

## СТАТИКА. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

*Статика* — раздел механики, изучающий условия равновесия тела или системы тел.

*Равновесие* — состояние тела, при котором тело или находится в покое, или движется равномерно и поступательно, или равномерно вращается вокруг неподвижной оси.

Для равновесия не вращающегося тела (материальной точки) необходимо и достаточно, чтобы векторная сумма всех сил, приложенных к нему, равнялась нулю:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_N = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^N \vec{F}_i = 0,$$

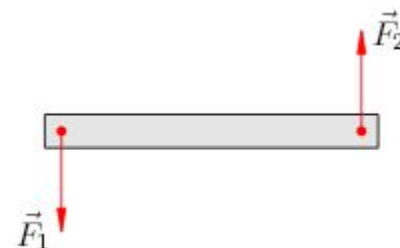
где  $N$  — число сил, действующих на тело.

*Вращение относительно неподвижной оси* — такое движение, при котором точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на прямой, называемой осью вращения.

Для равновесия тел, имеющих неподвижную ось вращения, вышеприведенное условие является необходимым, но не достаточным.

## СТАТИКА. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

В качестве примера рассмотрим *пару сил* - так называются две равные по модулю противоположно направленные силы, линии действия которых не совпадают. Пусть пара сил  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  приложена к твёрдому стержню

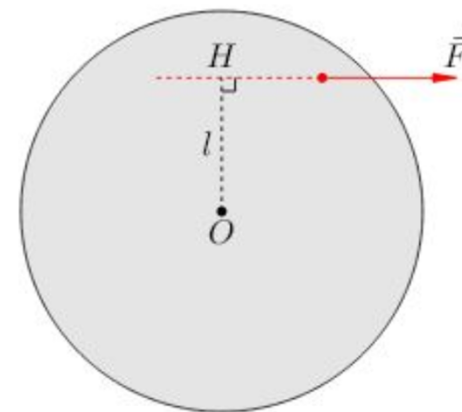


Векторная сумма этих сил равна нулю. Но стержень покоиться не будет: он начнёт вращаться. В данном случае не выполнено второе условие равновесия твёрдого тела. Чтобы его сформулировать, нужно ввести понятие *момента силы*.

*Момент силы* относительно оси вращения - это произведение силы на плечо:

$$M = F \cdot l.$$

*Плечо силы* - это расстояние от оси вращения до линия действия силы (т. е. длина общего перпендикуляра к двум этим прямым).



$$[M]_{СИ} = \text{Н} \cdot \text{м}.$$

## СТАТИКА. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

Чтобы учесть также направление вращения, вызываемого действием силы, моменту силы приписывают знак. Именно, момент силы считается положительным, если сила стремится поворачивать тело по часовой стрелки, и отрицательным, если против часовой стрелке.

Если тело имеет неподвижную ось вращения и если алгебраическая сумма моментов всех сил относительно этой оси обращается в нуль, то тело будет находиться в равновесии. *Это так называемое правило моментов.*

*Условия равновесия твердого тела при действии плоской системы сил, имеющего ось вращения (необходимое и достаточное условие):* тело находится в равновесии, если равны нулю:

а) векторная сумма всех действующих на тело сил

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_N = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sum_{i=1}^N \vec{F}_i = 0,$$

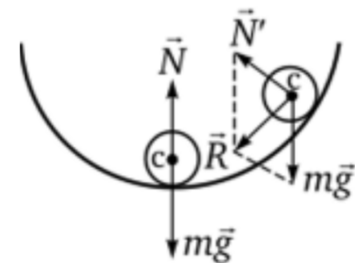
## СТАТИКА. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

б) алгебраическая сумма моментов этих сил относительно оси вращения:

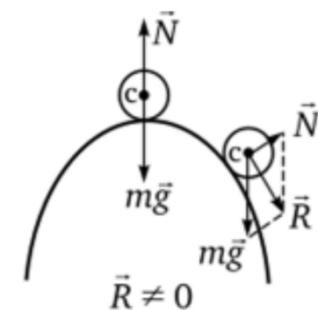
$$M_1 + M_2 + \dots + M_N = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^N M_i = 0.$$

Различают три вида равновесия: *устойчивое*, *неустойчивое* и *безразличное*.

Равновесие называется *устойчивым*, если при малом смещении тела от положения равновесия возникает отличная от нуля равнодействующая сил, направленная к положению равновесия и стремящаяся вернуть его в исходное состояние.

