UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI

MECANICA TEORETICĂ

Lucrări de verificare
pentru studenții secției învățămînt fără frecvență
de la facultățile TMIA, CIM, E, IU

Chișinău 2000

UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI

Catedra de Mecanică Teoretică

MECANICA TEORETICĂ

Lucrări de verificare
pentru studenţii secţiei învăţămînt fără frecvenţă
de la facultăţile TMIA, CIM, E, IU

Chişinău 2000

Lucrările de verificare sînt destinate studenţilor secţiei învăţămînt fără frecvenţă de la facultăţile: Tehnologie şi Management în Industria Alimentară (TMIA); Calculatoare, Informatică şi Microelectronică (CIM); Energetică (E); Industrie Uşoară (IU) ale Universităţii Tehnice a Moldovei, care studiază mecanica teoretică conform programei mici (un semestru). Studenţii îndeplinesc o lucrare de verificare. Conţinutul ei este determinat de profesor.

Alcătuitori: conf. univ. dr. Ion Balmuş
conf. univ. dr. Gheorghe Coman
conf. univ. dr. Mircea Miglei
conf. univ. dr. Vasile Rusu

Responsabil de ediţie: conf. univ. dr. Gheorghe Coman

Recenzent: prof. univ. dr. hab. Anatolie Casian

INTRODUCERE

În lucrarea de verificare se introduc probleme de statică, cinematică şi dinamică. Problemele din statică sînt S1, S2, S3; din cinematică – C1, C2, C3, C4; din dinamică – D1, D2, D3, D4. Studentul rezolvă numai problemele indicate de profesor.

Textele problemelor pentru toate variantele sînt unele şi aceleaşi. La fiecare problemă se anexează 10 figuri şi un tabel (cu acelaşi număr ca şi problema), care conţine condiţii numerice suplimentare privind textul problemei. Numerele condiţiilor numerice de la 0 pînă la 9 sînt prezentate în tabelele menţionate.

Studentul alege numărul figurii din problemă după ultima cifră a cifrului său, iar numărul condiţiei din tabel - după penultima, de exemplu, la cifrul 990523 trebuie de ales figura 3 şi condiţia numerică 2 din tabel.

Lucrarea de verificare se îndeplineşte într-un caiet aparte. Pe copertă se indică: denumirea specialităţii (grupei), numele şi prenumele studentului, cifrul.

Desenele se îndeplinesc în acord cu condiţia numerică a problemei. În desen trebuie să fie reprezentaţi toţi vectorii obţinuţi la rezolvarea problemei. Rezolvarea este însoţită de explicaţii succinte şi clare, se specifică teoremele, formulele şi ecuaţiile aplicate. Răspunsul obţinut se ia în cadru. În partea dreaptă a fiecărei pagini din lucrarea de verificare se lasă cîmp liber pentru notiţe.

Lucrarea de verificare trebuie prezentată profesorului şi susţinută. Studentul trebuie să demonstreze că lucrarea este îndeplinită de sine stătător şi să răspundă la întrebările teoretice referitoare la conţinutul fiecărei probleme. Lucrarea de verificare se apreciază cu "admis" sau "respins".

STATICA

Problema S1

De determinat reacţiunile legăturilor unei grinde cotite, omogene şi rigide ABCD (AB = BC = CD = a = 0,5 m). Grinda este acţionată de un cuplu de forţe cu momentul M şi de forţa $\vec{F}$, mărimile cărora sînt indicate în tabelul S1. În acest tabel sînt indicate unghiul α şi segmentele de aplicaţie ale sarcinii repartizate uniform cu intensitatea q = 2 N/m. Sarcina repartizată este perpendiculară pe segmentele de aplicaţie şi e orientată vertical în jos pentru segmentele orizontale, iar pentru segmentele verticale - de la stînga la dreapta. Bara DD' este imponderabilă şi articulată la capete (în fig. S1.0; S1.1; S1.2 această bară lipseşte). Direcţia ei în planul desenului e determinată de unghiul β.

Indicaţii metodice. Problema S1 se referă la echilibrul rigidului sub acţiunea sistemului plan de forţe. Mai întîi trebuie de executat desenul în corespundere cu datele numerice ale unghiurilor α şi β. La rezolvarea ei se compun trei ecuaţii de echilibru. Ecuaţia momentelor va fi mai simplă (va conţine mai puţine necunoscute), dacă momentele se vor calcula în raport cu un punct, prin care trec cît mai multe forţe necunoscute (de reacţiune). La calcularea momentului forţei $\vec{F}$ adesea este mai raţional de descompus forţa în componentele $\vec{F'}$ şi $\vec{F''}$, braţele cărora se pot găsi relativ simplu şi de aplicat teorema lui Varignon; atunci

$$m_0\left(\vec{F}\right) = m_0\left(\vec{F'}\right) + m_0\left(\vec{F''}\right).$$

Tabelul S1

Numărul condiţiei	F N	M N·m	α grad	β grad	Segmente de aplicaţie ale sarcinii repartizate
0	15	20	30	60	AB
1	20	10	45	30	BC
2	25	15	60	120	CD
3	15	5	120	45	BC
4	5	20	120	60	CD
5	10	0,5	60	135	CD
6	20	8	150	60	AB
7	25	1,5	135	30	CD
8	30	2	150	45	CD
9	10	6	30	30	BC

