

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

Законы сохранения импульса, энергии являются наиболее общими физическими законами. Они имеют глубокое происхождение, связанное с фундаментальными свойствами пространства и времени – однородностью и изотропностью.

А именно: закон сохранения импульса связан с однородностью пространства, закон сохранения энергии - с однородностью времени.

Вследствие этого, использование их не ограничивается рамками классической механики, они выполняются при описании всех известных явлений от космических до квантовых.

Законы сохранения не зависят ни от траекторий тел, ни от характера действующих сил. Поэтому они позволяют получить ряд весьма общих и существенных заключений о свойствах различных механических процессов без их детального рассмотрения с помощью уравнений движения.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

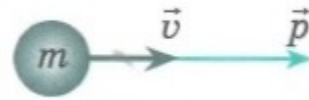
Если, *например*, выясняется, что некий анализируемый процесс противоречит законам сохранения, то можно утверждать: этот процесс невозможен, и бессмысленно пытаться его осуществить.

Независимость законов сохранения от характера действующих сил позволяет применять их даже в том случае, когда силы неизвестны. Так дело обстоит, например, в области микромира, где понятия материальной точки, а следовательно, и силы бессмысленны.

Импульс. Закон сохранения импульса

Физическая величина, равная произведению массы тела на скорость его движения, называется *импульсом тела* (или *количеством движения*).

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v},$$



$$[p]_{СИ} = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Импульс тела – векторная величина.

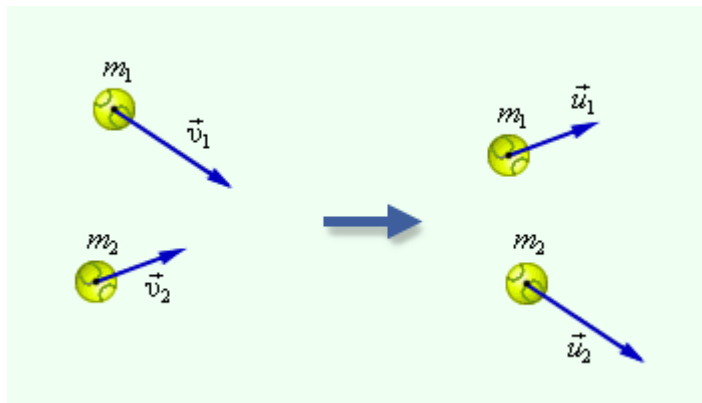
ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

Физическая величина, равная произведению силы на время ее действия, называется *импульсом силы*. Изменение импульса тела равно импульсу силы

$$\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t \quad \text{или} \quad \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}.$$

Импульс силы также является векторной величиной.

Закон сохранения импульса. В замкнутой системе векторная сумма импульсов всех тел, входящих в систему, остается постоянной при любых взаимодействиях тел этой системы между собой:



$$\vec{p}_1 = \vec{p}_2,$$

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2.$$

Пример: столкновения шаров

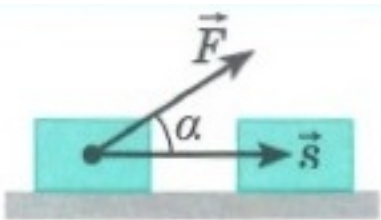
ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

Импульс может сохраняться и в незамкнутой системе. Это происходит в том случае, если равнодействующая всех внешних сил равна нулю, либо время действия этих сил пренебрежимо мало.

Механическая работа и мощность

Энергетические характеристики движения вводятся на основе понятия *механической работы* или *работы силы*.

Работой L , совершаемой постоянной силой \vec{F} , называется физическая величина, равная произведению модулей силы и перемещения, умноженному на косинус угла α между векторами силы \vec{F} и перемещения \vec{S} :



$$L = \vec{F} \cdot \vec{S} = F \cdot S \cdot \cos \alpha, \quad [L]_{СИ} = \text{Дж.}$$

Джоуль равен работе, совершаемой силой в 1 Н на перемещении 1 м в направлении действия силы.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

Работа является скалярной величиной. Она может быть как положительной ($0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$), так и отрицательной ($90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$). При $\alpha = 90^\circ$ работа, совершаемая силой, равна нулю.

Работа силы, совершаемая в единицу времени, называется *мощностью*. Мощность N это физическая величина, равная отношению работы L к промежутку времени t , в течение которого совершена эта работа:

$$N = \frac{L}{t}, \quad [N]_{СИ} = \text{Вт.}$$

Ватт равен мощности силы, совершающей работу в 1 Дж за время 1 с.

КПД (*коэффициентом полезного действия*) называется отношение полезной работы, совершенной машиной за некоторый промежуток времени, ко всей затраченной работе за тот же промежуток времени:

$$\eta = \frac{L_{пол}}{L_{затр}} \cdot 100\%.$$

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

Кинетическая энергия. Теорема о кинетической энергии.

Кинетическая энергия – это энергия движения, равная половине произведения массы тела на квадрат его скорости:

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

Если тело некоторой массы m двигалось под действием приложенных сил, и его скорость изменилась от \vec{v}_1 до \vec{v}_2 то силы совершили определенную работу L .