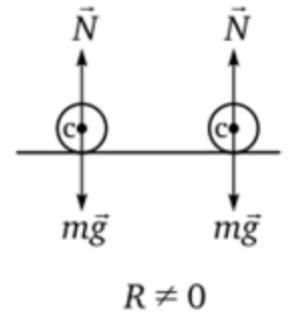


Равновесие называется *неустойчивым*, если при выводе тела из состояния равновесия возникает отличная от нуля равнодействующая сил, направленная от положения равновесия, и тело не может вернуться самостоятельно в прежнее состояние.



## СТАТИКА. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

Равновесие называется *безразличным*, если при небольшом смещении тела от положения равновесия равнодействующая сил, действующих на тело, равна нулю.



## СТАТИКА. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

4.17.\* На наклонной плоскости, составляющей угол  $45^\circ$  с горизонтом, лежит тело. Найти массу этого тела, если сила реакции наклонной плоскости равна 630 Н. Считать ускорение свободного падения равным  $10 \text{ м/с}^2$ , а  $\cos 45^\circ = 0,7$ . (Отв.: 90 кг).

Дано:

$$\alpha = 45^\circ$$

$$N = 630 \text{ Н}$$

$$g = 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$$

---

$$m - ?$$

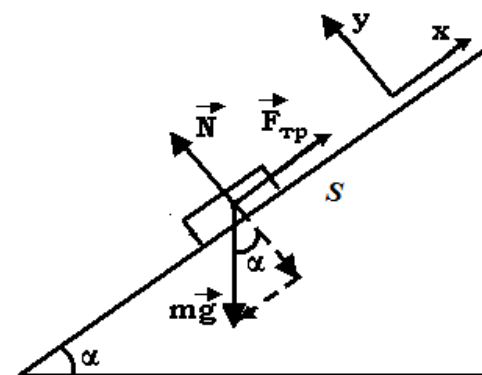
Решение:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{mp} = 0$$

$$OX \rightarrow -mg \sin \alpha + F_{mp} = 0$$

$$OY \rightarrow -mg \cos \alpha + N = 0$$

$$N = mg \cos \alpha \Rightarrow m = \frac{N}{g \cdot \cos \alpha}$$



$$m = \frac{630}{10 \cdot 0,7} = 90 \text{ (кг)}.$$

## СТАТИКА. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

**4.18.\*** Тело массой 100 кг висит на веревке. Найти величину горизонтальной силы  $F$  (см. рис. 4.1), которая оттягивает тело, если веревка образует с вертикалью угол  $60^\circ$ . Принять ускорение свободного падения равным  $9,8 \text{ м/с}^2$ ,  $\sqrt{3} \approx 1,7$ . (Отв.: 1666 Н).

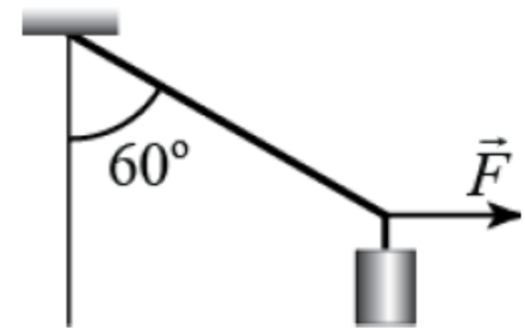


Рис. 4.1

Решение:

Дано:

$$m = 100 \text{ кг}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$g = 9,8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$$

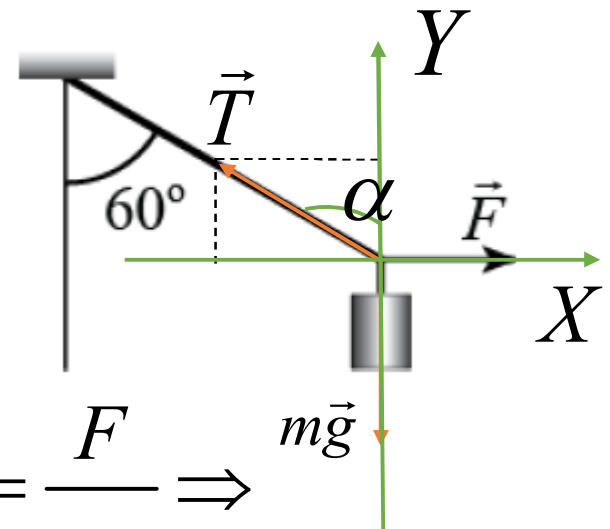
$F = ?$

$$m\vec{g} + \vec{F} + \vec{T} = 0$$

$$OX \rightarrow -T \sin \alpha + F = 0$$

$$OY \rightarrow T \cos \alpha - mg = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} T \sin \alpha = F \\ T \cos \alpha = mg \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{T \sin \alpha}{T \cos \alpha} = \frac{F}{mg} \Rightarrow$$