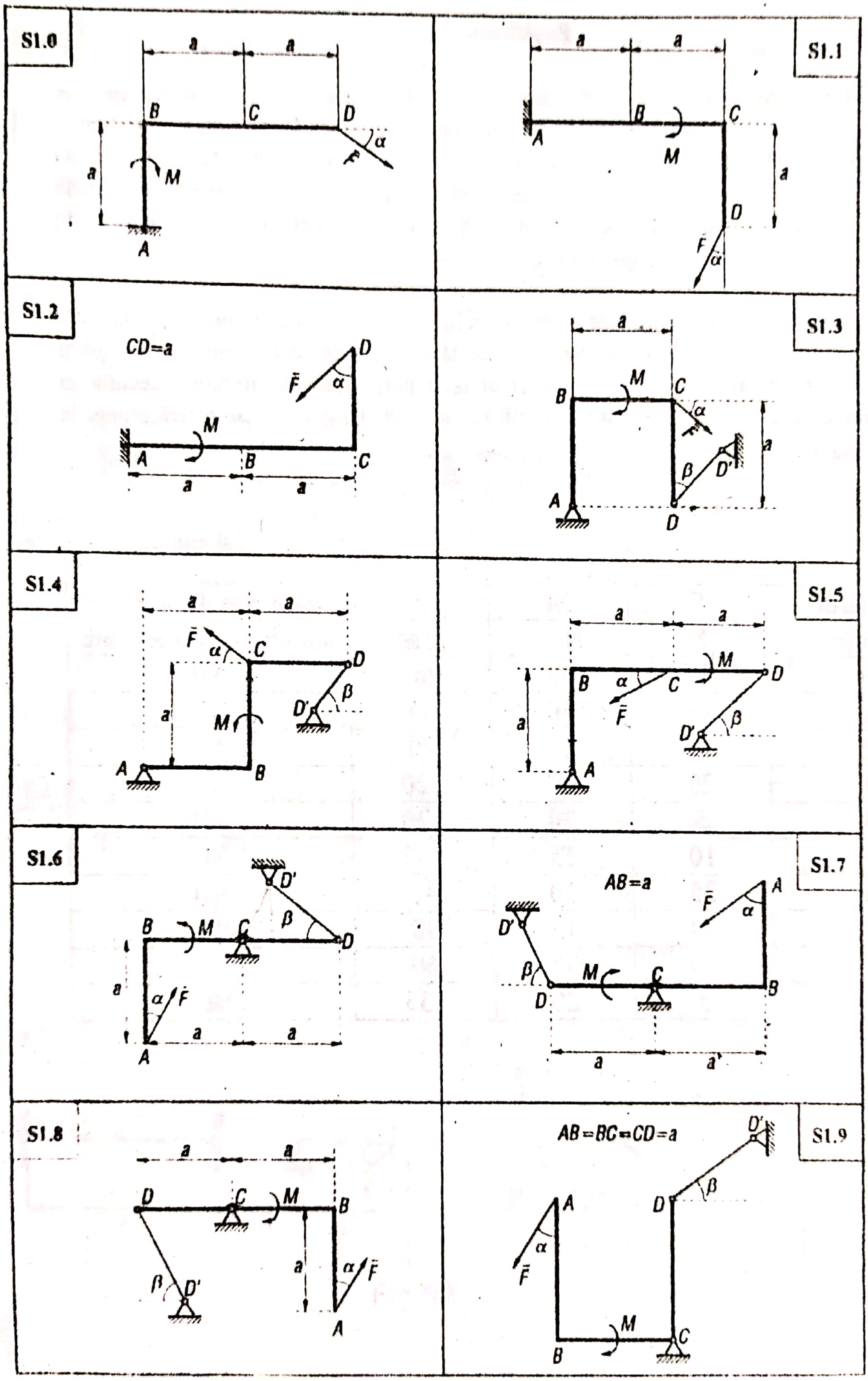


Fig. S1

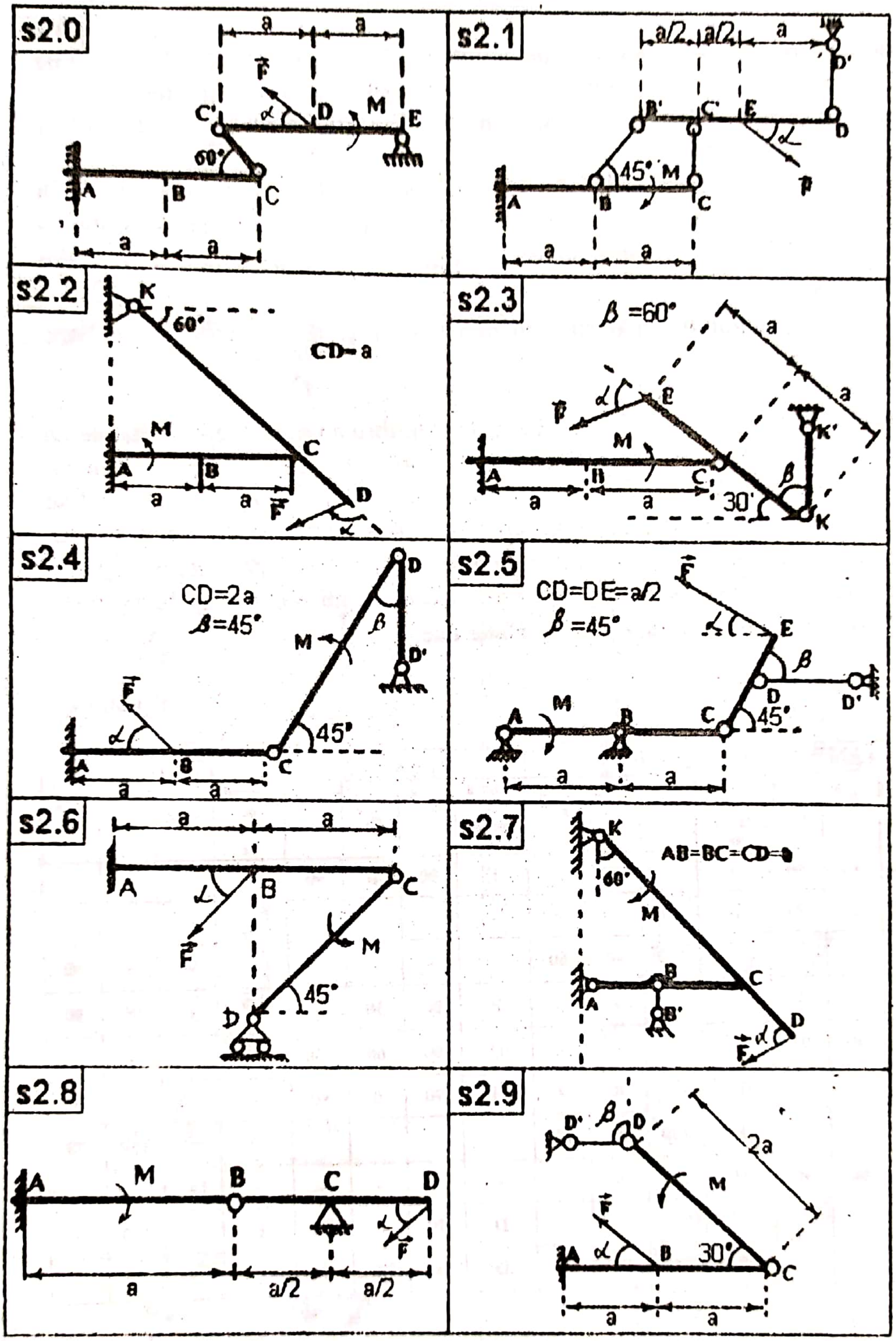
Problema S2

De determinat reacţiunile legăturilor exterioare şi interioare ale construcţiei din două grinde imponderabile. Construcţia este acţionată de un cuplu de forţe cu momentul M şi forţa $\bar{F}$, mărimile cărora sînt indicate în tabelul S2. În acest tabel sînt indicate unghiul α şi segmentele de aplicaţie ale sarcinii repartizate uniform cu intensitate q = 3 N/m. Sarcina repartizată este orientată vertical în jos. Barele BB', CC', DD', KK' sînt imponderabile şi articulate la capete. De considerat a = 0,5 m.

Indicaţii metodice. Problema S2 se referă la echilibrul sistemului de două corpuri sub acţiunea sistemului plan de forţe. Se recomandă de cercetat echilibrul fiecărei părţi aparte, ori echilibrul întregii construcţii şi al unei părţi. Desenul trebuie executat în corespundere cu datele numerice ale unghiurilor α şi β. Unghiul β se referă numai la fig. S2.3; S2.4; S2.5.

Tabelul S2

Numărul condiţiei	F	M	α	Segmente de aplicaţie ale sarcinii repartizate
	N	N·m	grad	
0	10	40	60	AB
1	15	10	45	BC
2	30	15	30	AB
3	20	5	120	BC
4	5	20	120	AB
5	10	15	135	BC
6	25	30	45	AB
7	30	10	30	BC
8	20	35	60	AB
9	5	20	135	BC



s2.0
s2.1
s2.2
CD= a
s2.3
β =60°
s2.4
CD=2a
β=45°
s2.5
CD=DE=a/2
β =45°
s2.6
s2.7
AB=BC=CD=a
s2.8
s2.9

Fig.S2

Problema S3

Un panou dreptunghiular omogen de greutatea P = 3 kN şi de dimensiunile AB = 3a, BC = 2a este fixat în punctul A prin intermediul unei articulaţii sferice, iar în punctul B - prin intermediul unei articulaţii cilindrice fixe şi se menţine în echilibru de bara imponderabilă CC' (fig. S3.0 – S3.9).

Panoul este solicitat de un cuplu de forţe cu momentul M = 5 kN·m, situat în planul panoului, şi de două forţe.Valorile forţelor F_i, punctele lor de aplicaţie şi unghiurile $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ (i = 1, 2, 3), formate cu direcţiile pozitive ale axelor x, y, z sînt indicate în tabelul S3.

De determinat reacţiunile legăturilor în punctele A şi B şi reacţiunile în bare, considerînd a = 0,8 m.

Indicaţii metodice. Problema S3 este o problemă de echilibru a unui rigid, solicitat de un sistem de forţe în spaţiu. La rezolvarea ei trebuie de ţinut cont că reacţiunea articulaţiei sferice (cropodinei) constă din trei componente, iar reacţiunea articulaţiei cilindrice fixe – din două componente, situate în planul perpendicular pe axa articulaţiei. La calcularea momentului forţei $\bar{F}$ adesea este mai raţional de descompus în componentele $\bar{F}'$ şi $\bar{F}''$, paralele axelor de coordonate, şi atunci, conform teoremei lui Varignon, de exemplu $m_x(\bar{F}) = m_x(\bar{F}') + m_x(\bar{F}'')$, la fel şi în raport cu celelalte axe.

Tabelul S3

Numărul condiţiei	F_1 = 4 kN				F_2 = 6 kN				F_3 = 8 kN				F_4 = 10 kN			
	Punctul de aplicaţie	α_1^0	β_1^0	γ_1^0	Punctul de aplicaţie	α_2^0	β_2^0	γ_2^0	Punctul de aplicaţie	α_3^0	β_3^0	γ_3^0	Punctul de aplicaţie	α_4^0	β_4^0	γ_4^0
0	D	60	30	90	-	-	-	-	E	90	0	90	-	-	-	-
1	H	90	0	90	D	120	90	30	-	-	-	-	-	-	-	-
2	-	-	-	-	E	150	90	60	-	-	-	-	D	90	180	90
3	-	-	-	-	-	-	-	-	E	90	30	120	H	0	90	90
4	E	0	90	90	-	-	-	-	H	90	60	150	-	-	-	-
5	-	-	-	-	D	150	90	60	H	90	0	90	-	-	-	-
6	-	-	-	-	H	120	90	30	-	-	-	-	D	90	180	90
7	E	30	60	90	H	180	90	90	-	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-	-	D	90	0	90	E	60	150	90
9	-	-	-	-	E	180	90	90	D	90	30	120	-	-	-	-