Работа приложенной к телу равнодействующей силы равна изменению его кинетической энергии.

$$L = \Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}.$$

Это утверждение называют *теоремой о кинетической энергии*. Теорема о кинетической энергии справедлива и в общем случае, когда тело движется под действием изменяющейся силы, направление которой не совпадает с направлением перемещения.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

Потенциальная энергия. Потенциальная энергия гравитационных и упругих взаимодействий.

В физике наряду с кинетической энергией или энергией движения важную роль играет понятие *потенциальной энергии* или *энергии взаимодействия тел*.

Потенциальная энергия определяется взаимным положением тел (например, положением тела относительно поверхности Земли).

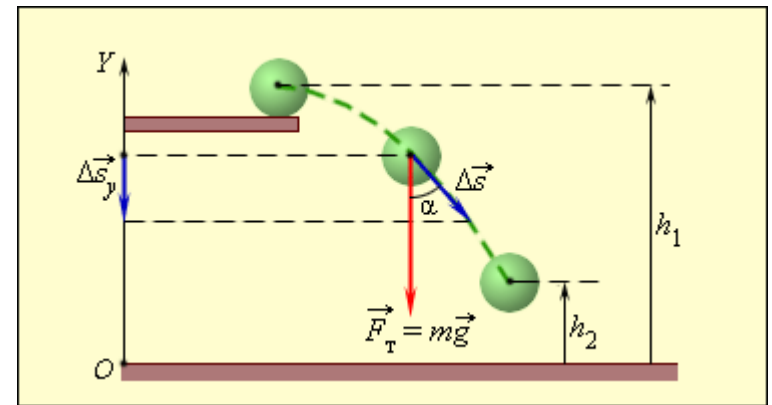
Понятие потенциальной энергии можно ввести только для сил, работа которых не зависит от траектории движения и определяется только начальным и конечным положениями тела. Такие силы называются *консервативными*.

Работа консервативных сил на замкнутой траектории равна нулю.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

Свойством консервативности обладают сила тяжести и сила упругости. Для этих сил можно ввести понятие потенциальной энергии.

Если тело переместилось из точки, расположенной на высоте h_1 , в точку, расположенную на высоте h_2 от начала координатной оси OY , то сила тяжести совершила работу



$$L = mg(h_1 - h_2) = -(mgh_2 - mgh_1).$$

Эта работа равна изменению некоторой физической величины mgh , взятому с противоположным знаком. Эту физическую величину называют *потенциальной энергией тела в поле силы тяжести*

$$E_{\text{п}} = mgh.$$

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

Работа силы тяжести равна изменению потенциальной энергии тела, взятому с противоположным знаком.

$$L = -\Delta E_{\text{П}} = -(E_{\text{П}2} - E_{\text{П}1}).$$

Потенциальная энергия $E_{\text{П}}$ зависит от выбора нулевого уровня, т. е. от выбора начала координат оси OY . Физический смысл имеет не сама потенциальная энергия, а ее изменение $\Delta E_{\text{П}} = E_{\text{П}2} - E_{\text{П}1}$ при перемещении тела из одного положения в другое. Это изменение не зависит от выбора нулевого уровня.

Понятие потенциальной энергии можно ввести и для силы упругости. Эта сила также обладает свойством консервативности.

Растянутая (или сжатая) пружина способна привести в движение прикрепленное к ней тело, т. е. сообщить этому телу кинетическую энергию. Следовательно, такая пружина обладает запасом энергии.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

Потенциальной энергией пружины (или любого упруго деформированного тела) называют величину

$$E_{\text{п}} = \frac{k \cdot x^2}{2},$$

где k – жесткость пружины.

Потенциальная энергия упруго деформированного тела равна работе силы упругости при переходе из данного состояния в состояние с нулевой деформацией.

Потенциальная энергия при упругой деформации – это энергия взаимодействия отдельных частей тела между собой посредством сил упругости.

Свойством консервативности наряду с силой тяжести и силой упругости обладают некоторые другие виды сил, например, сила электростатического взаимодействия между заряженными телами.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

Сила трения не обладает этим свойством. Работа силы трения зависит от пройденного пути. Понятие потенциальной энергии для силы трения вводить нельзя.

Закон сохранения механической энергии

Сумму $E = E_k + E_{\Pi}$ называют *полной механической энергией*.

Закон сохранения энергии в механических процессах гласит:

сумма кинетической и потенциальной энергии тел, составляющих замкнутую систему и взаимодействующих между собой посредством сил тяготения и сил упругости, остается неизменной.

Закон сохранения механической энергии выполняется только тогда, когда тела в замкнутой системе взаимодействуют между собой консервативными силами, то есть силами, для которых можно ввести понятие потенциальной энергии.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

В реальных условиях практически всегда на движущиеся тела наряду с силами тяготения, силами упругости и другими консервативными силами действуют силы трения или силы сопротивления среды.

Если между телами, составляющими замкнутую систему, действуют силы трения, то механическая энергия не сохраняется. Часть механической энергии превращается во внутреннюю энергию тел (нагревание).

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

3.21.* Граната, летевшая со скоростью 21 м/с разорвалась на два осколка. Большой осколок, масса которого составляет 0,7 массы всей гранаты, продолжает двигаться в прежнем направлении со скоростью 60 м/с. Найти модуль скорости меньшего осколка. (Отв.: 70 м/с).