## СТАТИКА. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{F}{mg} \Rightarrow F = mg \cdot \operatorname{tg}\alpha$$

$$F = 100 \cdot 9,8 \cdot \operatorname{tg}60^\circ = 1697 \text{ (Н)}.$$

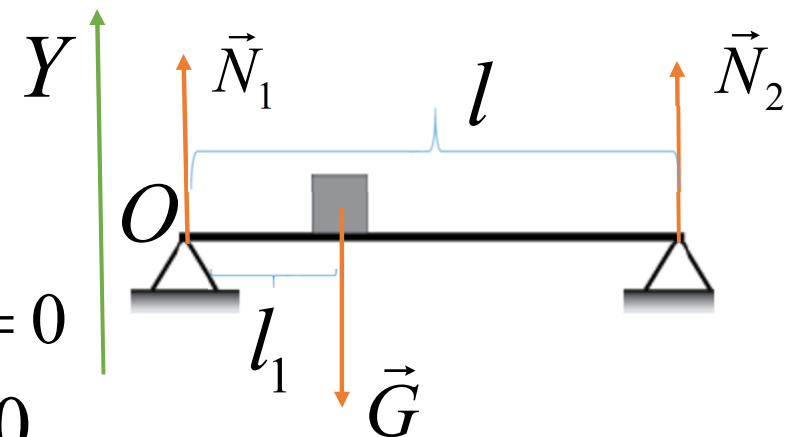


## СТАТИКА. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

**4.20.\*** Балка длиной 10 м лежит на опорах как показано на *рисунке 4.3*. На расстоянии 2 м от левого конца балки лежит груз весом 500 Н. Определить на сколько сила действия балки на левую опору больше силы действия на правую опору. (**Отв.:** 300 Н).



*Рис. 4.3*



*Решение:*

$$\vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{G} = 0$$

$$OY \rightarrow N_1 + N_2 - G = 0$$

$$M_1 + M_2 + M_3 = 0$$

$$O \rightarrow M_1 = N_1 \cdot 0 = 0$$

$$M_2 = -N_2 \cdot l$$

$$M_3 = G \cdot l_1$$

$$\rightarrow -N_2 \cdot l + G \cdot l_1 = 0 \rightarrow$$

*Дано:*

$$l = 10 \text{ м}$$

$$l_1 = 2 \text{ м}$$

$$G = 500 \text{ Н}$$

---


$$\Delta F = (N_1 - N_2) - ?$$

## СТАТИКА. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

$$N_2 = \frac{G \cdot l_1}{l}$$

$$N_2 = \frac{500 \cdot 2}{10} = 100 \text{ (Н)}$$

$$OY \rightarrow N_1 + N_2 - G = 0 \Rightarrow N_1 = G - N_2$$

$$N_1 = 500 - 100 = 400 \text{ (Н)}$$

$$\Delta F = (N_1 - N_2) = 400 - 100 = 300 \text{ (Н)}.$$

## СТАТИКА. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

4.24.\* В середине троса подвешен груз массой 10 кг (см. рис. 4.6). При этом угол между тросом и вертикалью равен  $60^\circ$ . Найти натяжение троса. Принять  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ . (Отв.: 98 Н).