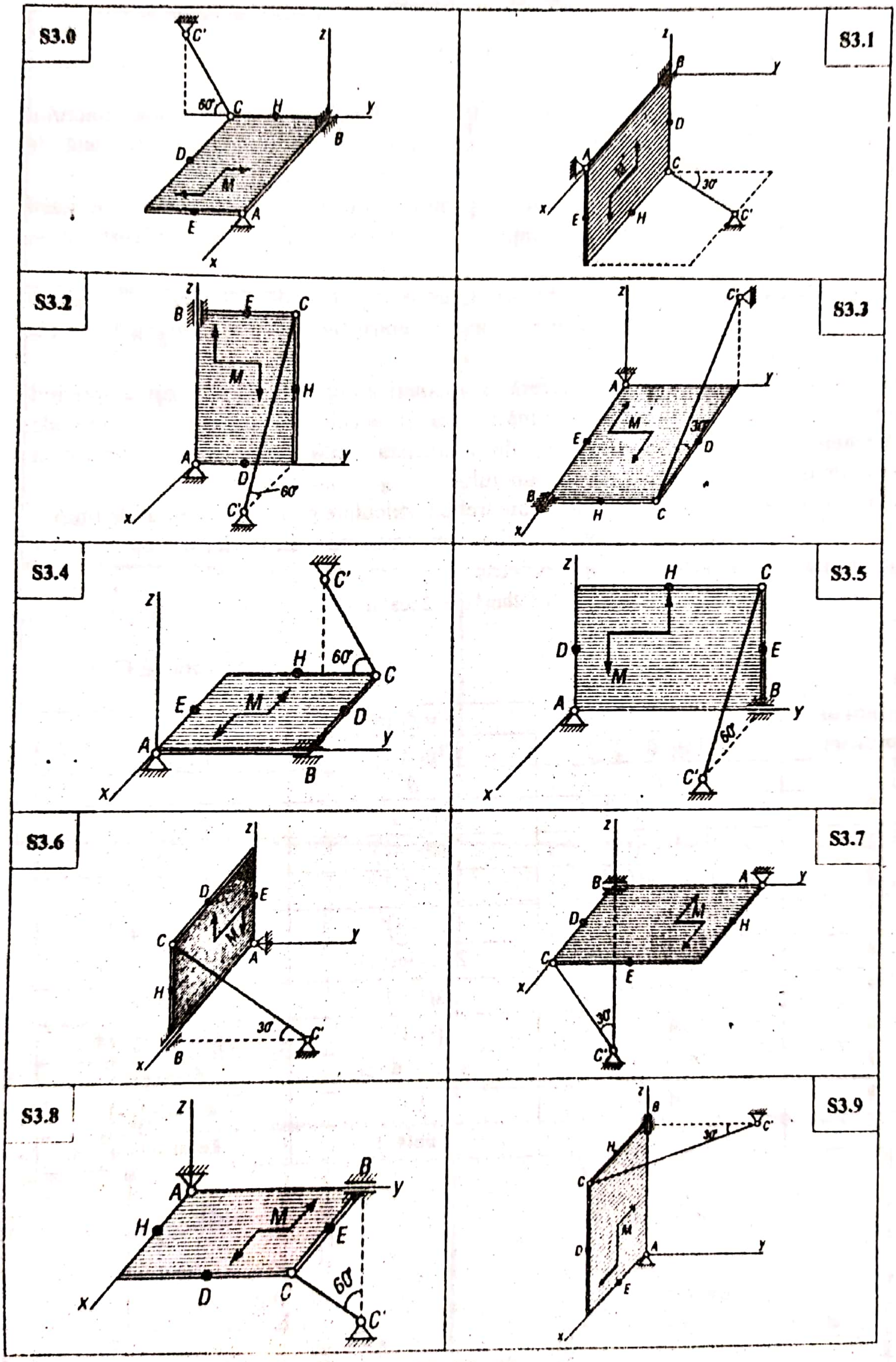


Fig. S3

CINEMATICA

Problema C1

Punctul B se mişcă în planul xy (fig. C1.0 – C1.9, tabelul C1; traiectoria punctului în figuri este arătată în mcd convenţional). Legea mişcării punctului este dată de ecuaţiile $x = f_1(t)$, $y = f_2(t)$, unde x şi y se măsoară în cm, t – în secunde.

De găsit ecuaţia traiectoriei punctului; pentru momentul de timp $t_1 = 1$ s de găsit viteza şi acceleraţia punctului, acceleraţia tangenţială şi normală şi raza curburii în punctul corespunzător al traiectoriei.

Dependenţa $x = f_1(t)$ este indicată nemijlocit în figuri,iar dependenţa $y = f_2(t)$ este dată în tabelul C1 (pentru fig. 0 – 2 în coloana 2, pentru fig. 3 – 6 în coloana 3, pentru fig. 7 – 9 în coloana 4).

Indicaţii metodice. Problema C1 se referă la cinematica punctului şi se rezolvă aplicînd formulele, conform cărora se determină viteza şi acceleraţia punctului în metoda coordonatelor de definire a mişcării, de asemenea după formulele ce determină acceleraţiile tangenţială şi normală ale punctului.

În problema dată valorile necunoscute trebuie calculate pentru momentul de timp $t = t_1 = 1$ s. În unele variante ale problemei la determinarea traiectoriei trebuie de ţinut cont de formulele cunoscute din trigonometrie.

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1.$$

Tabelul C1

Numărul condiţiei	$y = f_2(t)$		
	Fig. 0 - 2	Fig. 3 - 6	Fig. 7 - 9
1	2	3	4
0	$4 - 9\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$t^2 - 2$	$-4\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$
1	$2 - 3\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$	$8\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right)$	$10\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
2	$4 - 6\cos^2\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$4 - 2t^2$	$12\sin^2\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
3	$12\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$2(t+1)^2$	$2 - 4\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
4	$9\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) + 5$	$2 + 2\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$	$12\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) + 13$
5	$-10\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$3t^2 - 2$	$3\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
6	$8\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) - 3$	$(t+1)^3$	$16\sin^2\left(\frac{\pi}{6}t\right) - 14$
7	$-9\cos^2\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$3 - 4\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right)$	$6\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$
8	$6\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) - 4$	$2t^3$	$4 - 9\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
9	$2 - 2\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$2\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$	$8\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) + 6$

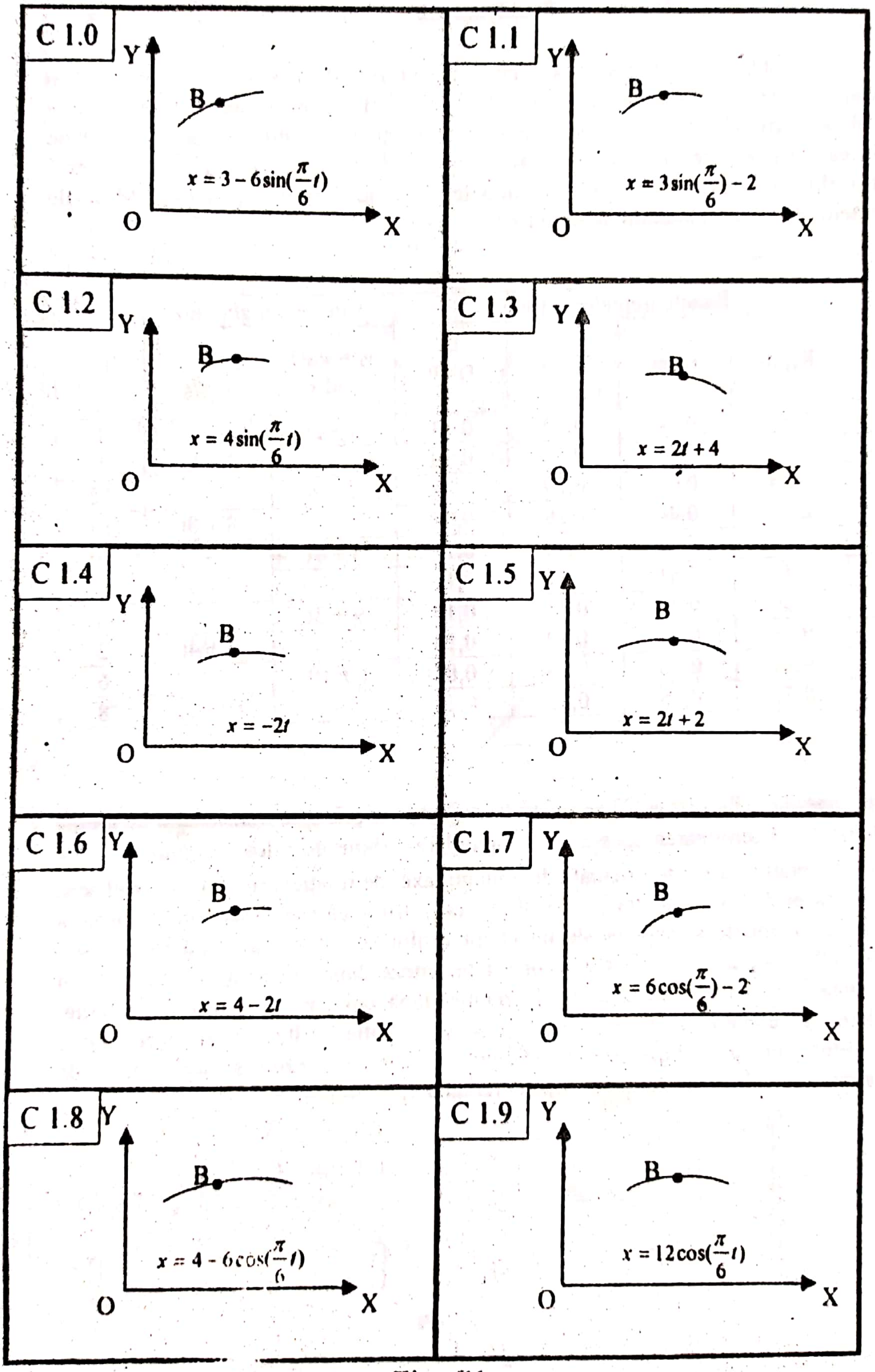

C 1.0
Y
B
$x = 3 - 6\sin(\frac{\pi}{6}t)$
O
X
C 1.1
Y
B
$x = 3\sin(\frac{\pi}{6}) - 2$
O
X
C 1.2
Y
B
$x = 4\sin(\frac{\pi}{6}t)$
O
X
C 1.3
Y
B
$x = 2t + 4$
O
X
C 1.4
Y
B
$x = -2t$
O
X
C 1.5
Y
B
$x = 2t + 2$
O
X
C 1.6
Y
B
$x = 4 - 2t$
O
X
C 1.7
Y
B
$x = 6\cos(\frac{\pi}{6}) - 2$
O
X
C 1.8
Y
B
$x = 4 - 6\cos(\frac{\pi}{6}t)$
O
X
C 1.9
Y
B
$x = 12\cos(\frac{\pi}{6}t)$
O
X

Fig. C1

Problema C2

Mecanismul constă din roţile cu trepte 1, 2 de razele R_1, r_1 şi R_2, r_2, care se află în angrenaj sau sînt legate cu curele, şi greutăţile (sau tijele) 3, 4, legate cu roţile precum este indicat în fig. C2. Alunecarea între roţi şi între roţi şi cremaliere se neglijează. Este dată legea variaţiei vitezei unghiulare sau a roţii 1, ori a roţii 2, considerând-o inversă rotirii acelor de ceasornic. De determinat vitezele şi acceleraţiile punctului M şi ale elementelor 3 şi 4 în momentul de timp $t = t_1$.