Решение:

Дано:

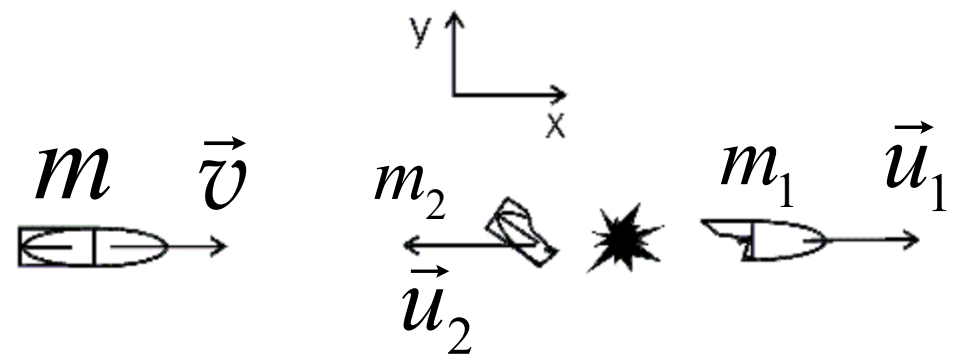
$$v = 21 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$m_1 = 0,7 m$$

$$u_1 = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$m_2 = 0,3 m$$

$$u_2 = ?$$



$$\vec{R} = 0 \Rightarrow \text{сист. изолирована!} \Rightarrow \vec{P} = \text{const.}$$

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \Rightarrow m\vec{v} = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$$

$$OX \rightarrow m v = m_1 u_1 - m_2 u_2 \Rightarrow$$

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

$$m_2 u_2 = m_1 u_1 - m v \Rightarrow$$

$$u_2 = \frac{m_1 u_1 - m v}{m_2},$$

$$u_2 = \frac{(0,7 \cdot 60 - 21)m}{0,3m} = 70 \left(\frac{\text{М}}{\text{с}} \right).$$

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

3.23.* Мальчик массой 50 кг, стоящий на коньках на гладком льду, бросает под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту камень массой 1 кг. С какой скоростью начнет скользить мальчик, если начальная скорость камня равна 20 м/с? (Отв.: 0,2 м/с).

Дано:

$$M = 50 \text{ кг}$$

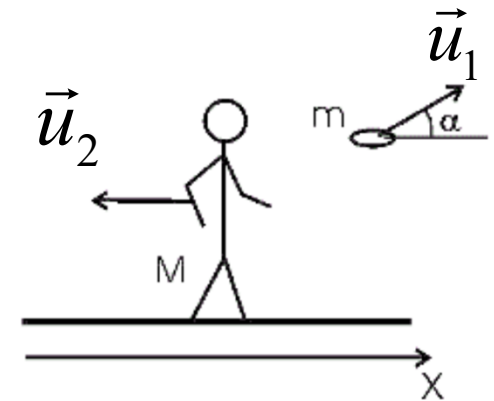
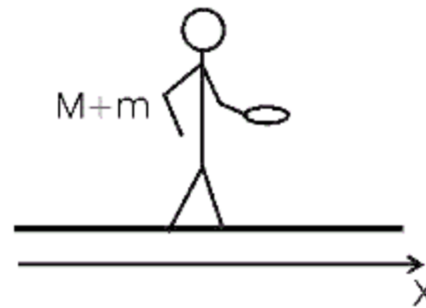
$$\alpha = 60^\circ$$

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$u_1 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$u_2 = ?$$

Решение:



$$\vec{R} = 0 \Rightarrow \text{сист. изолирована!} \Rightarrow \vec{P} = \text{const.}$$

$$0 = m\vec{u}_1 + M\vec{u}_2$$

$$OX \rightarrow 0 = mu_1 \cos \alpha - Mu_2 \Rightarrow$$

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ.
МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

$$Mu_2 = mu_1 \cos \alpha \Rightarrow$$

$$u_2 = \frac{mu_1 \cos \alpha}{M} \Rightarrow$$

$$u_2 = \frac{1 \cdot 20 \cdot \cos 60^\circ}{50} = 0,2 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right).$$

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

3.27.* Футболист, ударяя неподвижный мяч массой 0,8 кг, сообщает ему скорость 12 м/с. Считая длительность удара равной 0,03 с, определить среднюю силу удара. (Отв.: 320 Н).

Дано:
 $m = 0,8$ кг

$v = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$\Delta t = 0,03$ с

$F_{\text{ср}} = ?$

Решение:

$$\vec{F}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

$$F_{\text{ср}} = \frac{mv - mv_0}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$F_{\text{ср}} = \frac{mv}{\Delta t},$$

$$F_{\text{ср}} = \frac{0,8 \cdot 12}{0,03} = 320 \text{ (Н)}.$$



ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

3.29.* Мяч массой 0,1 кг падает, вертикально с высоты 5 м без начальной скорости и после удара о стальную плиту подпрыгнул на начальную высоту. Найти изменение количества движения мяча. Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$. (Отв.: 2 кг·м/с).

