Universitatea Tehnică a Moldovei
Facultatea Calculatoare Informatică și Microelectronică
Departamentul Ingineria Software și Automatică

RAPORT

la lucrarea de laborator nr. 1

Metode si modele de calcul

Tema: REZOLVAREA NUMERICĂ A ECUAŢIILOR ALGEBRICE ŞI TRANSCENDENTE

A efectuat: Nume Prenume, Grupa

A verificat: Vladimir Patiuc

Chişinău 2022

1.Scopul lucrării

1) Să se separe toate rădăcinile reale ale ecuației $f(x)=0$ unde $y=f(x)$ este o funcție reală de variabilă reală.

2) Să se determine o rădăcină reală a ecuaţiei date cu ajutorul metodei înjumătăţirii intervalului cu o eroare mai mică decât $\varepsilon=10^{-2}$.

3) Să se precizeze rădăcina obţinută cu exactitatea $\varepsilon=10^{-6}$ utilizând

- metoda aproximațiilor succesive

- metoda tangentelor (Newton)

- metoda secantelor.

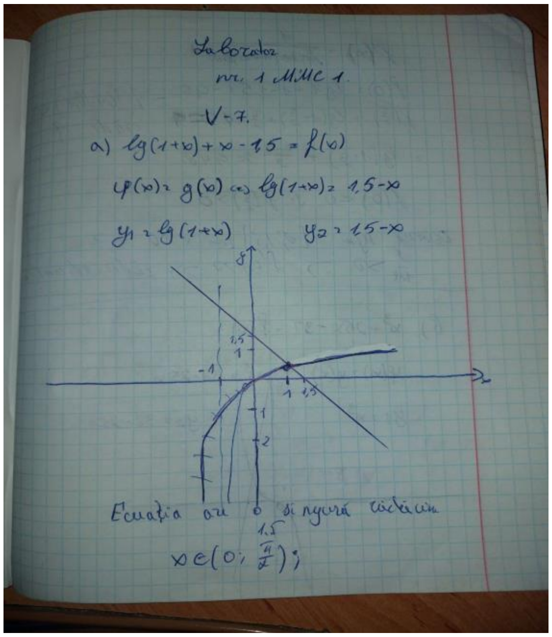
4) Să se compare rezultatele luând în considerație numărul de iterații, evaluările pentru funcția şi derivată.

7	a) $\lg(1+x)+x-1,5$ b) $x^3+25x-37$

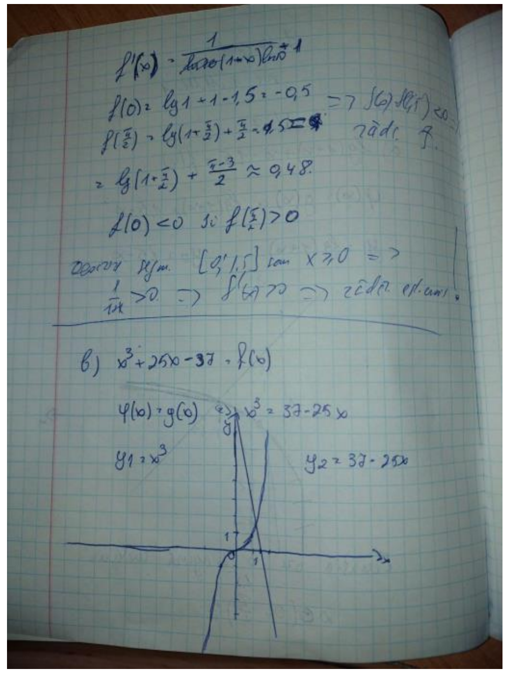
1) Să se separe toate rădăcinile reale ale ecuației $f(x)=0$ unde $y=f(x)$ este o funcție reală de variabilă reală.

