A decorative graphic on the left side of the slide, consisting of a network of light blue lines and circles that resemble a printed circuit board or a digital network. The lines are of varying thickness and connect to small circles, creating a complex, branching structure.

# TESTAREA CIRCUITELOR LOGICE COMBINAȚIONALE

## TEMA 3.3. METODA DIFERENȚELOR (DERIVATELOR) BOOLEENE

- Este o metodă **analitică** bazată pe activarea unei căi de propagare a defectului spre ieșirea primară.

Fie dată o funcție booleană de  $n$  variabile  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Diferența booleană (DB) a funcției  $f$  în raport cu variabila  $x_i$  este funcția:

$$\frac{df}{dx_i} = f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \oplus f(x_1, x_2, \dots, \overline{x_i}, \dots, x_n) \quad (1)$$

DB poate fi scrisă și sub forma:

$$\frac{df}{dx_i} = f(x_1, x_2, \dots, 1, \dots, x_n) \oplus f(x_1, x_2, \dots, 0, \dots, x_n) \quad (2)$$

a

Deoarece DB este rezultatul operației XOR, rezultă că  $\frac{df}{dx_i} = 1$  dacă și numai dacă orice modificare a variabilei  $x_i$  conduce la modificarea valorii funcției  $f$ . Atunci când  $\frac{df}{dx_i} = 0$ , modificarea variabilei  $x_i$  nu va conduce la modificarea valorii funcției  $f$ .

Dacă și numai dacă orice modificare a variabilei  $x_i$  conduce la modificarea valorii funcției  $f$ , atunci

$$\frac{df}{dx_i} = 1$$

Dacă modificarea variabilei  $x_i$  nu va conduce la modificarea valorii funcției  $f$ , atunci

$$\frac{df}{dx_i} = 0$$

Această este condiția de observabilitate (de propagare) a defectului către ieșire.

Condiția de manifestare a defectului  $a$  pentru un anumit nod din circuit este asigurată prin atribuirea valorii opuse celei implicate în defect  $\bar{a}$ .

$$\bar{a}$$

Unind aceste două condiții într-o ecuație, vom obține

$$\bar{a} \cdot \frac{dF}{da} = 1$$

La calculul DB se pot utiliza următoarele egalități:

1.  $x \oplus \bar{x} = 1$

2.  $x \oplus x = 0$

3.  $x \oplus 1 = \bar{x}$

4.  $x \oplus 0 = x$

5.  $\overline{x \oplus y} = \overline{xy + \bar{x}\bar{y}}$

6.  $x \oplus y \oplus xy = x + y$

# PROPRIETĂȚILE DERIVATELOR BOOLEENE

1.  $\frac{d\bar{F}}{dx} = \frac{dF}{dx}$

2.  $\frac{dF}{dx} = \frac{dF}{dx}$

3.  $\frac{dF}{dx_i} \left[ \frac{dF}{dx_j} \right] = \frac{d}{dx_j} \left[ \frac{dF}{dx_i} \right]$

4.  $\frac{d}{dx} [F \cdot G] = F \frac{dG}{dx} \oplus G \frac{dF}{dx} \oplus \frac{dF}{dx} \cdot \frac{dG}{dx}$

5.  $\frac{d}{dx} [F + G] = \bar{F} \frac{dG}{dx} \oplus \bar{G} \frac{dF}{dx} \oplus \frac{dF}{dx} \cdot \frac{dG}{dx}$

6.  $\frac{d}{dx} [F \oplus G] = \frac{dF}{dx} \oplus \frac{dG}{dx}$

7.  $\frac{dF}{dx_i} = 0$  dacă F nu depinde de  $x_i$

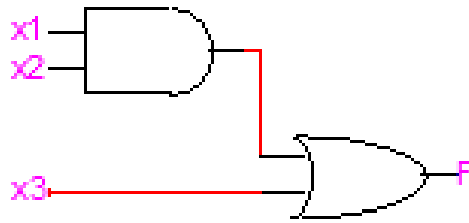
8.  $\frac{dF}{dx_i} = 1$  dacă  $F = x_i$

9.  $\frac{d}{dx_i} [F \cdot G] = F \frac{dG}{dx_i}$  dacă F nu depinde de  $x_i$

10.  $\frac{d}{dx_i} [F + G] = \bar{F} \frac{dG}{dx_i}$  dacă F nu depinde de  $x_i$

Exemplu:

Fie dată funcția booleană  $F = \sum(1,3,5,6,7) = x_1x_2 + x_3$



Vom determina derivata booleană față de variabila  $x_1$ .

$$\frac{dF}{dx_1} = \frac{d(x_1x_2 + x_3)^{pr.10}}{dx_1} = \bar{x}_3 \frac{d(x_1x_2)^{pr.9}}{dx_1} = x_2\bar{x}_3 \frac{dx_1^{pr.8}}{dx_1} = x_2\bar{x}_3 :$$

Vom determina testul pentru  $x_1 \equiv 0$ . Deci defectul  $a$ , în acest caz, va fi  $x_1 = 1$ , iar condiția de manifestare a defectului  $\bar{a}$  va fi  $x_1 = 1$ . Înlocuim în ecuația

$\bar{a} \cdot \frac{dF}{da} = 1$  valorile pentru  $\bar{a}$  și  $\frac{dF}{da}$  și obținem:

$$x_1 \frac{dF}{dx_1} = x_1 x_2 \bar{x}_3 = 1$$

Rezolvând ecuația obținem:  $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0$ .

Înlocuind valorile obținute pentru variabilele de intrare în expresia logică a funcției obținem:  $f = x_1 x_2 + x_3 = 1 \cdot 1 + 0 = 1$

Testul rezultat este: (1,1,0;1).

Vom determina testul pentru  $x_1 \equiv 1$ . Deci defectul  $a$ , în acest caz, va fi  $x_1 \equiv 1$ , iar condiția de manifestare a defectului  $\bar{a}$  va fi  $x_1 = 0$ . Înlocuim în ecuația

$\bar{a} \cdot \frac{dF}{da} = 1$  valorile pentru  $\bar{a}$  și  $\frac{dF}{da}$  și obținem:

$$\bar{x}_1 \frac{dF}{dx_1} = x_1 x_2 \bar{x}_3 = 1$$

Rezolvând ecuația obținem:  $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0$ .

Înlocuind valorile obținute pentru variabilele de intrare în expresia logică a funcției obținem:  $f = x_1 x_2 + x_3 = 0 \cdot 1 + 0 = 0$

Testul rezultat este:  $(0, 1, 0; 0)$ .



# METODA GRAFICĂ DE CALCUL A DERIVATEI BOOLEENE

$x_1 \backslash x_2$	00	01	11	10
$x_3$ 0			1	
1	1	1	1	1

$F(x_1, x_2, x_3)$

$x_1 \backslash x_2$	00	01	11	10
$x_3$ 0			1	
1	1	1	1	1

$F(\bar{x}_1, x_2, x_3)$

$x_1 \backslash x_2$	00	01	11	10
$x_3$ 0		1	1	
1				

$\frac{dF}{dx_1} = x_2 \bar{x}_3$

The background is a solid teal color with a subtle gradient. In the four corners, there are decorative white line-art elements that resemble circuit traces or stylized trees. These elements consist of thin lines that branch out and terminate in small circles, creating a geometric, organic feel.

EXEMPLU  $F = \sum (0, 4, 8, 10, 12, 14)$