Tabelul C2

Numărul condiţiei	Razele treptelor roţilor				Vitezele unghiulare		t_1, s
	R_1, m	r_1, m	R_2, m	r_2, m	$\omega_1 = \omega_1(t)$, rad/s	$\omega_2 = \omega_2(t)$, rad/s	
0	0,45	0,40	0,22	0,13	5 + 2t	-	1
1	0,43	0,39	0,16	0,09	-	3 + 8t	5
2	0,54	0,49	0,29	0,15	10 + 6t	-	12
3	0,47	0,44	0,19	0,07	-	8 + 8t	15
4	0,48	0,38	0,20	0,17	3 + 7t	-	10
5	0,57	0,51	0,21	0,11	-	4 + 9t	8
6	0,56	0,49	0,31	0,19	9 + 3t	-	4
7	0,55	0,52	0,32	0,18	-	2 + 4t	2
8	0,59	0,50	0,28	0,08	1 + 10t	-	6
9	0,51	0,45	0,32	0,26	-	10 + 3t	8

Indicaţii metodice. Problema C2 se referă la studierea mişcării de translaţie şi de rotaţie a rigidului. La determinarea acceleraţiei unghiulare trebuie de folosit formula $\varepsilon_z = \frac{d\omega_z}{dt}$ (z – axa de rotaţie, care este orientată de-a lungul axei de rotaţie a rigidului în acel sens ca din vîrful ei de văzut rotaţia în sensul invers rotirii acelor de ceasornic). Viteza şi acceleraţiile de rotaţie şi axipete ale punctelor roţilor se calculează după formulele : $V = \omega \cdot R$, $a^{rot} = \varepsilon \cdot R$, $a^{axp} = \omega^2 \cdot R$ şi sînt orientate: viteza după tangentă la traiectorie în sensul vitezei unghiulare, acceleraţia de rotaţie după tangentă în sensul acceleraţiei unghiulare, acceleraţia axipetă - spre axa de rotaţie. Vitezele şi acceleraţiile cremalierelor sînt egale după mărime, direcţie şi sens cu vitezele şi acceleraţiile de rotaţie a punctelor de contacte dintre roţi şi cremaliere.

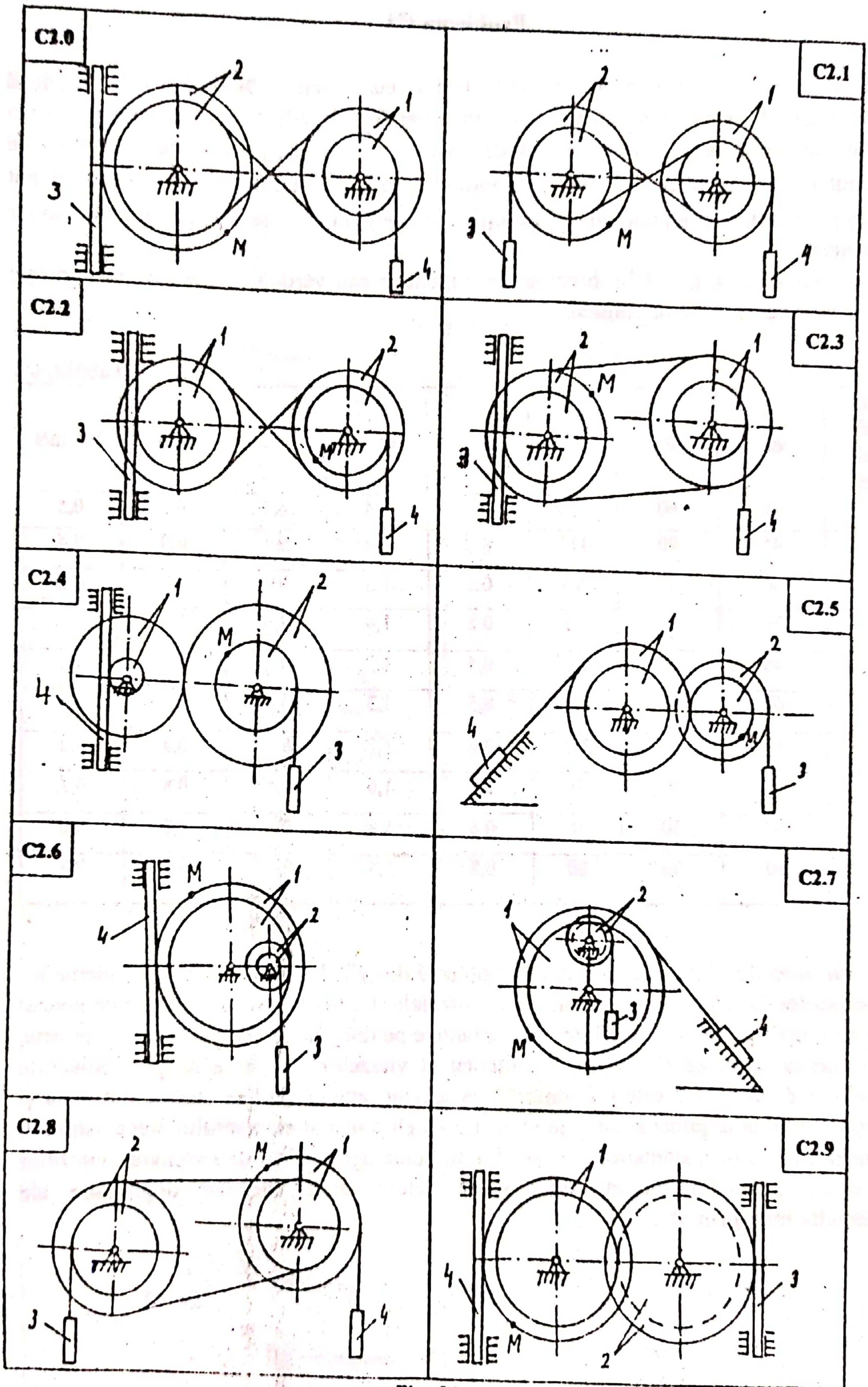


Fig. C2

Problema C3

Mecanismul plan constă din barele 1 şi 2, cursoarele A şi B şi o roată cu două trepte, legate între ele cu articulaţii. Lungimile barelor - l_1 şi l_2, razele treptelor roţii - r şi R. Poziţia mecanismului este definită de unghiurile α şi β, poziţia punctului M - de unghiul γ. Direcţia şi sensul vitezei cursorului A este indicată în fig. C3. De determinat viteza punctului B şi a punctului M al roţii şi vitezele unghiulare ale tuturor elementelor mecanismului.

Cursoarele se mişcă în directoarele orizontale sau verticale, roata se rostogoleşte fără alunecare pe o tijă orizontală.

Tabelul C3

Numărul condiţiei	α^0	β^0	γ^0	l_1, m	l_2, m	r, m	R, m	V_A, m/s
0	30	60	180	0,4	1,4	0,3	0,5	0,5
1	45	90	135	0,6	1,6	0,4	0,9	0,4
2	60	60	90	0,5	1,5	0,3	0,6	0,2
3	30	30	45	0,8	1,4	0,6	1,0	0,5
4	45	60	225	0,4	1,2	0,2	0,6	0,8
5	60	90	270	0,5	1,3	0,4	0,5	0,6
6	30	60	315	0,6	1,2	0,3	0,4	0,2
7	45	30	0	0,4	1,6	0,5	0,8	0,3
8	60	30	30	0,6	1,8	0,4	1,0	0,6
9	30	90	60	0,8	1,4	0,4	0,7	0,8

Indicaţii metodice. Problema C3 este o problemă de calcul a caracteristicilor cinematice ale corpurilor, ce efectuează mişcări plan – paralele. La rezolvarea lor trebuie de aplicat teorema despre proiecţiile vitezelor a două puncte pe dreapta ce trece prin aceste puncte, de asemenea noţiunea de centru instantaneu al vitezelor. Teorema despre proiecţiile vitezelor a două puncte este mai raţional de aplicat, atunci cînd se cunosc mărimea şi direcţia vitezei unui punct şi direcţia vitezei unui alt punct al elementului mecanismului. Noţiunea de centru instantaneu al vitezelor se poate aplica şi la determinarea vitezelor liniare ale punctelor mecanismului şi la determinarea vitezelor unghiulare ale elementelor mecanismului.