Дано:
 $m = 0,1 \text{ кг}$

$h = 5 \text{ м}$

$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$\Delta p = ?$

Решение:

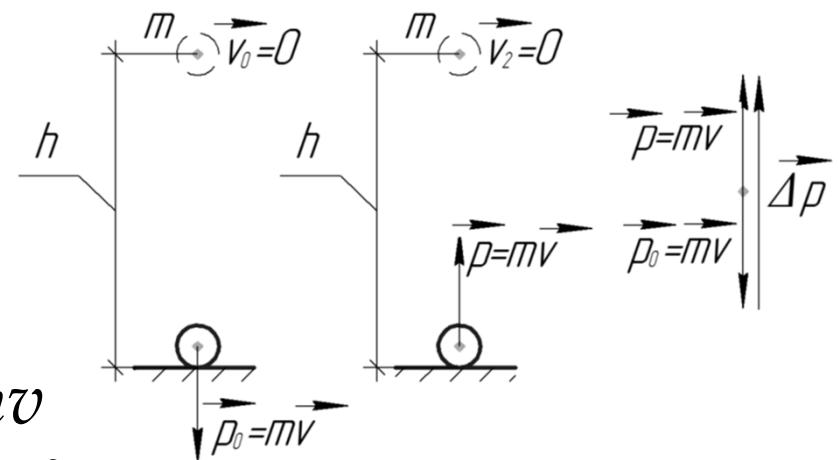
$$\Delta \vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0 \Rightarrow$$

$$\Delta \vec{p} = m\vec{v} - m\vec{v}_0 \Rightarrow$$

$$\Delta p = mv - (-mv) = 2mv$$

$$h = \frac{v^2 - v_0^2}{2g} \Rightarrow h = \frac{v^2}{2g} \Rightarrow v = \sqrt{2gh} \Rightarrow$$

$$\Delta p = 2m\sqrt{2gh}, \quad \Delta p = 2 \cdot 0,1 \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5} = 2 \left(\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \right).$$



ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

3.34.* Вагон массой 40 т движется со скоростью 2 м/с и догоняет сзади вагон массой 60 т, движущийся со скоростью 1 м/с. На сколько уменьшилась скорость первого вагона после абсолютно неупругого удара вагонов? (Отв.: 0,6 м/с).

Дано:
 $m_1 = 40 \text{ т}$

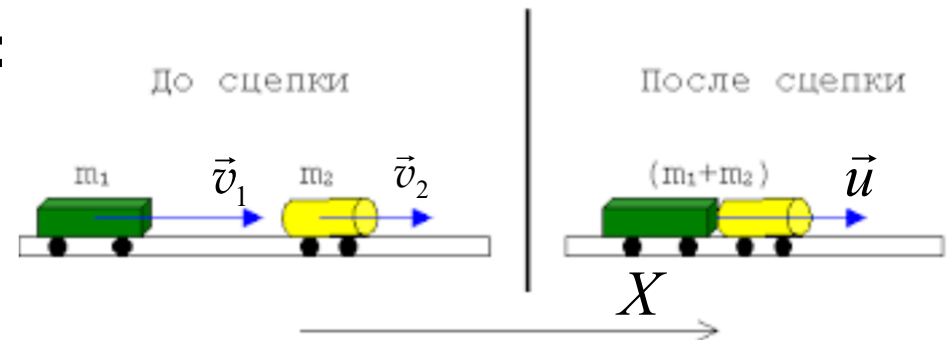
$$v_1 = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$m_2 = 60 \text{ т}$

$$v_2 = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\Delta v = (v_1 - u) - ?$$

Решение:



$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}$$

$$OX \rightarrow m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u$$

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

$$u = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 2 + 60 \cdot 10^3 \cdot 1}{(40 + 60) \cdot 10^3} = 1,4 \left(\frac{\text{М}}{\text{с}} \right).$$

$$\Delta v = (v_1 - u) \Rightarrow \Delta v = 2 - 1,4 = 0,6 \left(\frac{\text{М}}{\text{с}} \right).$$

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

3.40.* При движении по гладкой горизонтальной плоскости тела массой 3 кг на пути 4,8 м была совершена работа 36 Дж. С каким ускорением двигалось тело? (Отв.: 2,5 м/с²).

Дано:

$$m = 3 \text{ кг}$$

$$S = 4,8 \text{ м}$$

$$L = 36 \text{ Дж}$$

 $a - ?$

Решение:

$$L = F \cdot S$$

$$F = m \cdot a$$

$$\left. \begin{array}{l} L = F \cdot S \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \longrightarrow L = m \cdot a \cdot S \Rightarrow$$

$$a = \frac{L}{m \cdot S}$$

$$a = \frac{36}{3 \cdot 4,8} = 2,5 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right).$$

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

3.46.* Мяч массой 0,25 кг, брошенный вертикально вверх со скоростью 12 м/с, упал в место бросания со скоростью 8 м/с. Найти работу силы сопротивления воздуха. (Отв.: -10 Дж).