Pentru separarea radacinelor trebuie de aflat segmentul [a,b], pentru care se îndeplinesc doua condiții:

a) $f(a)*f(b) < 0$ ce garantează existenta radacinei pe segmentul [a,b]
b) $f'(x) < 0$ sau $f'(x) > 0$ pentru toate x din segmentul [a,b] ce garantează unicitatea radacinei pe segmentul [a,b]

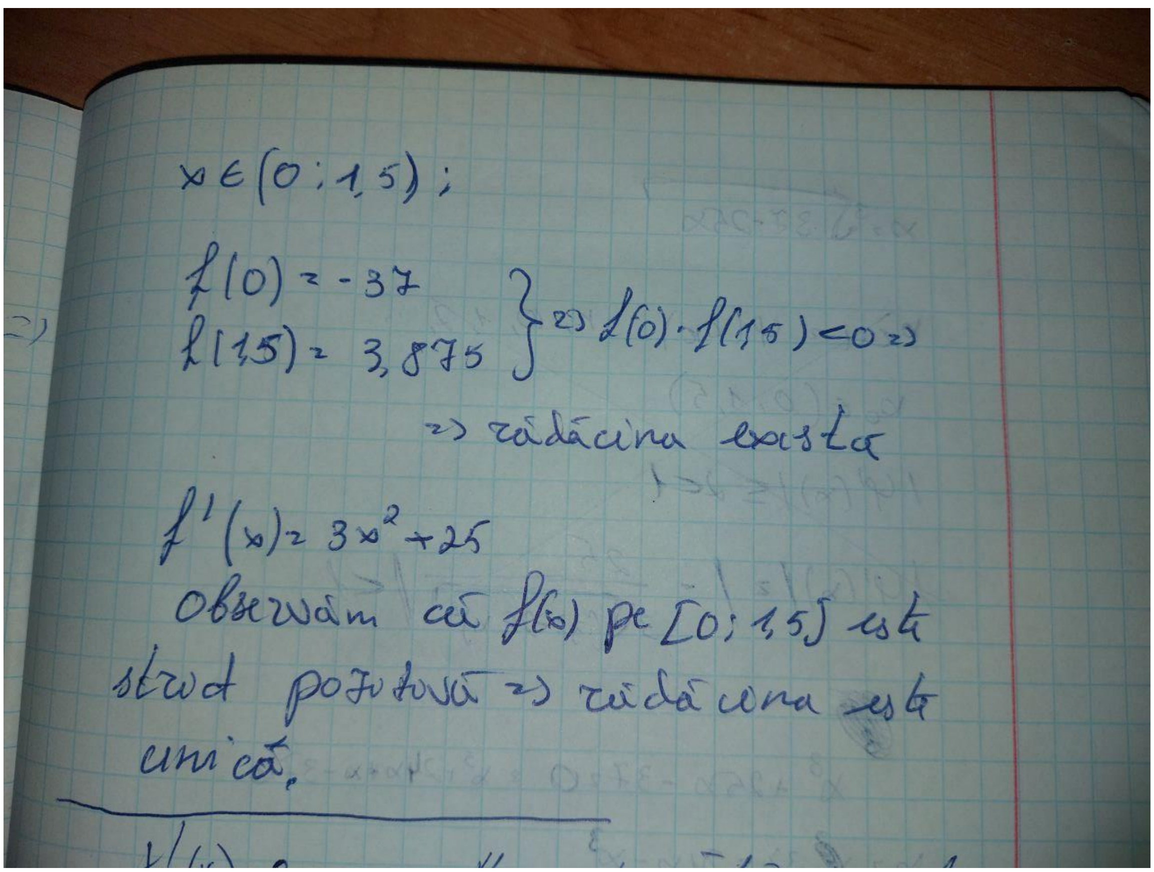


Laborator
nr. 1 MMC 1.
V-7.
a) $lg(1+x)+x-1,5 = f(x)$
$\varphi(x) = g(x) \Leftrightarrow lg(1+x) = 1,5-x$
$y_1 = lg(1+x)$ $y_2 = 1,5-x$
Ecuația are o singură rădăcină
$x \in (0; \frac{\pi}{2})$;



$f'(x) = \frac{1}{\ln 10(1+x)\ln 10} + 1$
$f(0) = lg 1 + 1 - 1,5 = -0,5$ $\Rightarrow f(0)\cdot f(1,5) < 0$ rădăc. ∃
$f(\frac{\pi}{2}) = lg(1+\frac{\pi}{2}) + \frac{\pi}{2} - 1,5 =$
$= lg(1+\frac{\pi}{2}) + \frac{\pi-3}{2} \approx 0,48$
$f(0) < 0$ și $f(\frac{\pi}{2}) > 0$
... $[0; 1,5]$ ... $x \geq 0 \Rightarrow$
$\frac{1}{1+x} > 0 \Rightarrow f'(x) > 0 \Rightarrow$ rădăcina unică.

b) $x^3+25x-37 = f(x)$
$\varphi(x) = g(x) \Leftrightarrow x^3 = 37-25x$
$y_1 = x^3$ $y_2 = 37-25x$



$x \in (0; 1,5)$;

$f(0) = -37$
$f(1,5) = 3,875$ $\Big\} \Rightarrow f(0)\cdot f(1,5) < 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow$ rădăcina există

$f'(x) = 3x^2 + 25$
observăm că $f(x)$ pe $[0; 1,5]$ este strict pozitivă $\Rightarrow$ rădăcina este unică.