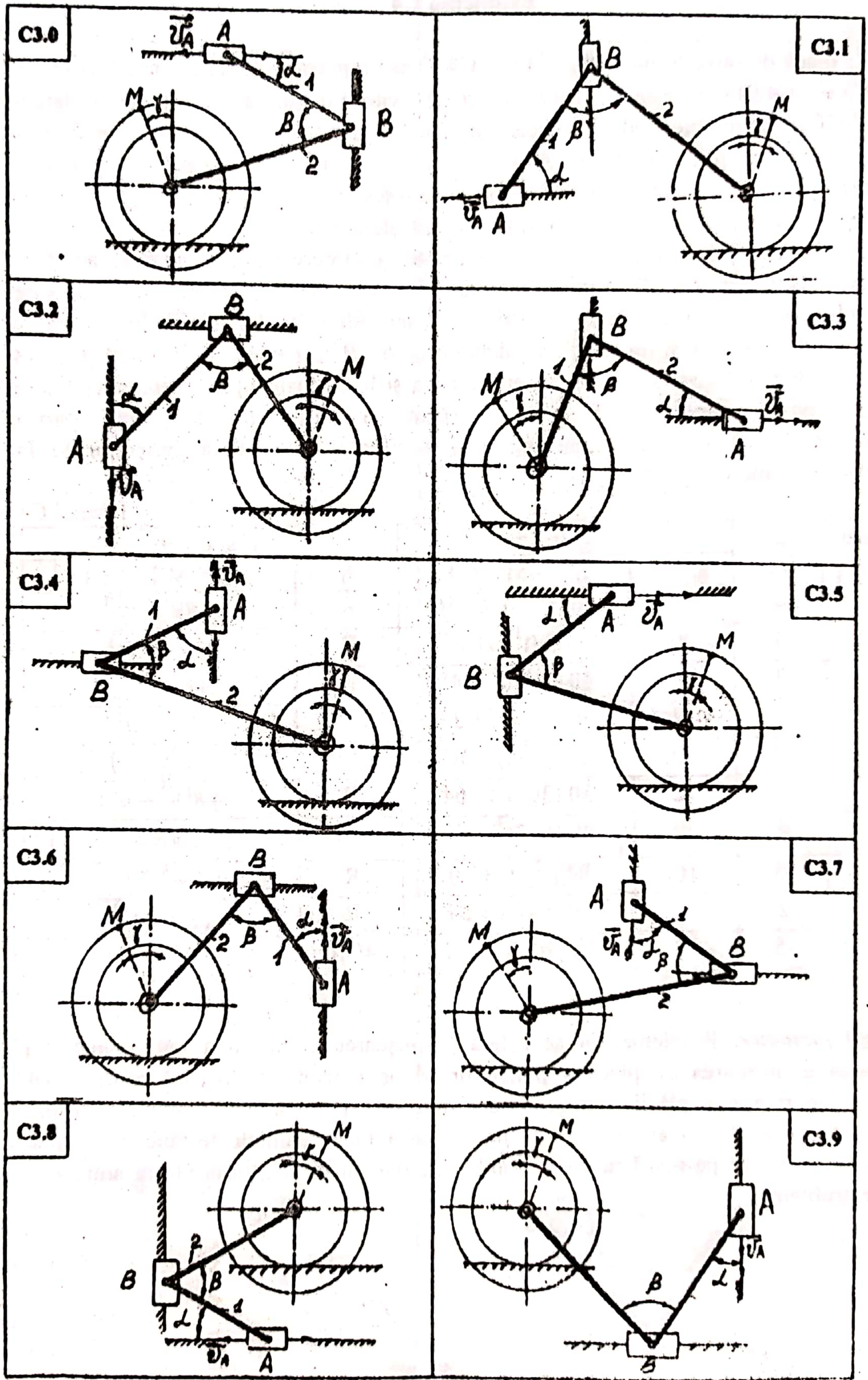


Fig. C3

Problema C4

O placă dreptunghiulară (fig. C4.0 – C4.5) sau o placă rotundă de raza R = 60 cm (fig. C4.6 – C4.9) se roteşte în jurul axei fixe cu o viteză unghiulară constantă ω, dată în tabelul C4 (dacă înaintea valorii indicate în tabel stă semnul minus, atunci sensul lui ω este contrar celui indicat în figură). Axa de rotaţie în fig. 0 – 3 şi 8, 9 este perpendiculară pe planul plăcii şi trece prin punctul O (placa se roteşte în planul său); în fig. 4 – 7 axa de rotaţie OO_1 se află în planul plăcii (placa se roteşte în spaţiu).

Pe placă de-a lungul dreptei (fig. 0 – 5) sau pe circumferinţa de raza R, adică pe marginea plăcii (fig. 6 – 9) se mişcă punctul M. Legea mişcării relative, exprimată de ecuaţia S = AM = f (t) (S – în centimetri, t – în secunde) este dată în tabelul C4 aparte pentru fig. 0 – 5 şi pentru fig. 6 – 9, totodată în fig. 6 – 9 S = AM şi se măsoară pe arcul circumferinţei; tot acolo sînt date dimensiunile a şi h. În toate figurile punctul M este indicat în poziţia, pentru care S = AM > 0 (pentru S < 0 punctul M se află în partea opusă faţă de A). De determinat viteza şi acceleraţia absolută a punctului M în momentul de timp $t = t_1 = 1$ s.

Tabelul C4

Numărul condiţiei	ω, rad/s	Fig. 0 – 5		Fig. 6 – 9	
		a, cm	S = AM = f (t)	h	S = AM = f (t)
0	-2	16	$60 (t^4 - 3t^2) + 56$	R	$\frac{\pi}{3} R(t^4 - 3t^2)$
1	4	20	$60 (t^3 - 2t^2)$	R	$\frac{\pi}{3} R(t^3 - 2t)$
2	3	8	$80 (2t^2 - t^3) - 48$	R	$\frac{\pi}{6} R(3t - t^2)$
3	-4	12	$40 (t^2 - 3t) + 32$	3/4R	$\frac{\pi}{2} R(t^3 - 2t^2)$
4	-3	10	$50 (t^3 - t) - 30$	R	$\frac{\pi}{3} R(3t^2 - t)$
5	2	12	$50 (3t - t^2) - 64$	R	$\frac{\pi}{3} R(4t^2 - 2t^3)$
6	4	20	$40 (t - 2t^3) - 40$	4/3R	$\frac{\pi}{2} R(t - 2t^2)$
7	-5	10	$80 (t^2 - t) + 40$	R	$\frac{\pi}{3} R(2t - 1)$
8	2	8	$60 (t - t^3) + 24$	R	$\frac{\pi}{6} R(t - 5t^2)$
9	-5	16	$40 (3t^2 - t^4) - 32$	4/3R	$\frac{\pi}{2} R(2t^2 - t^3)$

Indicaţii metodice. Problema C4 se referă la mişcarea compusă a unui punct. La rezolvarea ei mişcarea pe placă a punctului M de considerat mişcare relativă, iar mişcarea de rotaţie a plăcii – mişcare de transport şi de aplicat teoremele despre compunerea vitezelor şi acceleraţiilor. Înainte de a face calculele trebuie de indicat poziţia punctului M pe placă în momentul $t = t_1$, dar nu în poziţia arbitrară arătată în figurile problemei.

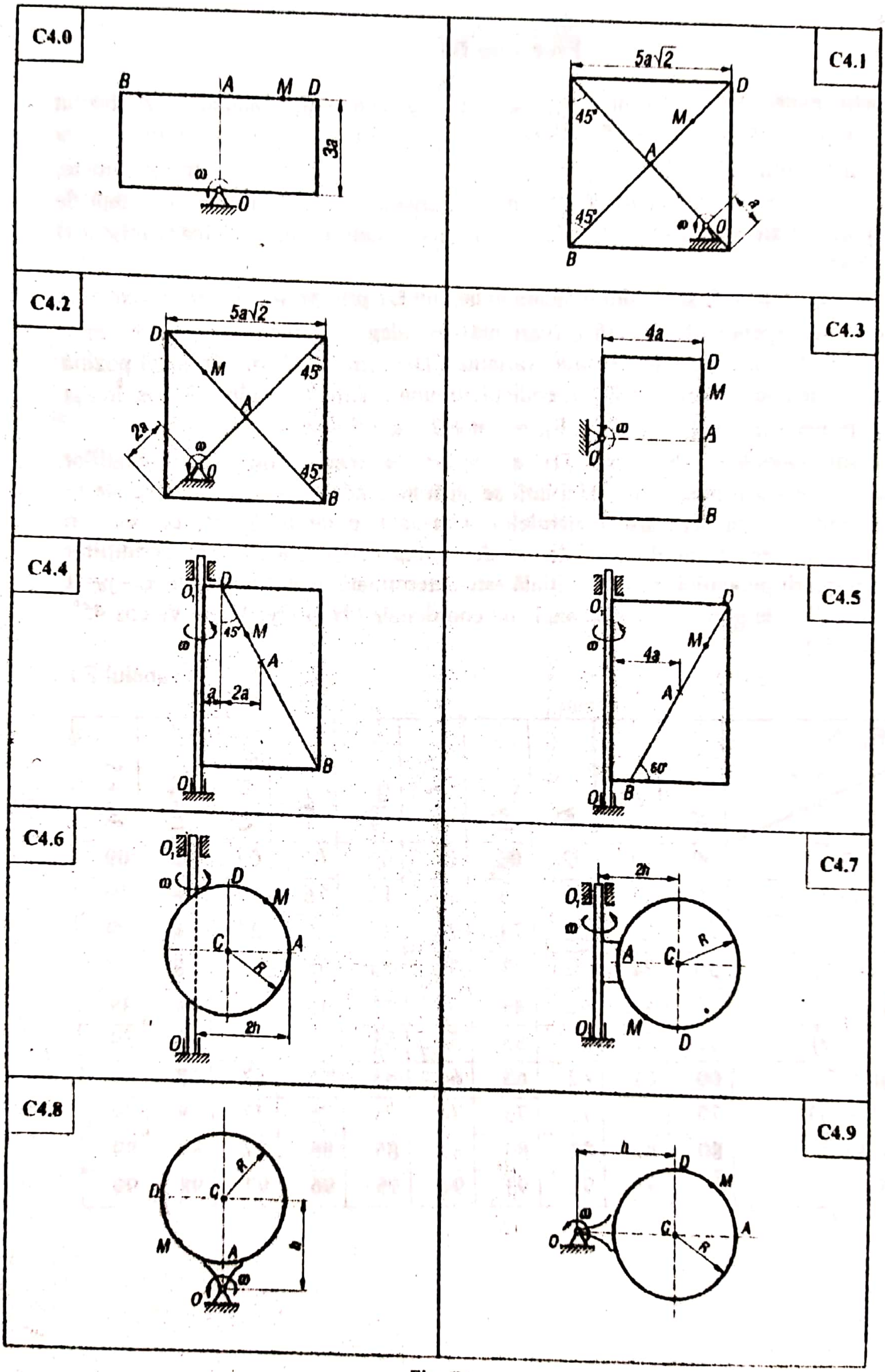

C4.0
B A M D
3a
ω
O
C4.1
5a√2
D
45°
M
A
45°
ω
O
a
B
C4.2
5a√2
D
M
45°
A
2a
ω
O
45°
B
C4.3
4a
D
M
ω
A
O
B
C4.4
O_1
D
ω
45°
M
A
a
2a
B
O
C4.5
O_1
D
ω
M
4a
A
60°
O
B
C4.6
O_1
ω
D
M
C
A
R
2h
O
C4.7
2h
O_1
ω
A
C
R
O
M
D
C4.8
R
D
C
M
A
h
ω
O
C4.9
h
D
M
ω
O
C
A
R