Дано:

$$m = 0,25 \text{ кг}$$

$$v_0 = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v = 8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

 $L - ?$

Решение:

$$L = L_1 + L_2$$

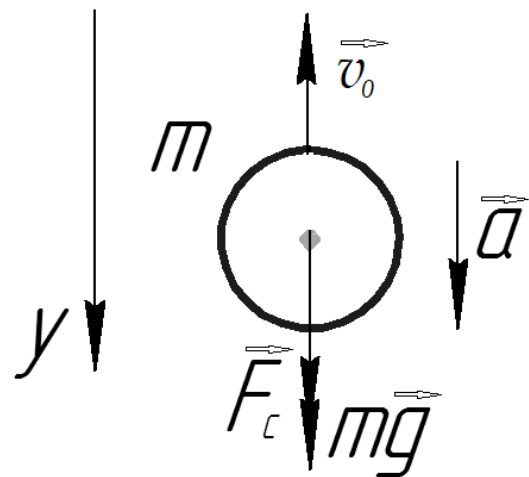
$$L_1 = F_c \cdot h;$$

$$m\vec{g} + \vec{F}_c = m\vec{a}$$

$$OY \rightarrow mg + F_c = ma$$

$$F_c = ma - mg$$

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2h} = -\frac{v_0^2}{2h}$$



ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

$$F_c = \frac{mv_0^2}{2h} - mg \Rightarrow L_1 = \left(\frac{mv_0^2}{2h} - mg \right) h;$$

$$L_2 = F_c \cdot h \quad m\vec{g} + \vec{F}_c = m\vec{a}$$

$$OY \rightarrow mg - F_c = ma$$

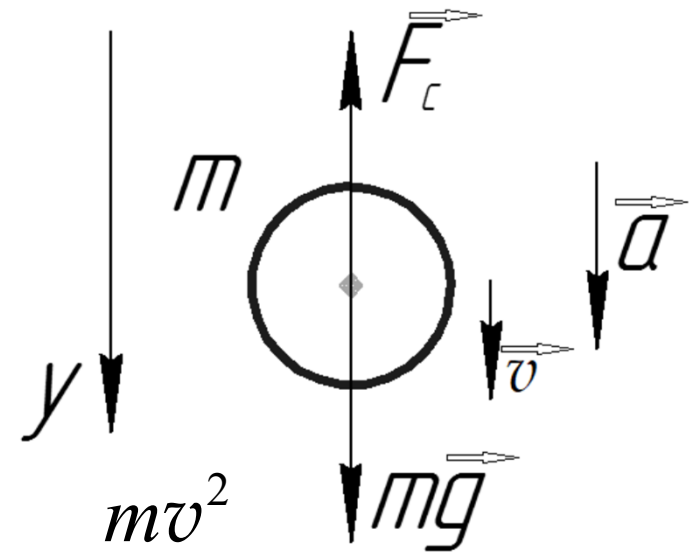
$$F_c = mg - ma$$

$$a = \frac{v^2}{2h}$$



$$F_c = mg - \frac{mv^2}{2h}$$

$$L_2 = \left(mg - \frac{mv^2}{2h} \right) h$$



ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

$$L = L_1 + L_2 = \frac{mv_0^2}{2h} h - mgh + mgh - \frac{mv^2}{2h} h \Rightarrow$$

$$L = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv^2}{2};$$

$$L = \frac{0,25 \cdot 12^2}{2} - \frac{0,25 \cdot 8^2}{2} = 10 \text{ (Дж)}.$$

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

3.53.* Скорость свободного падения тела массой 2 кг на некотором пути увеличилась от 1 м/с до 5 м/с. Найти работу силы тяжести. (Отв.: 24 Дж).

Дано:

$$m = 2 \text{ кг}$$

$$v_1 = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_2 = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

 $L - ?$

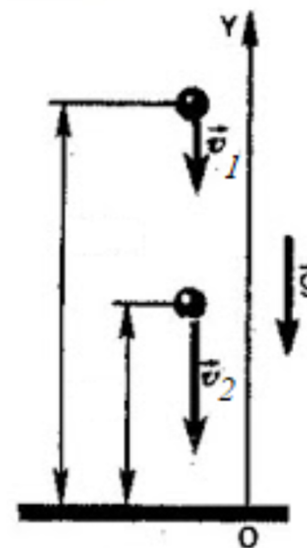
Решение:

$$L = \Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$$

$$E_{k1} = \frac{mv_1^2}{2}; \quad E_{k2} = \frac{mv_2^2}{2};$$

$$L = \frac{m}{2} (v_2^2 - v_1^2);$$

$$L = \frac{2}{2} (5^2 - 1^2) = 24 \text{ (Дж)}.$$



ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

3.54.* Автомобиль массой 1 т, развивающий мощность 49 кВт, поднимается равномерно в гору. Определить скорость подъема, если угол наклона горы $\alpha = 30^\circ$. Сопротивлением движению пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 9,8 \text{ м/с}^2$. (Отв.: 10 м/с).