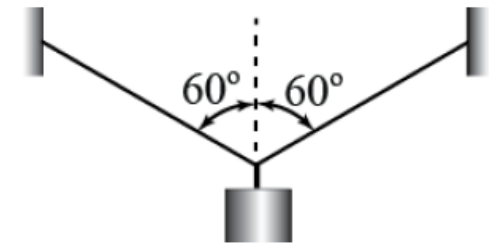
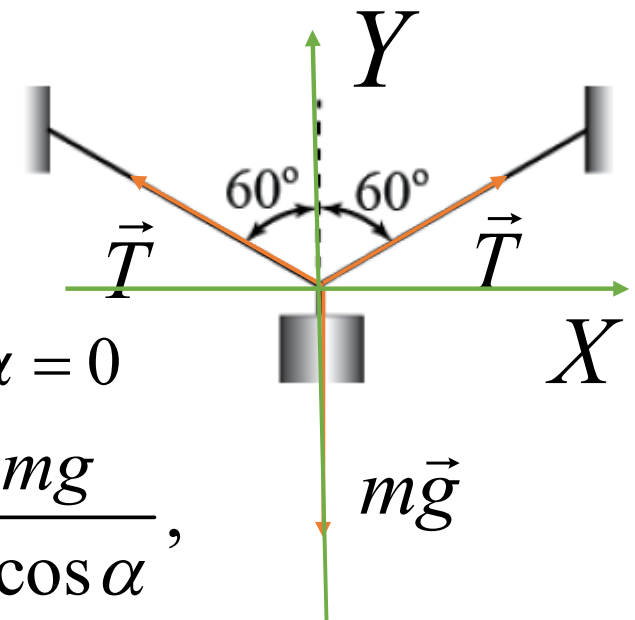


Рис. 4.6



Дано:

$$m = 10 \text{ кг}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

-----  
 $T = ?$

Решение:

$$m\vec{g} + \vec{T} + \vec{T} = 0$$

$$OX \rightarrow -T \sin \alpha + T \sin \alpha = 0$$

$$OY \rightarrow -mg + T \cos \alpha + T \cos \alpha = 0$$

$$2T \cos \alpha = mg \Rightarrow T = \frac{mg}{2 \cos \alpha},$$

$$T = \frac{10 \cdot 9,8}{2 \cdot \cos 60^\circ} = 98 \text{ (Н)}.$$

## СТАТИКА. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

4.27.\* Брусок массой 4 кг лежит на горизонтальной поверхности. Коэффициент трения между бруском и поверхностью равен 0,3. К бруску прикладывают две горизонтальные силы:  $F_1 = 14$  Н и противоположную ей силу  $F_2$ . При каком минимальном значении силы  $F_2$  брусок находится в равновесии? Ускорение свободного падения принять равным  $10 \text{ м/с}^2$ . (Отв.: 2 Н).

Решение:

Дано:

$$m = 4 \text{ кг}$$

$$\mu = 0,3$$

$$F_1 = 14 \text{ Н}$$

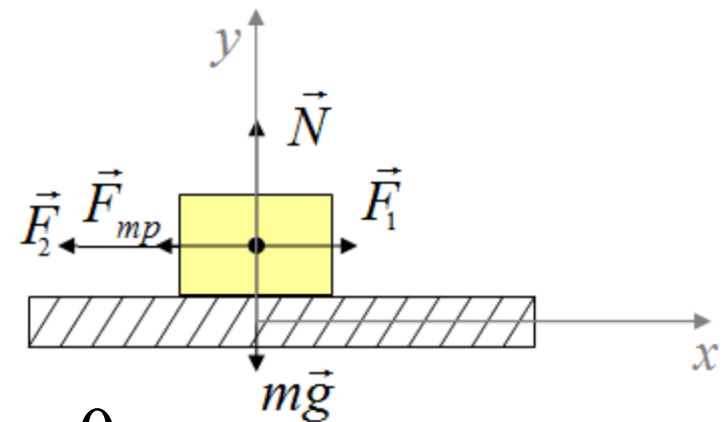
$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

-----  
 $F_2 = ?$

$$m\vec{g} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_{mp} + \vec{N} = 0$$

$$OX \rightarrow F_1 - F_2 - F_{mp} = 0$$

$$OY \rightarrow -mg + N = 0$$



## СТАТИКА. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

$$F_{mp} = \mu N = \mu mg$$

$$OX \rightarrow F_1 - F_2 - F_{mp} = 0 \Rightarrow F_1 - F_2 - \mu mg = 0$$

$$F_2 = F_1 - \mu mg$$

$$F_2 = 14 - 0,3 \cdot 4 \cdot 10 = 2 \text{ (Н)}.$$

## СТАТИКА. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

4.34.\* К телу под прямым углом друг к другу приложены силы 5 Н и 12 Н. Определить массу тела, если под действием этих сил оно движется равномерно. Коэффициент трения  $\mu = 0,05$ ,  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . (Отв.: 26 кг).

