TESTAREA CIRCUITELOR LOGICE COMBINAȚIONALE

TEMA 3.3. METODA DIFERENȚELOR (DERIVATELOR) BOOLEENE

- Este o metodă **analitică** bazată pe activarea unei căi de propagare a defectului spre ieșirea primară.

Fie dată o funcţie booleană de n variabile f(x_1, x_2, …, x_n). Diferenţa booleană (DB) a funcţiei f în raport cu variabila x_i este funcţia:

$$\frac{df}{dx_i} = f(x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n) \oplus f(x_1, x_2, \ldots, \overline{x_i}, \ldots, x_n) \qquad (1)$$

DB poate fi scrisă şi sub forma:

$$\frac{df}{dx_i} = f(x_1, x_2, \ldots, 1, \ldots, x_n) \oplus f(x_1, x_2, \ldots, 0, \ldots, x_n) \qquad (2)$$

$\bar{a}$

Deoarece DB este rezultatul operaţiei XOR, rezultă că $\frac{df}{dx_i} = 1$ dacă şi numai dacă orice modificare a variabilei x_i conduce la modificarea valorii funcţiei f. Atunci când $\frac{df}{dx_i} = 0$, modificarea variabilei x_i nu va conduce la modificarea valorii funcţiei f.

Dacă şi numai dacă orice modificare a variabilei x_i conduce la modificarea valorii funcţiei f, *atunci* $\frac{df}{dx_i} = 1$

Daca modificarea variabilei x_i nu va conduce la modificarea valorii funcţiei f, *atunci* $\frac{df}{dx_i} = 0$

Această este condiţia de observabilitate (de propagare) a defectului către ieşire.

Condiţia de manifestare a defectului **a** pentru un anumit nod din circuit este asigurată prin atribuirea valorii opuse celei implicate în defect $\bar{a}$.

Unind aceste două condiţii într-o ecuaţie, vom obţine $\bar{a} \cdot \frac{dF}{da} = 1$

La calculul DB se pot utiliza următoarele egalităţi:

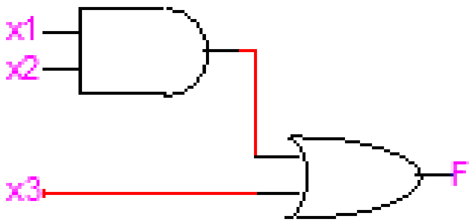
1. $x \oplus \overline{x} = 1$
2. $x \oplus x = 0$
3. $x \oplus 1 = \overline{x}$
4. $x \oplus 0 = x$
5. $\overline{x \oplus y} = xy + \overline{x}\,\overline{y}$
6. $x \oplus y \oplus xy = x + y$

PROPRIETĂȚILE DERIVATELOR BOOLEENE

1. $\frac{d\overline{F}}{dx} = \frac{dF}{dx}$
2. $\frac{dF}{d\overline{x}} = \frac{dF}{dx}$
3. $\frac{dF}{dx_i}[\frac{dF}{dx_s}] = \frac{d}{dx_j}[\frac{dF}{dx_i}]$
4. $\frac{d}{dx}[F \cdot G] = F\frac{dG}{dx} \oplus G\frac{dF}{dx} \oplus \frac{dF}{dx} \cdot \frac{dG}{dx}$
5. $\frac{d}{dx}[F + G] = \overline{F}\frac{dG}{dx} \oplus \overline{G}\frac{dF}{dx} \oplus \frac{dF}{dx} \cdot \frac{dG}{dx}$
6. $\frac{d}{dx}[F \oplus G] = \frac{dF}{dx} \oplus \frac{dG}{dx}$
7. $\frac{dF}{dx_i} = 0$ dacă F nu depinde de x_i
8. $\frac{dF}{dx_i} = 1$ dacă $F=x_i$
9. $\frac{d}{dx_i}[F \cdot G] = F\frac{dG}{dx_i}$ dacă F nu depinde de x_i
10. $\frac{d}{dx_i}[F + G] = \overline{F}\frac{dG}{dx_i}$ dacă F nu depinde de x_i

Exemplu:

Fie dată funcţia booleană $F=\sum(1,3,5,6,7)=x_1x_2+x_3$



Vom determina derivata booleană faţă de variabila x_1.

$$\frac{dF}{dx_1}=\frac{d(x_1x_2+x_3)}{dx_1}^{pr.10}=\bar{x}_3\frac{d(x_1x_2)}{dx_1}^{pr.9}=x_2\bar{x}_3\frac{dx_1}{dx_1}^{pr.8}=x_2\bar{x}_3\ ;$$

Vom determina testul pentru $x_1 \equiv 0$. Deci defectul **a,** în acest caz, va fi $x_1 = 1$, iar condiția de manifestare a defectului $\overline{a}$ va fi $x_1 = 1$. Înlocuim în ecuația $\bar{a} \cdot \frac{dF}{da} = 1$ valorile pentru $\bar{a}$ și $\frac{dF}{da}$ și obținem:

$$x_1 \frac{dF}{dx1} = x_1 x_2 \bar{x}_3 = 1$$

Rezolvând ecuația obținem: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0$.

Înlocuind valorile obținute pentri variabilele de intrare în expresia logică a funcției obținem: $f = x_1 x_2 + x_3 = 1 \cdot 1 + 0 = 1$

Testul rezultat este: (1,1,0;1).

Vom determina testul pentru $x1 \equiv 1$. Deci defectul **a,** în acest caz, va fi $x1 \equiv 1$, iar condiţia de manifestare a defectului $\overline{a}$ va fi $x_1 = 0$. Înlocuim în ecuaţia $\bar{a} \cdot \frac{dF}{da} = 1$ valorile pentru $\bar{a}$ şi $\frac{dF}{da}$ şi obţinem:

$$\bar{x}_1 \frac{dF}{dx1} = x_1 x_2 \bar{x}_3 = 1$$

Rezolvând ecuaţia obţinem: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0$.

Înlocuind valorile obţinute pentri variabilele de intrare în expresia logică a funcţiei obţinem: $f = x_1 x_2 + x_3 = 0 \cdot 1 + 0 = 0$

Testul rezultat este: (0,1,0;0).

METODA GRAFICĂ DE CALCUL A DERIVATEI BOOLEENE

$x_3 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
0			1	
1	1	1	1	1

$F(x_1, x_2, x_3)$

$\oplus$

$x_3 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
0			1	
1	1	1	1	1

$F(\bar{x}_1, x_2, x_3)$

$=$

$x_3 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
0		1	1	
1				

$$\frac{dF}{dx_1} = x_2\bar{x}_3$$

EXEMPLU $F=\sum(0,4,8,10,12,14)$