Дано:

$$m = 1 \text{ т}$$

$$P = 49 \text{ кВт}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$v = ?$$

Решение:

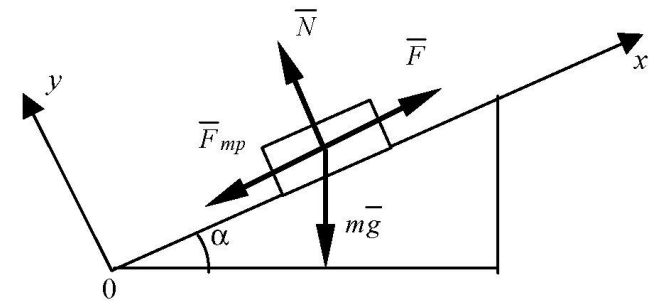
$$L = F \cdot s$$

$$P = \frac{L}{t} = \frac{F \cdot s}{t}; \quad \frac{s}{t} = v;$$

$$P = F \cdot v$$

$$m\vec{g} + \vec{F} + \vec{N} = 0$$

$$OX \rightarrow -mg \sin \alpha + F = 0 \Rightarrow \quad F = mg \sin \alpha$$



©5terka.com

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

$$P = mg (\sin \alpha) \cdot v,$$

$$v = \frac{P}{mg \sin \alpha}$$

$$v = \frac{49 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot \sin 30^\circ} = 10 \left(\frac{\text{М}}{\text{с}} \right).$$

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

3.65.* Тело массой 1,5 кг падает свободно с высоты 27 м. Чему равна его кинетическая энергия на высоте 17 м? Ускорение свободного падения принять равным 9,8 м/с². (Отв.: 147 Дж).

Дано:
 $m = 1,5$ кг

$v_0 = 0$

$h = 27$ м

$h_1 = 17$ м

$g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$E_k - ?$

Решение:

$$E = E_k + E_n$$

$$A \rightarrow E = E_n = mgh$$

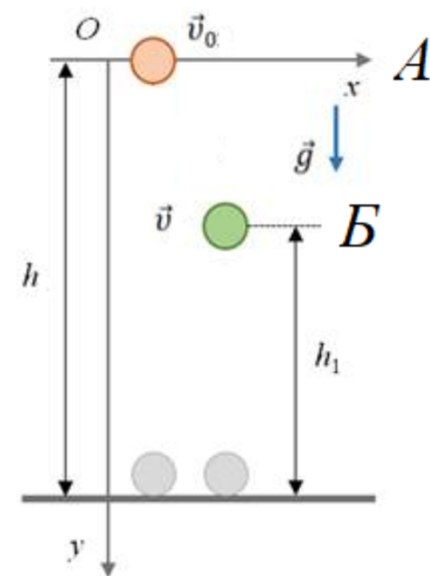
$$B \rightarrow E = E_k + E_{n1} \Rightarrow E = E_k + mgh_1$$

$$E = \text{const} \Rightarrow$$

$$E_n = E_k + E_{n1} \Rightarrow$$

$$E_k = E_n - E_{n1} \Rightarrow E_k = mgh - mgh_1 = mg(h - h_1)$$

$$E_k = 1,5 \cdot 9,8(27 - 17) = 147 \text{ (Дж)}.$$



ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

3.69.* Свинцовый шар массой 0,6 кг, движущийся со скоростью 16 м/с, сталкивается с неподвижным шаром из воска массой 0,2 кг, после чего оба шара движутся вместе. Определить кинетическую энергию шаров после удара. (Отв.: 57,6 Дж).

Дано:

$$m_1 = 0,6 \text{ кг}$$

$$v_1 = 16 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$m_2 = 0,2 \text{ кг}$$

$$v_2 = 0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$E_k \text{ — ?}$$

Решение:

$$\vec{R} = 0 \rightarrow \text{сист. изолирована} \Rightarrow$$

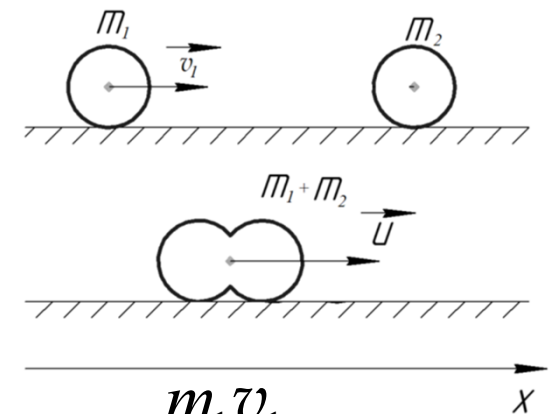
$$\vec{P} = \text{const}$$

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}$$

$$OX \rightarrow m_1 v_1 = (m_1 + m_2) u \Rightarrow u = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

$$u = \frac{0,6 \cdot 16}{0,6 + 0,2} = 12 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right), \quad E_k = \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2},$$

$$E_k = \frac{(0,6 + 0,2) 12^2}{2} = 57,6 \text{ (Дж)}.$$



ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

3.74.* Тело падает вертикально вниз с высоты 6,75 м над поверхностью Земли, имея начальную скорость равную 5 м/с и направленную вертикально вниз. На какой высоте над поверхностью Земли его кинетическая и потенциальная энергии равны друг другу? Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2 . (Отв.: 4 м).