2) Determinarea rădăcinilor reale a ecuației date cu ajutorul metodei înjumătățirii intervalului cu o eroare mai mică decât ε = 10^{-2}.

a)

Aici este plasat codul programei injumatatirii intervalului pentru functia a)

```
"C:\Users\Student\Desktop\lab 1\Lab 1\bin\Debug\Lab 1.exe"

k=1
c=0.75
f(c)=-0.506962

k=2
c=1.125
f(c)=-0.0476411

k=3
c=1.3125
f(c)=0.176582

k=4
c=1.21875
f(c)=0.0648584

k=5
c=1.17188
f(c)=0.00870983

k=6
c=1.14844
f(c)=-0.0194398

k=7
c=1.16016
f(c)=-0.00535858

k=8
c=1.16602
f(c)=0.00167721
Radacina lui x= 1.16602

Process returned 0 (0x0)   execution time : 0.172 s
Press any key to continue.
```

b) Aici este plasat codul programei injumatatirii intervalului pentru functia b)

```
"C:\Users\Student\Desktop\lab 1\Lab 1\bin\Debug\Lab 1.exe"

k=1
c=0.75
f(c)=-17.8281

k=2
c=1.125
f(c)=-7.45117

k=3
c=1.3125
f(c)=-1.92651

k=4
c=1.40625
f(c)=0.937164

k=5
c=1.35938
f(c)=-0.503635

k=6
c=1.38281
f(c)=0.214486

k=7
c=1.37109
f(c)=-0.14514

k=8
c=1.37695
f(c)=0.0345311
Radacina lui x= 1.37695

Process returned 0 (0x0)   execution time : 0.047 s
Press any key to continue.
```

3.1) Calculul rădăcinii reale prin metoda aproximațiilor successive.

a)

3.1)

a) $f(x) = \lg(1+x) + x - 1{,}5 = 0 \iff x = \varphi(x)$

$x = 1{,}5 - \lg(1+x) = \varphi(x)$

$|\varphi'(x)| \le \alpha < 1$

$|\varphi'(x)| = \left|-\frac{1}{(1+x)\ln 10}\right| < 1$

$\ln 10 = 2{,}3$

$\frac{1}{1+x} < \ln 10$

$1 \le 1+x \le 2{,}5$

$1 \ge \frac{1}{1+x} \ge 0{,}4 \Rightarrow \frac{1}{1+x} < \ln 10 \Rightarrow$

$\Rightarrow |\varphi'(x)| < 1$;

