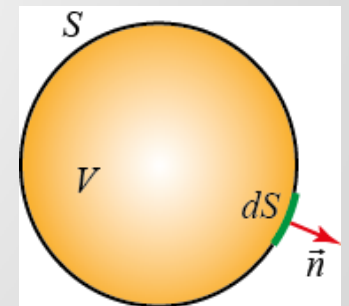
В вакууме теорема Гаусс имеет вид:  $\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$   $q$  – свободный заряд

В диэлектрике существуют и связанные заряды которые нужно учитывать

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q + q'}{\varepsilon_0}$$

Избыточный элементарный связанный заряд внутри замкнутой поверхности  $S$ :

$$dq' = -\sigma' dS = -P dS$$



Сумарный избыточный связанный заряд

$$q' = -\oint_S P_n dS = -\oint_S (\vec{P} d\vec{S})$$

## Электростатическое поле в веществе

### 4. Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике

Тогда 
$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \left( q - \oint_S \vec{P} d\vec{S} \right) \Rightarrow \oint_S (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) d\vec{S} = q$$

Обозначим 
$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$\vec{D}$  - вектор электрической индукции или вектор электрического смещения.

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q$$

- теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике

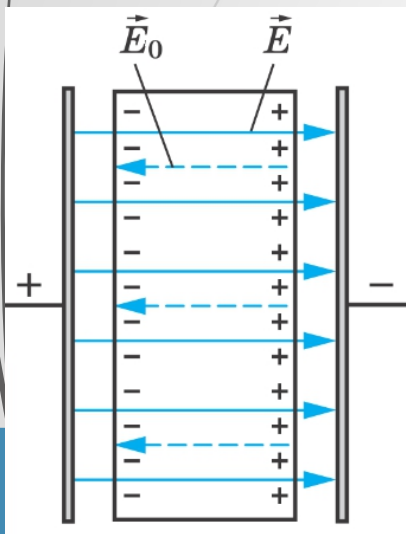
*Линии вектора  $E$  могут начинаться и заканчиваться на любых зарядах – свободных и связанных, в то время как линии вектора  $D$  – только на свободных зарядах*

## Электростатическое поле в веществе

### 5. Диэлектрическая проницаемость вещества

$$\left. \begin{aligned} \vec{D} &= \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \\ \vec{P} &= \chi \varepsilon_0 \vec{E} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{D} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}$$

$\varepsilon = 1 + \chi$  - диэлектрическая проницаемость среды.



Вне диэлектрика  $\vec{D} = \vec{D}_0 = \varepsilon_0 \vec{E}_0$

В диэлектрике  $\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}$

Откуда следует  $\varepsilon = \frac{E}{E_0}$

Диэлектрическая проницаемость вещества, показывает во сколько раз уменьшается напряженность электрического поля в диэлектрике по сравнению с вакуумом

# Электростатическое поле в веществе

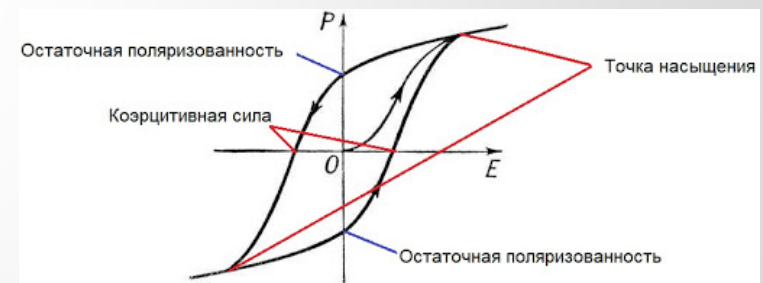
## 6. Сегнетоэлектрики

Некоторые химические соединения в твердом состоянии имеют весьма необычные электрические свойства. Впервые эти свойства были обнаружены у сегнетовой соли и поэтому этот класс веществ получил название *сегнетоэлектриков*.

*Основные свойства сегнетоэлектриков:*

*Сегнетоэлектрики имеют аномально большие значения диэлектрической проницаемости. ( $\varepsilon \approx 10^4$ )*

*Диэлектрическая проницаемость зависит не только от напряженности электрического поля, но и от предыстории образца, т.е. его предшествующей поляризации. Другими словами наблюдается диэлектрический гистерезис.*