Дано:
 $h = 6,75 \text{ м}$

$v_0 = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$E_k = E_n$

$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

 $h_1 - ?$

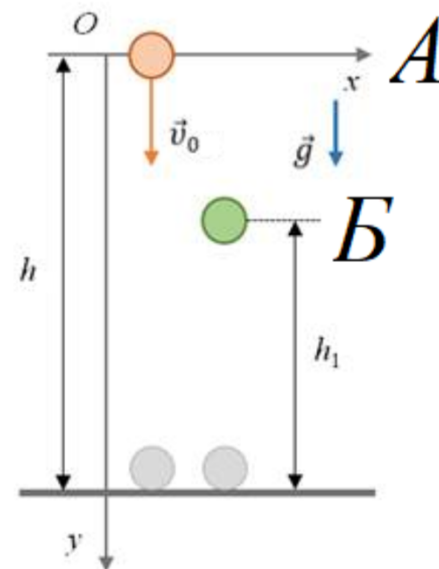
Решение:

$$E = \text{const}$$

$$A \rightarrow E = E_{k0} + E_{n0} \Rightarrow$$

$$E_{k0} = \frac{mv_0^2}{2}, \quad E_{n0} = mgh,$$

$$B \rightarrow E = E_k + E_n = \{E_k = E_n\} \Rightarrow E = E_n + E_n = 2E_n$$



ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

$$E_n = mgh_1$$

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = 2mgh_1 \Rightarrow$$

$$\frac{v_0^2}{2} + gh = 2gh_1 \Rightarrow$$

$$h_1 = \frac{1}{2g} \left(\frac{v_0^2}{2} + gh \right)$$

$$h_1 = \frac{1}{2 \cdot 10} \left(\frac{5^2}{2} + 10 \cdot 6,75 \right) = 4 \text{ (м)}.$$

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

3.77.* Тело массой 1,5 кг падает свободно с некоторой высоты и в момент падения на Землю имеет скорость 12 м/с. При этом сила сопротивления воздуха совершила работу (−18) Дж. Определить высоту, с которой тело упало. Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с². (**Отв.:** 8,4 м).

Дано:

$$m = 1,5 \text{ кг}$$

$$v_0 = 0$$

$$v = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$L_{\text{сопр}} = -18 \text{ Дж}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

 $h - ?$

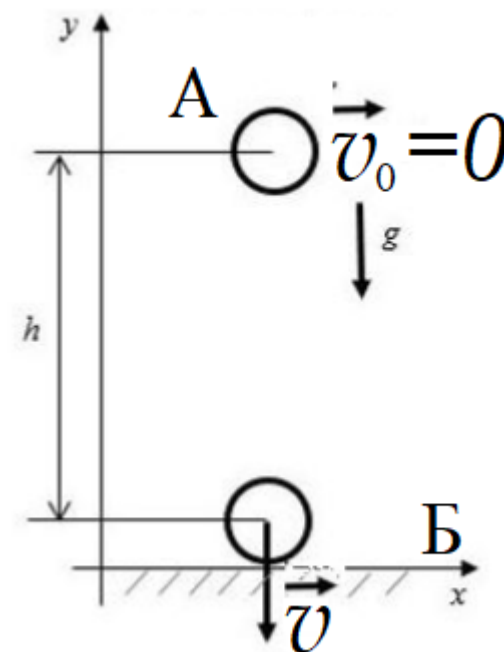
Решение:

$$E = \text{const}$$

$$A \rightarrow E_0 = E_{\text{п}} = mgh$$

$$B \rightarrow E_1 = E_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2}$$

$$E_0 = E_1 + L_{\text{сопр}} \Rightarrow$$



ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + L_{\text{comp}} \Rightarrow$$

$$h = \frac{1}{mg} \left(\frac{mv^2}{2} + L_{\text{comp}} \right)$$

$$h = \frac{1}{1,5 \cdot 10} \left(\frac{1,5 \cdot 12^2}{2} + 18 \right) = 8,4 \text{ (м)}.$$

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

3.79.* На покоящееся тело массой 3 кг начала действовать постоянная сила, которая через одну секунду сообщила телу кинетическую энергию 1,5 Дж. Найти модуль этой силы. (**Отв.:** 3 Н).

Дано:

$$m = 3 \text{ кг}$$

$$v_0 = 0$$

$$t = 1 \text{ с}$$

$$E_k = 1,5 \text{ Дж}$$

 $F = ?$


Решение:

$$L = \Delta E_k = E_k - E_{k0}$$

$$v_0 = 0 \Rightarrow E_{k0} = 0$$

$$L = F \cdot S$$

$$S = \frac{at^2}{2};$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{v}{t}$$
$$E_k = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$$

$$a = \frac{1}{t} \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$$

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

$$S = \frac{1}{t} \sqrt{\frac{2E_k}{m}} \cdot \frac{t^2}{2} = \frac{t}{2} \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$$

$$L = E_k \Rightarrow F \cdot S = E_k$$

$$F = \frac{E_k}{S} \Rightarrow F = \frac{E_k}{\frac{t}{2} \sqrt{\frac{2E_k}{m}}} = \frac{2}{t} \sqrt{\frac{E_k^2 \cdot m}{2E_k}} = \frac{2}{t} \sqrt{\frac{E_k \cdot m}{2}}$$

$$F = \frac{2}{1} \sqrt{\frac{1,5 \cdot 3}{2}} = 3 \text{ (Н)}.$$

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

3.82.* Автомобиль массой 1 т при резком торможении прошел до полной остановки 20 м за 4 с. Определить работу силы трения. (Отв.: –50 кДж).