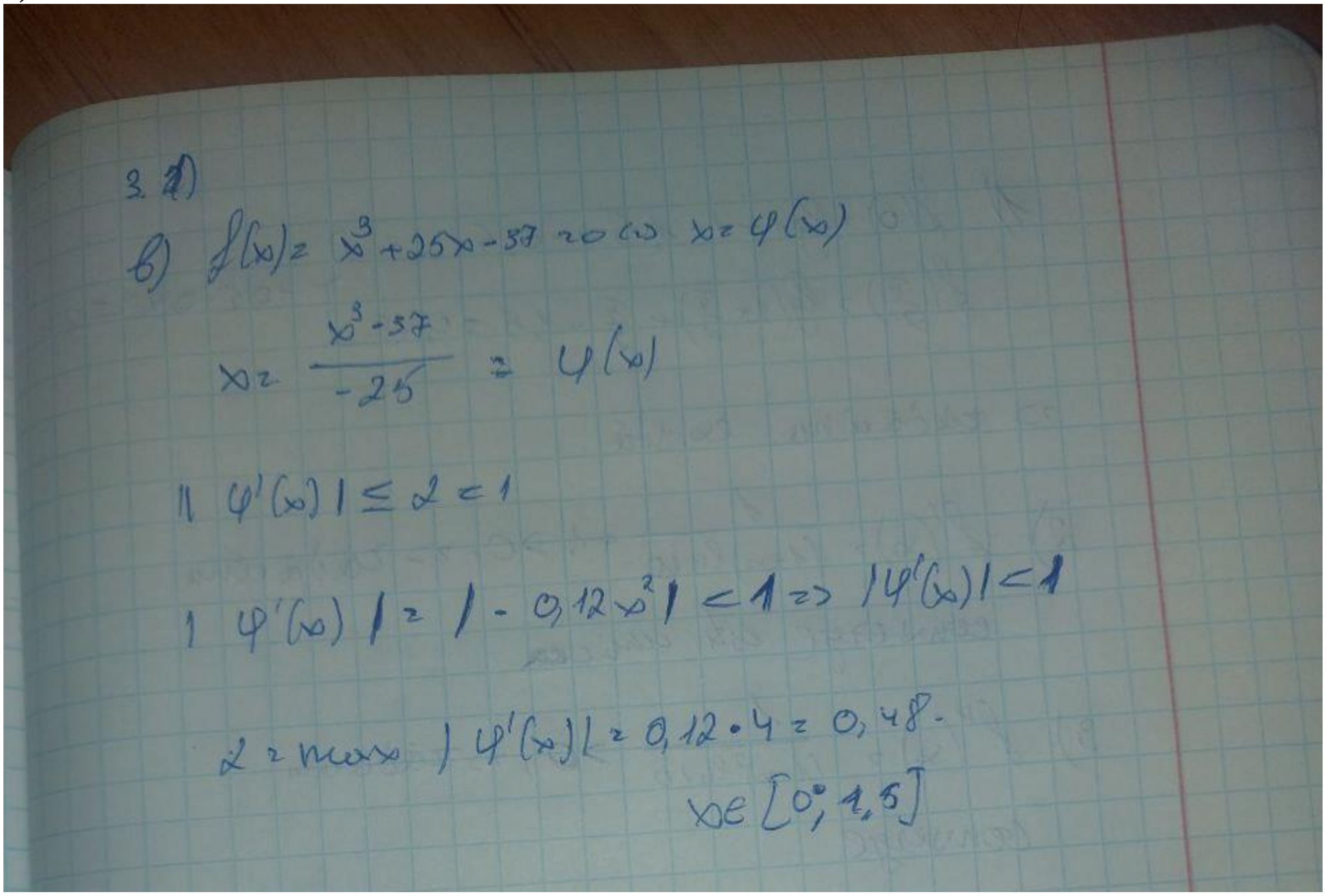
$\alpha = \max\limits_{x \in [0;\, 1{,}5]} |\varphi'(x)| = \frac{1}{\ln 10} \approx 0{,}43$

Aici este plasat codul programei aproximatiilor succesive pentru functia a)

"C:\Users\Student\Desktop\lab 1\Lab 1\bin\Debug\Lab 1.exe"

```
Rezultatul:= 1.25696
Numarul de iteratii:= 1
Diferenta:=0.382445

Rezultatul:= 1.14648
Numarul de iteratii:= 2
Diferenta:=0.0833492

Rezultatul:= 1.16827
Numarul de iteratii:= 3
Diferenta:=0.0164443

Rezultatul:= 1.16389
Numarul de iteratii:= 4
Diferenta:=0.00331038

Rezultatul:= 1.16477
Numarul de iteratii:= 5
Diferenta:=0.000663724

Rezultatul:= 1.16459
Numarul de iteratii:= 6
Diferenta:=0.000133183

Rezultatul:= 1.16462
Numarul de iteratii:= 7
Diferenta:=2.67202e-005

Rezultatul:= 1.16462
Numarul de iteratii:= 8
Diferenta:=5.361e-006

Rezultatul:= 1.16462
Numarul de iteratii:= 9
Diferenta:=1.07559e-006

Rezultatul:= 1.16462
Numarul de iteratii:= 10
Diferenta:=2.158e-007

Process returned 0 (0x0)   execution time : 0.047 s
Press any key to continue.
```

b)


3. 1)

b) $f(x) = x^3 + 25x - 37 = 0 \Leftrightarrow x = \varphi(x)$

$$x = \frac{x^3 - 37}{-25} = \varphi(x)$$

$$|\varphi'(x)| \le \alpha < 1$$

$$|\varphi'(x)| = |-0{,}12x^2| < 1 \Rightarrow |\varphi'(x)| < 1$$

$$\alpha = \max |\varphi'(x)| = 0{,}12 \cdot 4 = 0{,}48.$$

$$x \in [0; 1{,}5]$$

Aici este plasat codul programei aproximatiilor succesive pentru functia b)