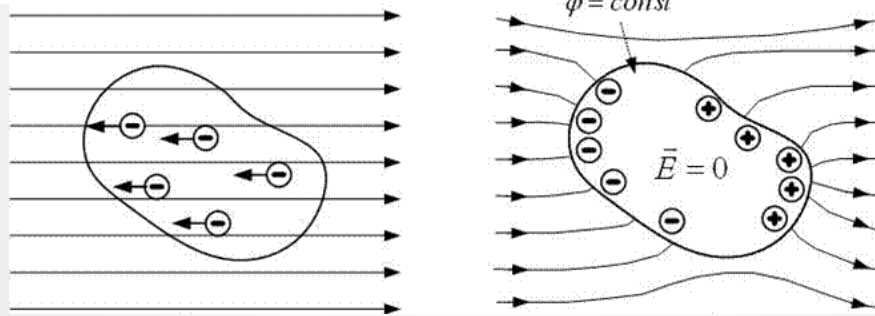
*Сегнетоэлектрические свойства сильно зависят от температуры. Для каждого сегнетоэлектрика имеется определенная температура выше которой его необычные свойства исчезают. Эта температура получила название точки Кюри.*

# Электростатическое поле в веществе

## 7. Проводники в электрическое поле. Энергия электрического поля

**Проводники** – это тела, в которых существуют свободные электрические заряды, способные перемещаться по всему его объему.

Если поместить проводник во внешнее электростатическое поле, то на заряды проводника будет действовать электростатическое поле и они будут перемещаться до тех пор пока поле в нутри не станет равным нулю. Заряды могут располагаться только на поверхности проводника. Эти заряды называются *индуцированными*.



*Поверхность проводника в электростатическом поле является эквипотенциальным.*

*Вектор напряженности направлен по нормали к каждой точке поверхности проводника в условиях равновесия.*

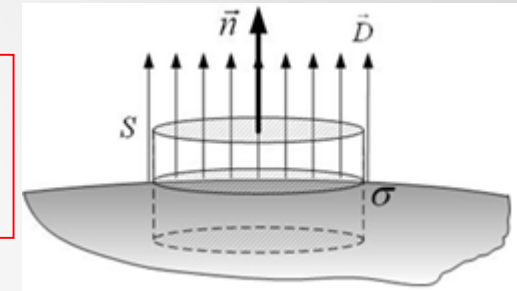
$$\vec{E} = \vec{E}_n; \vec{E}_\tau = 0$$

## Электростатическое поле в веществе

### 7. Проводники в электрическое поле. Энергия электрического поля

Найдём напряжённость поля вблизи поверхности проводника, поверхностная плотность заряда которой равна  $\sigma$ . По теореме Гаусса для вектора электрического смещения:

$$\left. \begin{array}{l} \oint_S \vec{D} d\vec{S} = q \text{ или } DS = q \\ q = \sigma S \end{array} \right\} \Rightarrow D = \sigma \left\{ D = \varepsilon_0 E \right\} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$



*Напряженность поля у поверхности проводника определяется поверхностной плотностью зарядов.*

При сообщении проводнику заряда  $q$ , его потенциал равен  $\varphi$ .

Потенциал проводника прямо пропорционален заряду:

$$q = C\varphi \text{ или } C = \frac{q}{\varphi}$$

$C$  – емкость проводника.

# Электростатическое поле в веществе

## 7. Проводники в электрическое поле. Энергия электрического поля

*Емкость уединенного проводника показывает, какой заряд нужно сообщить данному проводнику, чтобы его потенциал изменился на единицу.*

$$[C] = \Phi = \frac{\text{Кл}}{\text{В}}$$

Емкость сферического проводника радиусом  $R$

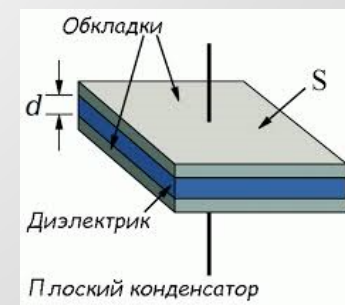
$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R$$

Радиус сферического проводника емкостью 1Ф:  $R = \frac{C}{4\pi\epsilon\epsilon_0} = \frac{kC}{\epsilon} \approx 9 \cdot 10^9 \text{ м}$

$$\frac{R}{R_3} \approx \frac{9 \cdot 10^9}{6,4 \cdot 10^6} \approx 1400 \Rightarrow 1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф} \quad 1 \text{ нФ} = 10^{-9} \text{ Ф} \quad 1 \text{ пФ} = 10^{-12} \text{ Ф}$$

Если недалеко от заряженного проводника находится другой проводник, то из-за явления электростатической индукции ёмкость проводника возрастает.