Fig. C4

Problema D1

Punctul material de masa m = 0,5 kg se mişcă în planul orizontal Oxy, absolut neted, sub acţiunea forţelor $\bar{F}_1$ şi $\bar{F}_2$. Forţa $\bar{F}_1$ este paralelă cu axa Ox, iar forţa $\bar{F}_2$ - cu axa Oy. În momentul iniţial de timp punctul se află în originea sistemului de coordonate, unde i se comunică viteza iniţială $V_0 = 2$ m/s, orientată sub unghiurile de 45° faţă de direcţiile pozitive ale axelor Ox şi Oy. De determinat ecuaţiile mişcării (legea mişcării) punctului material.

Remarcă. Forţele $\bar{F}_1$ şi $\bar{F}_2$ sînt indicate în tabelul D1 prin proiecţiile lor pe axele de coordonate. În dependenţă de cifru (variantă) se aleg expresiile respective. Spre exemplu, ultimele două cifre ale cifrului (variantei) Dvs. sînt 64. Găsim în tabel poziţia numărului 64, de unde ducem două perpendiculare: una la stînga, iar alta - în sus. În aşa mod găsim proiecţiile forţelor $\bar{F}_1$ şi $\bar{F}_2$: $F_{1x} = 16t + 7$, $F_{2y} = 8 - y$.

Indicaţii metodice. Problema D1 se referă la tema "Integrarea ecuaţiilor diferenţiale ale mişcării punctului". Mai întîi se alcătuiesc aceste ecuaţii, după ce ele se integrează prin metoda separării variabilelor. Constantele de integrare, ce apar în procesul integrării ecuaţiilor diferenţiale, se determină cerînd satisfacerea condiţiilor iniţiale ale mişcării punctului (poziţia iniţială este determinată de coordonatele $x_0 = y_0 = 0$, iar viteza iniţială - de proiecţiile ei pe axele de coordonate Ox şi Oy: $V_{0x} = V_0 \cos 45°$, $V_{0y} = V_0 \sin 45°$).

Tabelul D1

F_{2y}, N / F_{1x}, N	$4y^2$	$-20y^{3/2}$	$6y$	$8y^{1/3}$	$8 - y$	$4y^{1/2}$	$-(y-1)^{3/2}$	$(y-1)^{1/2}$	$(y-2)^2$	$3y + 5$
$(t-2)^2$	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
$12\sin(\pi t)$	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$5 - 2t^3$	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
$4\cos(\pi t/2)$	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
$8 + t^2$	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
$3(\pi + 5\sin t)$	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
$16t + 7$	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
$2(1 + 3\cos\pi t)$	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
$(t+6)^{1/2}$	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
$5e^{2t}$	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Problema D2

În mecanismul de transmisie (prin roți dințate) roata 1 de rază R_1 și masă m_1 este acționată de un cuplu de forțe cu momentul M. Roata condusă 2 de rază R_2 și masă m_2 întîmpină rezistență, momentul căreia este M_r. De roata în trepte (raza treptei mari este de două ori mai mare decît raza treptei mici) este suspendată greutatea 3 de masă m_3 prin intermediul unui cablu flexibil și inextensibil, înfășurat pe una din trepte. De determinat viteza unghiulară a roții conduse 2 în momentul de timp t_1, dacă în momentul inițial de timp roțile erau în repaus. De determinat și efortul tangențial în punctul de contact al roților și tensiunea în cablu. Raza de inerție a roții în trepte este ρ. De considerat roata obișnuită disc omogen. Datele numerice sînt date în tabelul D2, iar desenele respective - în fig. D2.

Indicații metodice. Problema D2 poate fi rezolvată cu ajutorul teoremei variației momentului cinetic ori aplicînd ecuațiile diferențiale ale mișcărilor de translație și rotație ale rigidului. În ambele cazuri se obțin ecuații diferențiale, care trebuie integrate prin metoda separării variabilelor ținînd cont de condițiile inițiale ale mișcării.

Tabelul D2

Numărul condiției	Masele roților			Razele		Raza de inerție	Momentele		Timpul
	m_1	m_2	m_3	R_1	R_2	ρ	M	M_r	t_1
	kg	kg	kg	cm	cm	cm	N·m	N·m	s
0	2	3	40	20	22	15	$450 \cdot t^2$	100	2
1	3	2	50	24	20	16	280	$0{,}2 \cdot \omega$	1,5
2	5	6	100	25	30	20	$240 \cdot e^{1{,}5t}$	80	3
3	6	4	84	22	20	14	300	$0{,}1 \cdot \omega$	2,5
4	4	3	90	20	15	10	$350 \cdot t^{0{,}4}$	50	1
5	3	5	100	15	20	10	250	$0{,}15 \cdot \omega$	2
6	2	4	80	14	24	12	$150 \cdot e^{0{,}5t}$	60	3
7	5	3	120	20	15	10	400	$0{,}3 \cdot \omega$	2
8	4	2	75	20	12	10	$320 \cdot t^{2/3}$	65	3
9	1	2	50	10	15	8	240	$0{,}15 \cdot \omega$	2

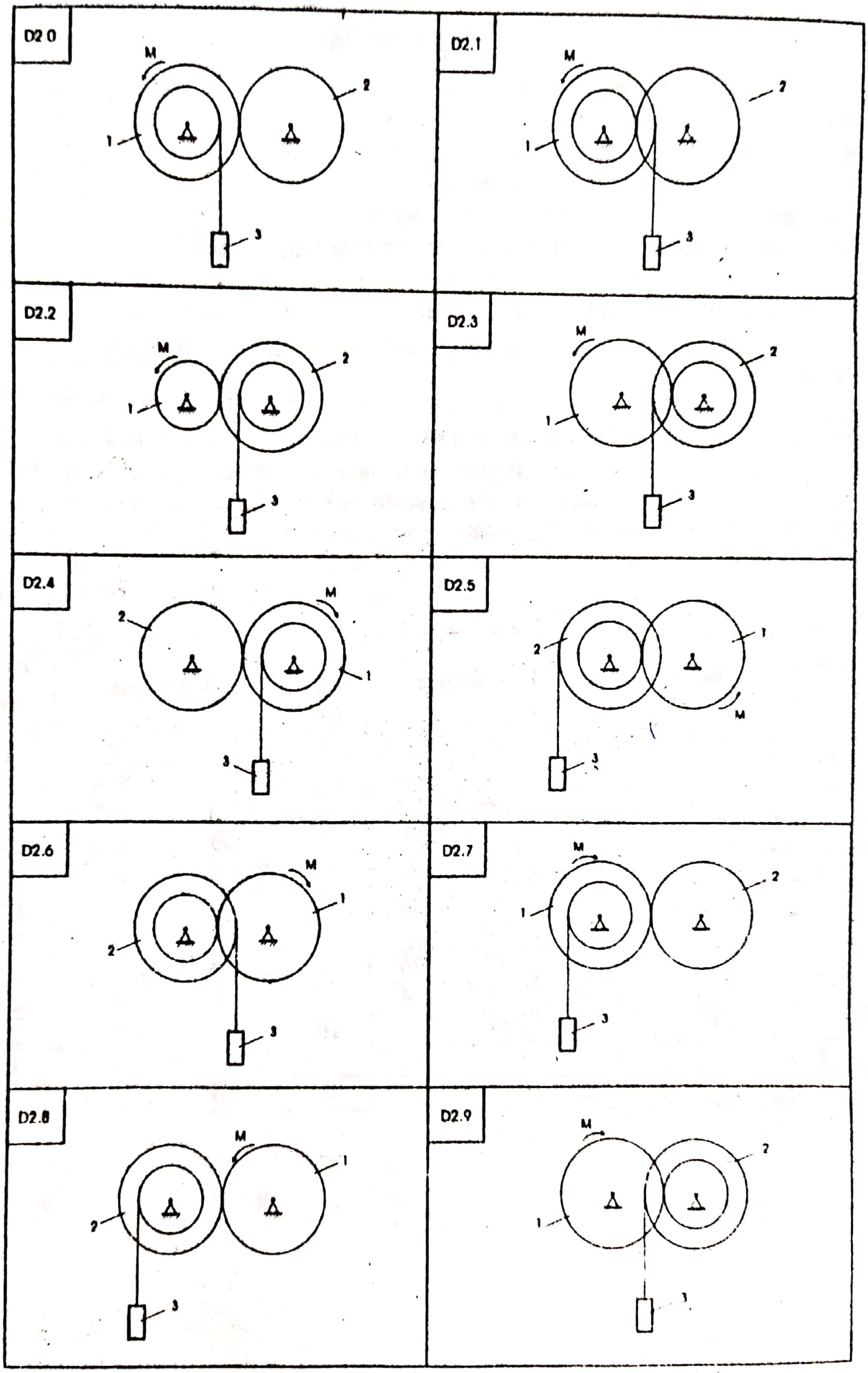

D2.0
M
1
2
3
D2.1
M
1
2
3
D2.2
M
1
2
3
D2.3
M
1
2
3
D2.4
M
1
2
3
D2.5
M
1
2
3
D2.6
M
1
2
3
D2.7
M
1
2
3
D2.8
M
1
2
3
D2.9
M
1
2
3