"C:\Users\User\Desktop\MMC!\lab 1\bin\Debug\lab 1.exe"

```
Numarul de iteratii:= 4
Diferenta:=0.0053532

Rezultatul:= 1.37607
Numarul de iteratii:= 5
Diferenta:=0.0012192

Rezultatul:= 1.37577
Numarul de iteratii:= 6
Diferenta:=0.000276771

Rezultatul:= 1.37584
Numarul de iteratii:= 7
Diferenta:=6.28767e-05

Rezultatul:= 1.37582
Numarul de iteratii:= 8
Diferenta:=1.42819e-05

Rezultatul:= 1.37583
Numarul de iteratii:= 9
Diferenta:=3.24413e-06

Rezultatul:= 1.37583
Numarul de iteratii:= 10
Diferenta:=7.36896e-07

Process returned 0 (0x0)   execution time : 0.063 s
Press any key to continue.
```

3.2) Calculul rădăcinii reale prin metoda tangentelor(Newton).

a)

3.2)

a) Pentru a demonstra că ~~metoda~~ putem aplica metoda Newton avem nevoie de următoarele condiții:

1) $f(a) \cdot f(b) < 0$

2) f' nu își schimbă semnul

3) f'' nu își schimbă semnul

1) $f(0) = \lg 1 + 1 - 1{,}5 = -0{,}5$

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \lg\left(1 + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\pi}{2} - 1{,}5 \approx 0{,}48$ $\Big\}$ $-0{,}5 \cdot 0{,}48 < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ rădăcina există

2) $f'(x) = \frac{1}{(1+x)\ln 10} + 1 > 0$, $\Rightarrow$ rădăcina ~~converge~~ este unica

3) $f''(x) = \frac{1}{(1+x)^2 \ln 10} > 0$, $\Rightarrow$ rădăcina converge

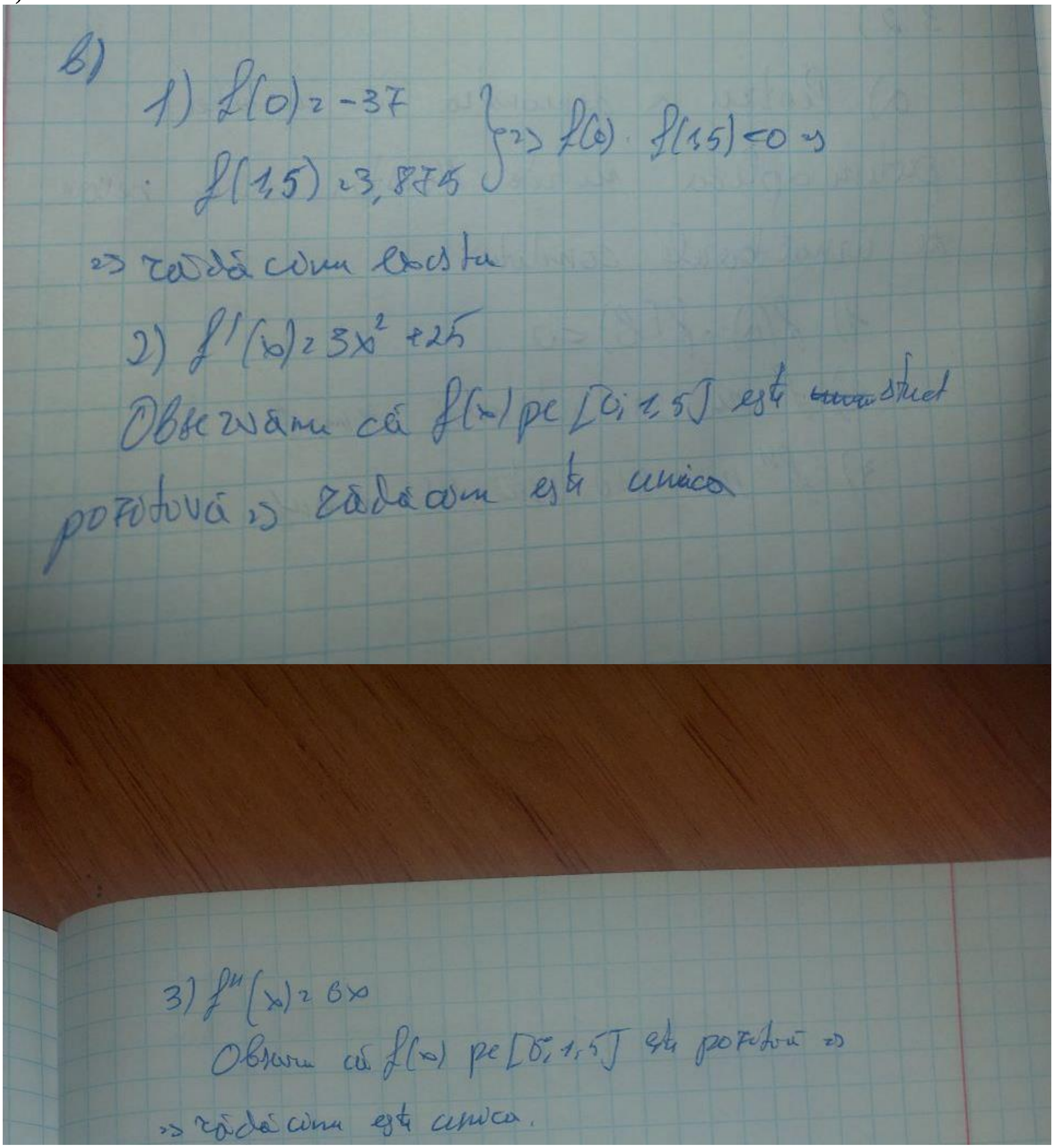
Nu rădacina. Da metoda converge!