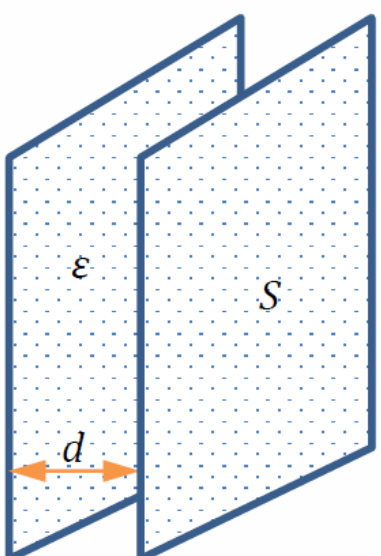
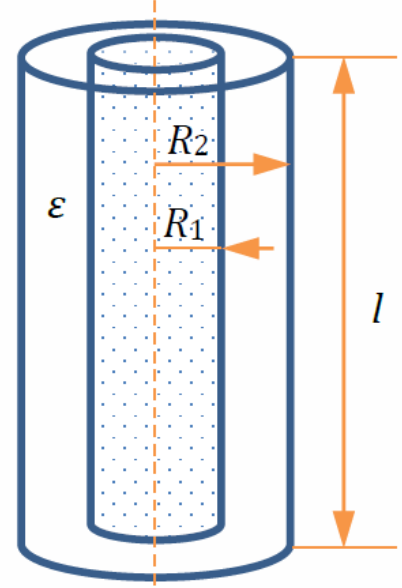
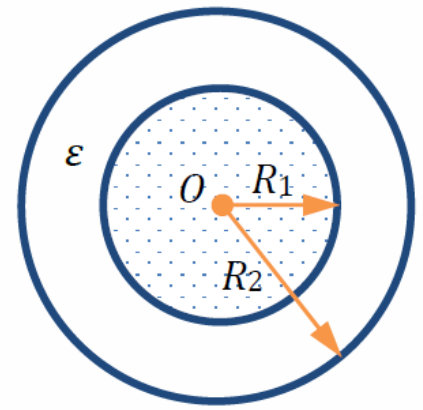
*Конденсатор* – это два проводника (две обкладки), находящихся вблизи друг друга. Обкладки имеют одинаковые по величине и противоположные по знаку заряды.



# Электростатическое поле в веществе

## 7. Проводники в электрическое поле. Энергия электрического поля

### Конденсаторы

Плоский	Цилиндрический	Сферический
		
$d \ll \text{размеров пластин}$	$R_2 - R_1 \ll l$	
$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$	$C = \frac{2\pi \epsilon_0 \epsilon l}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$	$C = \frac{4\pi \epsilon_0 \epsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1}$



## Электростатическое поле в веществе

### 7. Проводники в электрическое поле. Энергия электрического поля

Для увеличения емкости и варьирования ее возможных значений конденсаторы соединяют в батареи, при этом используется их параллельное и последовательное соединения.

Соединение	параллельное	последовательное
Схема		
Сохраняющаяся величина	$U_1 = U_2 = \dots = U_n$ $U = \text{const}$	$Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n$ $Q = \text{const}$
Суммируемые величины	заряд	разность потенциалов
	$Q = \sum_{i=1}^n Q_i$	$U = \sum_{i=1}^n U_i$
Результирующая емкость	$C = \sum_{i=1}^n C_i$	$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$

## Электростатическое поле в веществе

### 7. Проводники в электрическое поле. Энергия электрического поля

При изменении заряда проводника на бесконечно малую величину  $dq$  меняется его потенциал и совершается работа:

$$dA = \varphi \cdot dq \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} C = \frac{q}{\varphi} \\ \varphi = \frac{q}{C} \end{array} \right\} \Rightarrow dA = \frac{q}{C} \cdot dq \quad A = \int_0^q \frac{q \cdot dq}{C} = \frac{1}{C} \frac{q^2}{2}$$

Процесс зарядки плоского воздушного конденсатора можно рассматривать как увеличение разности потенциалов между его обкладками

$$A = W_{\Pi} = \frac{q^2}{2C} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} C = \frac{q}{U} \\ q = CU \end{array} \right\} \Rightarrow A = W_{\Pi} = \frac{CU^2}{2}$$

Энергия конденсатора сосредоточена в объёме конденсатора, расположенном между его обкладками:

$$A = W_{\Pi} = \frac{CU^2}{2} \Rightarrow \left\{ C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} \right\} \Rightarrow W_{\Pi} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S U^2}{2d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2} \left( \frac{U}{d} \right)^2 d \cdot S$$

## Электростатическое поле в веществе

### 7. Проводники в электрическое поле. Энергия электрического поля

$$\left. \begin{array}{l} \frac{U}{d} = E, \quad d \cdot S = V \\ W_{\Pi} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2} \left( \frac{U}{d} \right)^2 d \cdot S \end{array} \right\} \Rightarrow W_{\Pi} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} V$$

Отношение

$$\omega = \frac{W_{\Pi}}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$$

- объёмная плотность энергии электрического поля.

Объёмная плотность энергии характеризует электрическое поле не только применительно к конденсаторам, этот параметр можно использовать для энергетической характеристики любого электрического поля вне зависимости от условий его существования.