Fig.D2

Problema D3

Sistemul mecanic este compus din trei corpuri: greutatea 1, roata omogenă în trepte 2 cu razele treptelor R_2 şi r_2 şi din scripetele în trepte (ori tăvălug) 3. Corpurile sistemului mecanic sînt legate între ele prin fire inextensibile înfăşurate pe roata 2 şi pe scripetele (ori tăvălugul) 3. Porţiunile firelor sînt paralele cu planurile respective ori sînt verticale. Sistemul mecanic începe mişcarea din poziţia de repaus sub acţiunea forţelor de greutate. Luînd în consideraţie forţa de frecare de alunecare dintre corpul 1 şi planul înclinat şi neglijînd alte forţe de rezistenţă şi masele firelor de determinat viteza corpului 1 în momentul deplasării lui cu S şi forţa de tensiune în firul ce menţine greutatea 1. Tăvălugii se rostogolesc fără alunecare. Scripeţii şi tăvălugii de considerat cilindri omogeni cu razele R_2 şi R_3 respectiv. În problemă se folosesc următoarele notaţii: m_1, m_2, m_3 – masele corpurilor 1, 2, 3 respectiv; α - unghiul de înclinaţie al planului faţă de orizont; f – coeficientul de frecare de alunecare al corpului 1.

Indicaţii metodice. Problema D3 se referă la tema "Teorema variaţiei energiei cinetice". Trebuie de luat în consideraţie că este necesar de exprimat energia cinetică prin viteza corpului 1, care trebuie determinată. La calcularea lucrului mecanic trebuie de exprimat toate deplasările prin deplasarea dată S a corpului 1, luînd în consideraţie că relaţiile dintre deplasări sînt identice cu relaţiile respective dintre viteze. Întrucît, nu în toate variantele este cunoscută direcţia mişcării corpului 1, trebuie de ales una posibilă (spre exemplu, în jos pe planul înclinat) şi de calculat lucrul forţelor exterioare. În caz că lucrul este negativ, trebuie de schimbat direcţia mişcării corpului 1 şi de recalculat lucrul mecanic.

Tabelul D3

Datele iniţiale	Numărul condiţiei									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m_1, kg	0,4	1,2	0,8	1,4	2,0	3,2	1,6	1,8	2,4	3,0
m_2, kg	2,0	1,5	1,2	2,4	0,8	1,6	3,0	3,2	0,6	2,8
m_3, kg	3,4	2,0	3,0	0,8	1,4	2,4	2,8	0,6	1,8	1,5
R_2, m	0,4	0,6	0,5	0,4	0,7	0,6	0,5	0,7	0,6	0,5
r_2, m	0,3	0,4	0,4	0,2	0,6	0,5	0,3	0,5	0,3	0,2
R_3, m	0,3	0,5	0,4	0,3	0,6	0,5	0,6	0,4	0,5	0,3
r_3, m	0,2	0,3	0,2	0,1	0,4	0,4	0,3	0,3	0,4	0,1
f	0,1	0,2	0,3	0,2	0,3	0,1	0,1	0,3	0,3	0,2
S, m	0,5	0,8	1,2	1,0	0,4	0,6	0,9	0,7	1,4	1,1
α, grad	30	45	60	30	45	60	30	45	60	30

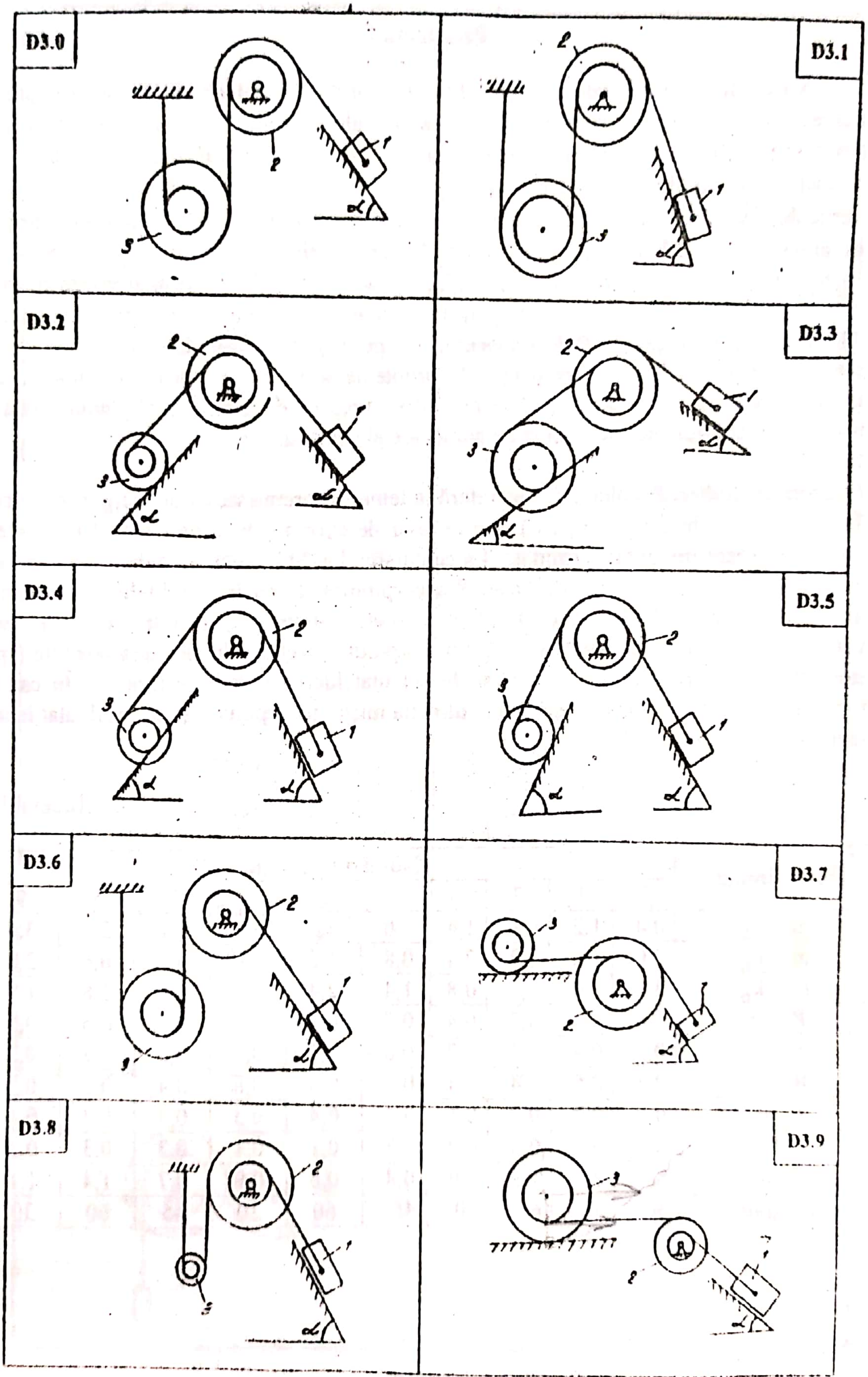


Fig. D3

Problema D4

Arborele AD de greutate neglijabilă este fixat cu ajutorul crapodinei A şi a rulmentului cilindric D (fig. D4). Arborele se roteşte cu viteza unghiulară constantă ω=15 rad/s în jurul axei z. De arbore sînt fixate barele imponderabile 1 şi 2 cu lungimile l_1 şi l_2 respectiv, care poartă la capetele lor masele punctiforme M_1 şi M_2 respectiv. Bara 1 alcătuieşte cu axa y unghiul α şi e situată ori în planul Ayz (fig. D4.0 – D4.3; D4.8) ori în planul Axz (fig. D4.4 – D4.7; D4.9). Bara 2 este paralelă ori la axa Ax, ori la axa Ay. De considerat AB = BC = CD = a = 0,4 m. De determinat reacţiunile legăturilor arborelui. Datele numerice necesare rezolvării problemei sînt în tabelul D4.

Indicaţii metodice. Problema se rezolvă prin metoda cinetostaticii. Este necesar de aplicat forţele active (forţele de greutate), forţele de reacţiune (ele se determină în această problemă) şi forţele de inerţie. Forţa de inerţie a unei mase punctiforme este egală cu produsul dintre masă şi acceleraţie şi se orientează în sens opus acceleraţiei. După ce au fost indicate pe desen toate forţele, se compun ecuaţiile cinetostaticii.