Aici este plasat codul programei metodei tangentelor (Newton) pentru funcția a)

"C:\Users\User\Desktop\MMC!\lab 1\bin\Debug\lab 1.exe"

```
Rezultatul:= 3.45388
Numarul de iteratii:= 1
Diferenta:=3.45388

Rezultatul:= 2.10837
Numarul de iteratii:= 2
Diferenta:=1.34551

Rezultatul:= 1.29285
Numarul de iteratii:= 3
Diferenta:=0.815513

Rezultatul:= 1.13897
Numarul de iteratii:= 4
Diferenta:=0.15388

Rezultatul:= 1.17215
Numarul de iteratii:= 5
Diferenta:=0.0331788

Rezultatul:= 1.16257
Numarul de iteratii:= 6
Diferenta:=0.00958539

Rezultatul:= 1.16519
Numarul de iteratii:= 7
Diferenta:=0.00262321

Rezultatul:= 1.16446
Numarul de iteratii:= 8
Diferenta:=0.00072953

Rezultatul:= 1.16466
Numarul de iteratii:= 9
Diferenta:=0.000202002

Rezultatul:= 1.16461
Numarul de iteratii:= 10
Diferenta:=5.60014e-05

Rezultatul:= 1.16462
Numarul de iteratii:= 11
Diferenta:=1.55201e-05

Rezultatul:= 1.16462
Numarul de iteratii:= 12
Diferenta:=4.30161e-06

Rezultatul:= 1.16462
Numarul de iteratii:= 13
Diferenta:=1.19222e-06

Rezultatul:= 1.16462
Numarul de iteratii:= 14
Diferenta:=3.30434e-07

Process returned 0 (0x0)   execution time : 0.032 s
Press any key to continue.
```

b)



b)

1) $f(0) = -37$

$f(1,5) = 3,875$ $\Big\} \Rightarrow f(0) \cdot f(1,5) < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ rădăcina există

2) $f'(x) = 3x^2 + 25$

Observăm că $f(x)$ pe $[0; 1,5]$ este strict pozitivă $\Rightarrow$ rădăcina este unică

3) $f''(x) = 6x$

Observ că $f(x)$ pe $[0; 1,5]$ este pozitivă $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ rădăcina este unică.