Дано:

$$m = 1 \text{ т}$$

$$S = 20 \text{ м}$$

$$v = 0$$

$$t = 4 \text{ с}$$

$$L_{\text{тр}} = ?$$

Решение:

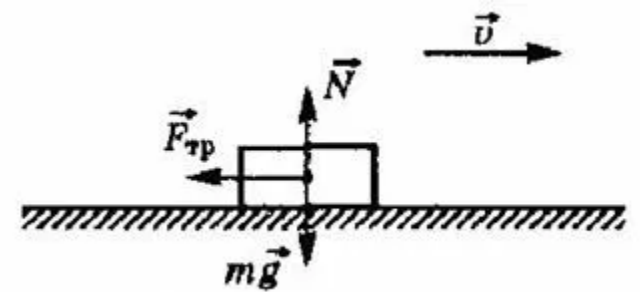
$$L_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} \cdot S$$

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} = m\vec{a}$$

$$OX \rightarrow -F_{\text{тр}} = ma$$

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2S} = -\frac{v_0^2}{2S}$$

$$S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$$



$$S = v_0 t - \frac{v_0^2}{2S} \frac{t^2}{2} \Rightarrow$$

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

$$S = \frac{4Sv_0t - v_0^2t^2}{4S} \Rightarrow 4S^2 = 4Sv_0t - v_0^2t^2 \Rightarrow$$

$$v_0^2t^2 - v_04St + 4S^2 = 0 \Rightarrow$$

$$16v_0^2 - 320v_0 + 1600 = 0 \Leftrightarrow v_0^2 - 20v_0 + 100 = 0$$

$$D = 400 - 400 = 0$$

$$v_0 = \frac{20}{2} = 10 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$$

$$a = \frac{100}{2 \cdot 20} = 2,5 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)$$

$$L_{mp} = maS \Rightarrow L_{mp} = 1 \cdot 10^3 \cdot 2,5 \cdot 20 = 50 \text{ (кДж)}.$$

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ.

МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

3.85.* При быстром торможении, трамвай уменьшил свою скорость в 3 раза за 4 с. Найти начальную скорость трамвая, если коэффициент трения колес о рельсы равен 0,2. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. (Отв.: 12 м/с).

Решение:

Дано:

$$\frac{v_0}{v} = 3$$

$$t = 4 \text{ с}$$

$$\mu = 0,2$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$v_0 = ?$$

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{mp} = m\vec{a}$$

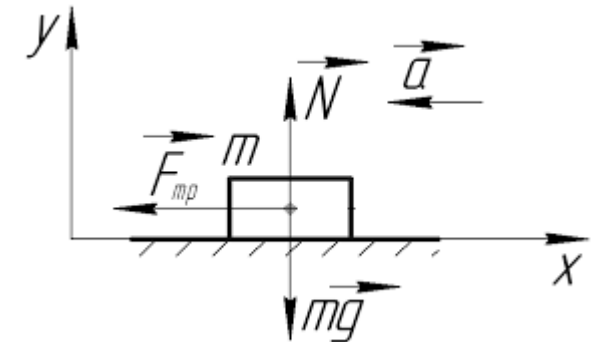
$$OX \rightarrow -F_{mp} = -ma$$

$$OY \rightarrow N - mg = 0$$

$$F_{mp} = \mu N = \mu mg$$

$$\mu mg = ma \Rightarrow a = \mu g$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{v_0}{t} \left(\frac{v}{v_0} - 1 \right)$$



$$\mu g = \frac{v_0}{t} \left(\frac{v}{v_0} - 1 \right) \Rightarrow$$

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

$$\mu gt = v_0 \left(\frac{v}{v_0} - 1 \right) \Rightarrow$$

$$v_0 = \frac{\mu gt}{\left| \left(\frac{v}{v_0} - 1 \right) \right|}$$

$$v_0 = \frac{0,2 \cdot 10 \cdot 4}{1 - \frac{1}{3}} = 12 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right).$$

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

3.89.* Какую работу совершил мальчик, стоящий на гладком льду, сообщив санкам начальную скорость $v_0 = 4$ м/с относительно льда, если масса санок $m = 4$ кг, а масса мальчика $M = 20$ кг? Трением о лед полозьев и ног мальчика можно пренебречь. (Отв.: 38,4 Дж).

Дано:

$$v_0 = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$m = 4 \text{ кг}$$

$$M = 20 \text{ кг}$$

 $L - ?$

Решение:

$$L = E_{kc} + E_{kM} \Leftrightarrow L = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{Mv^2}{2}$$

$$\vec{P} = const \Rightarrow 0 = mv_0 - Mv \Rightarrow v = \frac{mv_0}{M}$$

$$L = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{M}{2} \frac{m^2 v_0^2}{M^2} \Rightarrow L = \frac{mv_0^2}{2} \left(1 + \frac{m}{M} \right),$$

$$L = \frac{4 \cdot 4^2}{2} \left(1 + \frac{4}{20} \right) = 38,4 \text{ (Дж)}.$$

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