Tabelul D4

Datele iniţiale	Numărul condiţiei									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
M_1, kg	2	4	5	3	15	7	12	6	9	10
M_2, kg	5	4	4	5	2	3	1	2	2	2
l_1, m	0,4	0,3	0,2	0,1	0,2	0,5	0,4	0,3	0,7	0,2
l_2, m	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,1	0,3	0,6	0,1	0,3
α, grad	30	45	60	30	45	60	30	45	60	30

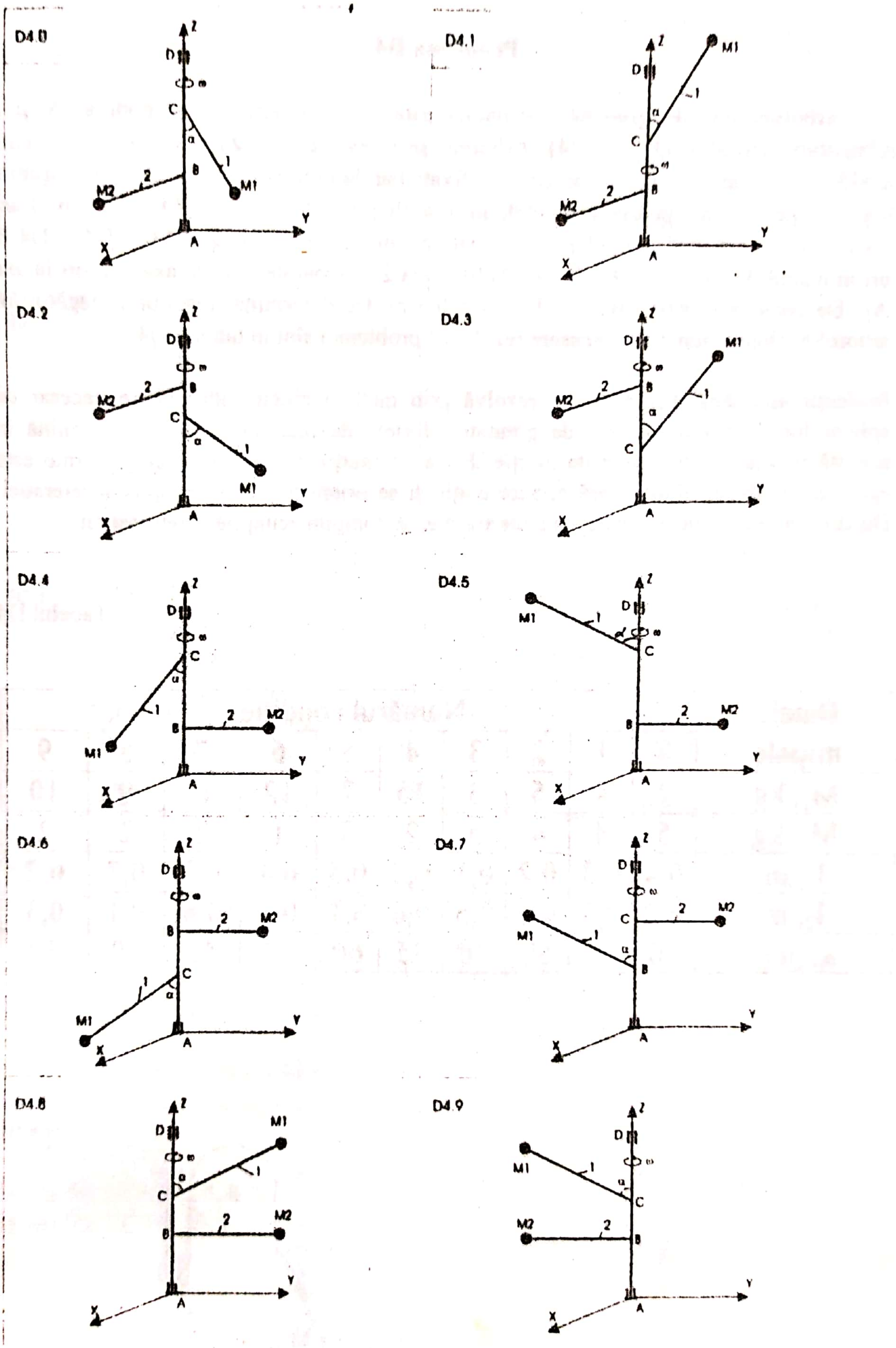


Fig.D4

CHESTIONAR

(pentru examen sau colocviu)

1. Cinematica punctului. Metoda vectorială de descriere a mişcării. Viteza şi acceleraţia punctului.
2. Metoda coordonatelor de descriere a mişcării punctului. Viteza şi acceleraţia punctului.
3. Metoda naturală de descriere a mişcării punctului. Viteza şi acceleraţia punctului.
4. Cinematica solidului rigid. Descrierea mişcării de translaţie a rigidului. Vitezele şi acceleraţiile punctelor rigidului.
5. Mişcarea de rotaţie a rigidului în jurul unei axe fixe. Descrierea mişcării. Viteza şi acceleraţia unghiulară. Vitezele şi acceleraţiile punctelor rigidului.
6. Mişcarea plan-paralelă a rigidului. Descrierea mişcării. Viteza unghiulară şi acceleraţia unghiulară a rigidului.
7. Determinarea vitezelor punctelor rigidului în mişcarea plan-paralelă prin metodele vectorială, a coordonatelor şi a centrului instantaneu al vitezelor.
8. Metodele de determinare a poziţiei centrului instantaneu al vitezelor. Noţiuni de centroide.
9. Noţiuni generale despre mişcarea compusă a punctului şi a rigidului. Teorema despre compunerea vitezelor punctului.
10. Statica. Noţiuni şi definiţii generale (forţa, sistemul de forţe, forţa rezultantă). Problemele staticii.
11. Rigidul liber şi supus la legături. Legăturile fundamentale şi reacţiunile lor.
12. Rigidul supus la forţe concurente. Reducerea sistemului de forţe la o forţă rezultantă. Condiţiile de echilibru.
13. Momentul algebric şi momentul vector al unei forţe în raport cu un punct. Momentul forţei în raport cu o axă.
14. Cuplul de forţe. Momentul algebric şi momentul vector al cuplului de forţe. Teoremele despre cuplurile de forţe.
15. Vectorul principal şi momentul principal al unui sistem de forţe aplicat unui rigid. Teorema de bază a staticii.
16. Condiţiile de echilibru al unui sistem de forţe arbitrare.
17. Rigidul supus la un sistem de forţe arbitrare în plan. Reducerea sistemului de forţe. Condiţiile de echilibru.
18. Reducerea unui sistem de forţe în plan la o forţă rezultantă. Teorema lui Varignon despre momentul forţei rezultante.
19. Forţe distribuite de-a lungul unui segment de dreaptă, cu intensitate constantă şi care variază după o lege liniară.
20. Centrul de greutate al rigidului. Metodele de determinare a centrului de greutate a corpurilor omogene. Exemple de determinare a centrului de greutate a celor mai simple corpuri omogene.

21.Dinamica punctului. Descrierea dinamică a mişcării prin metoda lui Newton.
22.Descrierea dinamică a mişcării punctului material în sistemele neinerţiale.
23.Metodele de descriere dinamică a mişcării sistemului mecanic. Metoda lui Newton.
24.Metoda măsurilor mişcării mecanice de descriere dinamică a mişcării sistemului mecanic.
25.Cantitatea de mişcare. Teorema despre variaţia cantităţii de mişcare a sistemului mecanic. Consecinţe.
26.Momentul cinetic al sistemului mecanic. Teorema despre variaţia momentului cinetic. Consecinţe.
27.Energia cinetică a sistemului mecanic. Teorema despre variaţia energiei cinetice a sistemului mecanic.
28.Calcularea energiei cinetice a unui rigid în diferite feluri de mişcări.
29.Calcularea lucrului mecanic al forţelor, aplicate unui sistem mecanic şi unui rigid.
30.Energia potenţială a unui punct şi a unui sistem mecanic. Exemple.
31.Legea conservării energiei mecanice a unui sistem.
32.Momentele de inerţie axiale. Raza de inerţie.
33.Teorema lui Steiner despre legătura dintre momentele de inerţie a unui rigid în raport cu axele paralele.
34.Descrierea dinamică a mişcării de translaţie a unui rigid.
35.Descrierea dinamică a mişcării de rotaţie a unui rigid în jurul unei axe fixe.
36.Descrierea dinamică a mişcării plan-paralele a unui rigid.
37.Metoda cinetostatică de descriere dinamică a mişcării sistemului mecanic.

BIBLIOGRAFIE

1. Butenin N. V., Lunț Ia. L. Merkin D. R. Curs de mecanică teoretică (traducere din l. rusă). Lumina, Chişinău, 1993 (în două volume).
2. Caraganciu V., Colpagiu M., Ţopa M. Mecanica teoretică. Lumina, Chişinău, 1996.
3. Meşcerski I. V. Culegere de probleme la mecanica teoretică (traducere din l. rusă). Lumina, Chişinău, 1991.
4. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике (под общей редакцией проф. А. А. Яблонского). Высшая школа, М., 1972 и последующие издания.
5. Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики. Наука, М., 1974 и последующие издания.
6. Яблонский А. А. Курс теоретической механики. Высшая школа, М., 1962 и последующие издания (в двух томах).
7. Добронравов В. В., Никитин Н. Н., Дворников А. Л. Курс теоретической механики. Высшая школа, М., 1966 и последующие издания.
8. Бать М. И., Джанелидзе Г. Ю., Кельзон А. С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Наука, М., 1972 и последующие издания (в трех томах).

CUPRINS

Redactor: Parascovia Onofrei

Bun de tipar 15. 12. 2000.		Formatul hârtiei 60 x 84 1/16.
Hârtie ofset.	Tipar ofset.	Tirajul 300 ex.
Coli de tipar 1,75.	Comanda nr. 114 .	

Universitatea Tehnică a Moldovei. Chişinău, bdul Ştefan cel Mare şi Sfânt, 168.
Secţia de redactare, editare şi multiplicare a U. T. M.
Chişinău, str. Studenţilor, 11.