Дано:

$$F_1 = 5 \text{ Н}$$

$$F_2 = 12 \text{ Н}$$

$$\mu = 0,05$$

$$g = 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$$

$m - ?$

Решение:

$$m\vec{g} + \vec{F} + \vec{F}_{mp} + \vec{N} = 0$$

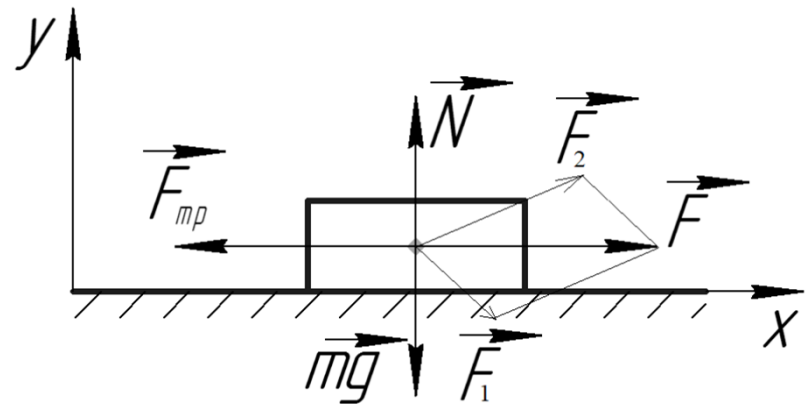
$$OX \rightarrow F - F_{mp} = 0$$

$$OY \rightarrow -mg + N = 0$$

$$F_{mp} = \mu N = \mu mg$$

$$F = \mu mg \Rightarrow m = \frac{F}{\mu g}$$

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$



$$m = \frac{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}}{\mu g} = 26 \text{ (кг)}.$$

## СТАТИКА. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

**4.48.\*** Невесомый стержень  $ABC$  длиной  $AC = 2,4$  м может свободно вращаться вокруг своего конца  $A$ . В точке  $B$  подвешено тело массой  $80$  кг, которое удерживается в равновесии силой  $F = 294$  Н, действующей вертикально вверх в точке  $C$  (см. рис. 4,16). Найти, чему равно расстояние  $AB$ ? Ускорение свободного падения  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>. (Отв.:  $0,9$  м).