Aici este plasat codul programei metodei tangentelor (Newton) pentru functia b)

"C:\Users\User\Desktop\MMC!\lab 1\bin\Debug\lab 1.exe"

```
Rezultatul:= 1.48
Numarul de iteratii:= 1
Diferenta:=1.48

Rezultatul:= 1.37732
Numarul de iteratii:= 2
Diferenta:=0.102682

Rezultatul:= 1.37583
Numarul de iteratii:= 3
Diferenta:=0.00149004

Rezultatul:= 1.37583
Numarul de iteratii:= 4
Diferenta:=2.98922e-07

Process returned 0 (0x0)   execution time : 0.038 s
Press any key to continue.
```

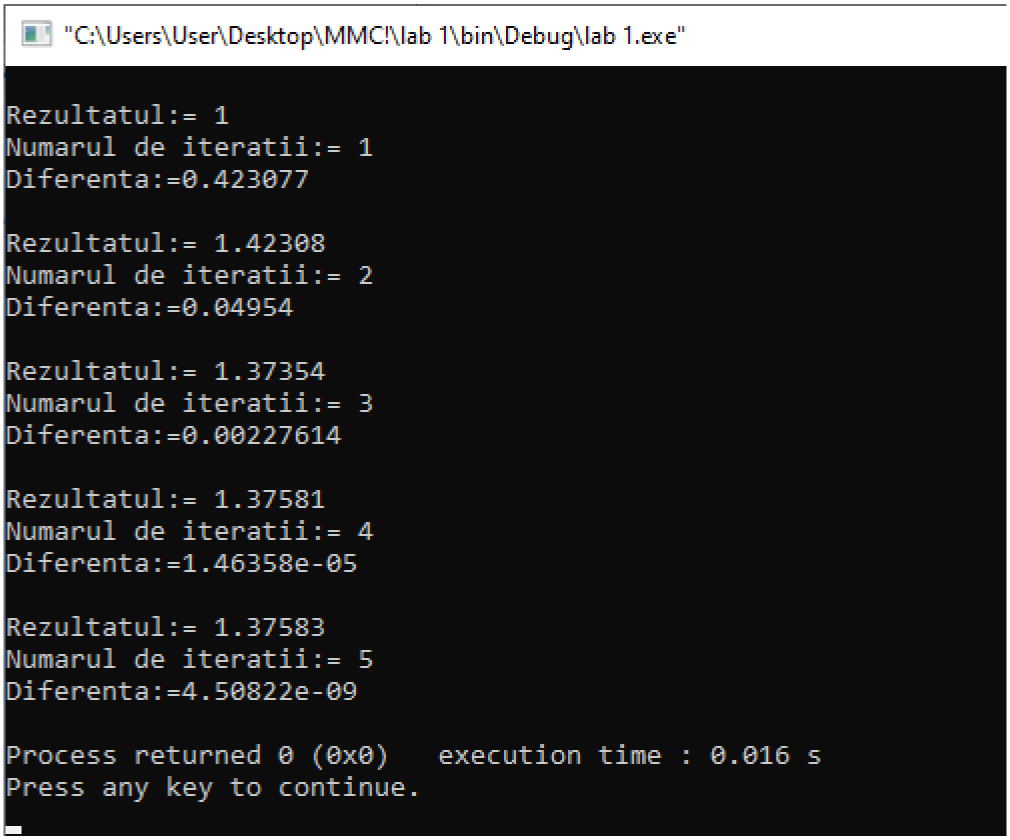
3.3) Calculul rădăcinii reale prin metoda secantelor.

a) Aici este plasat codul programei metodei secantelor pentru functia a)

"C:\Users\User\Desktop\MMC!\lab 1\bin\Debug\lab 1.exe"

```
Rezultatul:= 1
Numarul de iteratii:= 1
Diferenta:=0.152933

Rezultatul:= 1.15293
Numarul de iteratii:= 2
Diferenta:=0.011608

Rezultatul:= 1.16454
Numarul de iteratii:= 3
Diferenta:=7.7938e-05

Rezultatul:= 1.16462
Numarul de iteratii:= 4
Diferenta:=3.52832e-08

Process returned 0 (0x0)   execution time : 0.012 s
Press any key to continue.
```

b) Aici este plasat codul programei metodei secantelor pentru functia b)



4) Să se compare rezultatele luând în considerație numărul de iterații, evaluările pentru funcția şi derivată.

In urma efectuarii acestui laborator am calculat 2 functii prin 4 metode cunoscute. Cea mai eficienta dupa parerea mea este metoda secantei(3.3), deoarece prin minim numar de iteratii am ajuns la un rezultat destul de precis comparativ cu celelalte 3 metode. Cu ajutorul profesorului si a materialelor de curs am putut demonstra asta aplicand formulele si cunostintele de programare in limbajul C++.