*Дано:*

$$AC = 2,4 \text{ м}$$

$$m = 80 \text{ кг}$$

$$F = 294 \text{ Н}$$

$$g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

-----  
 $AB - ?$

*Решение:*

$$\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F} = 0$$

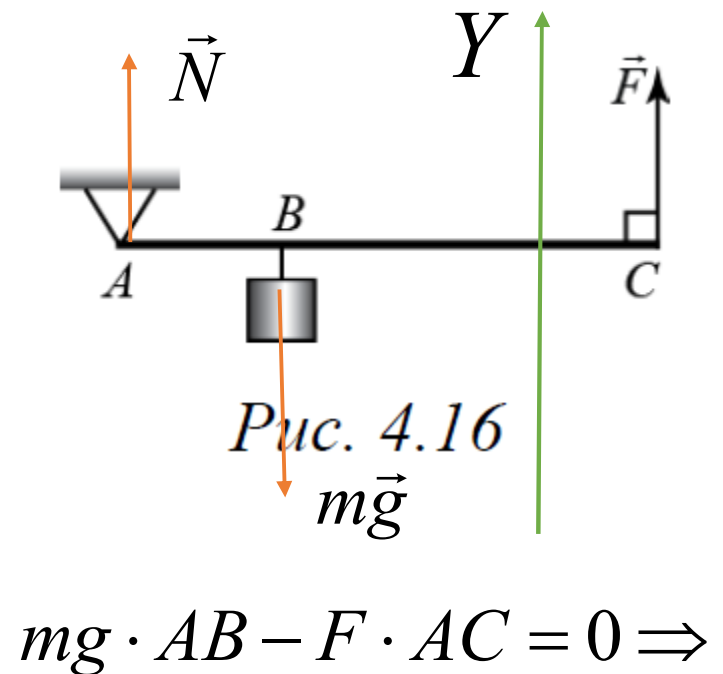
$$OY \rightarrow N - mg + F = 0$$

$$M_1 + M_2 + M_3 = 0$$

$$A \rightarrow M_1 = N \cdot 0 = 0$$

$$M_2 = mg \cdot AB$$

$$M_3 = -F \cdot AC$$



$$mg \cdot AB - F \cdot AC = 0 \Rightarrow$$

## СТАТИКА. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

$$mg \cdot AB = F \cdot AC \Rightarrow$$

$$AB = \frac{F \cdot AC}{mg}$$

$$AB = \frac{294 \cdot 2,4}{80 \cdot 9,8} = 0,9 \text{ (м)}.$$



## СТАТИКА. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

4.54.\* Однородный стержень (см. *рис. 4.19*) находится в равновесии под действием силы  $F_1 = 3$  Н и неизвестной силы  $F_2$ . Найти модуль силы  $F_2$ , если  $\beta = 90^\circ$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $AB = BC$ .

(Отв.: 6 Н).

Решение:

Дано:

$$F_1 = 3 \text{ Н}$$

$$\beta = 90^\circ$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$AB = BC$$

$$F_2 - ?$$

$$M_1 + M_2 = 0$$

$$B \rightarrow M_1 = -F_1 \cdot AB$$

$$M_2 = F_2 \cdot d$$

$$d = BC \cdot \sin \alpha$$

$$F_2 \cdot BC \cdot \sin \alpha - F_1 \cdot AB = 0 \Rightarrow$$

$$F_1 = F_2 \cdot \sin \alpha$$

$$F_2 = \frac{F_1}{\sin \alpha}, \quad F_2 = \frac{3}{\sin 30^\circ} = 6 \text{ (Н)}.$$

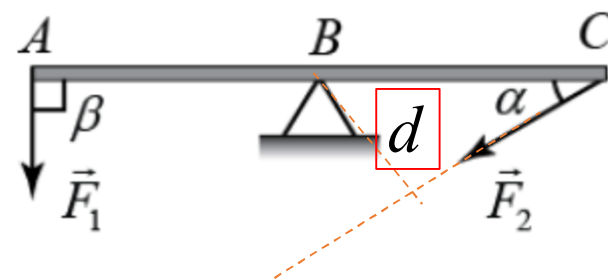
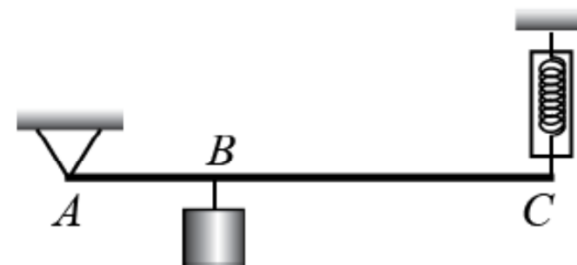


Рис. 4.19

## СТАТИКА. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

**4.57.\*** Невесомый стержень  $AC$  длиной  $1,4$  м может свободно вращаться вокруг своего конца  $A$  (см. *рис. 4.22*). Другой конец  $C$  подвешен к вертикальному динамометру так, что стержень находится в горизонтальном положении. Найти массу груза, подвешенного в точке  $B$ , если  $AB = 0,5$  м, а показания динамометра  $24,5$  Н. Ускорение свободного падения принять равным  $9,8$  м/с<sup>2</sup>. (Отв.:  $7$  кг).



*Рис. 4.22*

## СТАТИКА. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

Дано:

$$AC = 1,4 \text{ м}$$

$$AB = 0,5 \text{ м}$$

$$F = 24,5 \text{ Н}$$

$$g = 9,8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$$

$m - ?$

Решение:

$$M_1 + M_2 + M_3 = 0$$

$$A \rightarrow M_1 = N \cdot 0 = 0$$

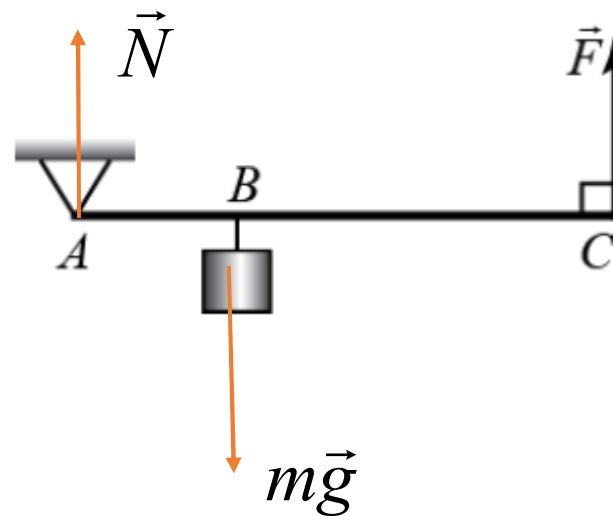
$$M_2 = mg \cdot AB$$

$$M_3 = -F \cdot AC$$

$$mg \cdot AB - F \cdot AC = 0$$

$$mg \cdot AB = F \cdot AC$$

$$m = \frac{F \cdot AC}{g \cdot AB}, \quad m = \frac{24,5 \cdot 1,4}{9,8 \cdot 0,5} = 7 \text{ (кг)}.$$



## СТАТИКА. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

4.77.\* В колено U – образной трубки налита вода и масло, разделенные ртутью. Поверхности раздела ртути и жидкостей в обоих коленах находятся на одной высоте. Найти плотность масла, если плотность воды равна  $1000 \text{ кг/м}^3$ , высота столбика воды  $h_1 = 0,08 \text{ м}$ , высота столбика масла  $h_2 = 0,1 \text{ м}$  (см. рис. 4.23). (Отв.:  $800 \text{ кг/м}^3$ ).

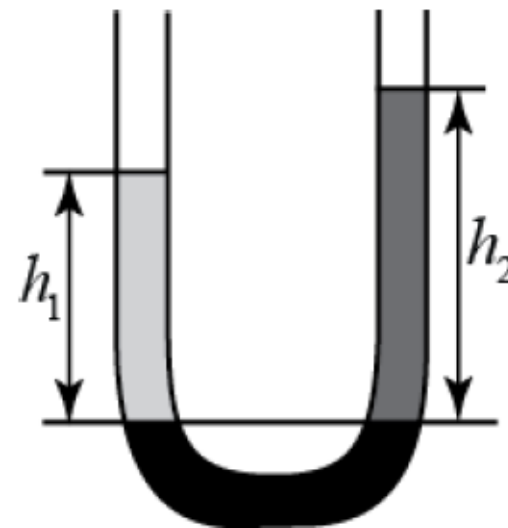


Рис. 4.23

# СТАТИКА. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

Дано:

$$\rho_{\text{в}} = 1000 \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3}$$

$$h_1 = 0,08 \text{ м}$$

$$h_2 = 0,1 \text{ м}$$

-----  
 $\rho_{\text{м}} - ?$

Решение:

$$F_1 = F_2$$

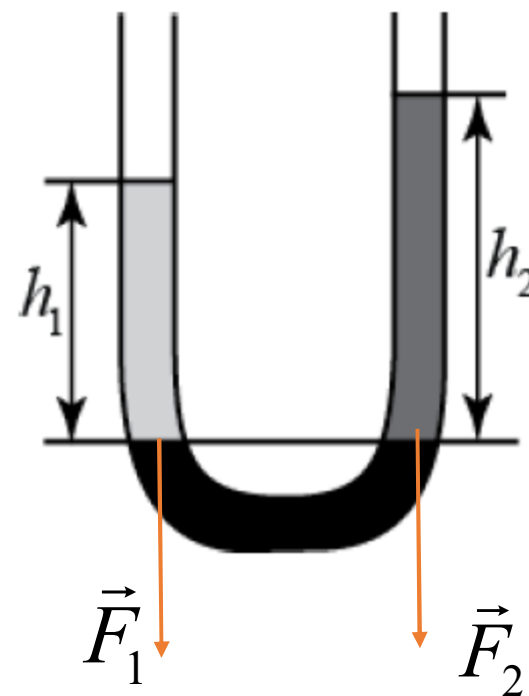
$$F_1 = \rho_{\text{в}} \cdot g \cdot h_1$$

$$F_2 = \rho_{\text{м}} \cdot g \cdot h_2$$

$$\rho_{\text{в}} \cdot g \cdot h_1 = \rho_{\text{м}} \cdot g \cdot h_2$$

$$\rho_{\text{м}} = \frac{\rho_{\text{в}} \cdot h_1}{h_2}$$

$$\rho_{\text{м}} = \frac{1000 \cdot 0,08}{0,1} = 800 \left( \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3} \right).$$



# СТАТИКА. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