

Caracteristica substanței curate

O substanță poate fi numită curată dacă concentrația tuturor impurităților care se găsesc în aceasta nu afectează parametri dispozitivului format (în natură nu există substanțe absolut curate).

Substanțele curate (în chimie, metalurgie) pot fi:

- marca curat : $C = 2 \cdot 10^{-5} - 1\%$ impuritate;
- curat pt. analiză : $CPA = 1 \cdot 10^{-5} - 0.4\%$;
- curat chimic : $CC = 1 \cdot 10^{-6}\% - 0.2\%$;
- deosebit de curat : $DC =$ conține mai puțin de 0.05% impuritate (se utilizează în special în melectronică).

Această clasificare nu este unică în lume și nici prea bună. În SUA, Japonia se folosesc alte clasificări. Aceasta înseamnă că pot fi caracterizate prin nr. de atomi care sunt la 1000 atomi a substanței de bază, n part per milion (n = nr. de atomi de impuritate)(P.P.M.) sau part per billion (P.P.B.).

În acest mod se pot caracteriza substanțe gazoase, lichide.

Substanțele Indiu, Galiu au o astfel de marcă de curățenie:

- 5N8 – reprezentând nr. $99.9998\% \Rightarrow 0.0002\%$ impuritate;
- 3N7 – reprezentând nr. 99.97% .

Principiul de purificare a substanțelor prin cristalizare

Cristalizarea se numește trecerea substanței din faza lichidă în faza solidă (cristalină). Această metodă o folosim în ultimele faze de purificare când substanța are aproximativ 1-2% atomi de impuritate. Se folosește pt. a obține cristale de structură cristalină și pt. purificarea acestor substanțe.

Diagrame de fază

- faze: solidă, lichidă, gazoasă și plasmă.

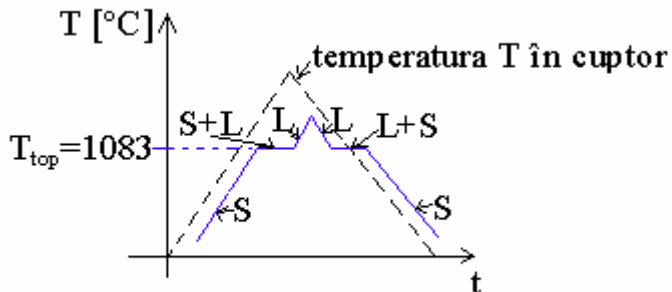
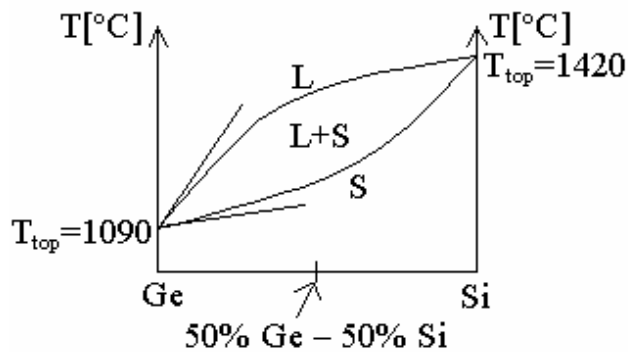


Diagrama de fază a unei singure componente – Cu, și se reprezintă schimbarea temperaturii acestuia în funcție de timp

Exemple de cele mai răspândite diagrame de fază:



La mijloc: același nr. de atomi de Si îi corespunde același nr. de atomi de Ge, 50% Ge – 50% Si. Dacă mergem spre Ge sunt mai mulți atomi de Ge și mai puțini de Si.

Diagrama de fază a unui semiconductor GaAs:

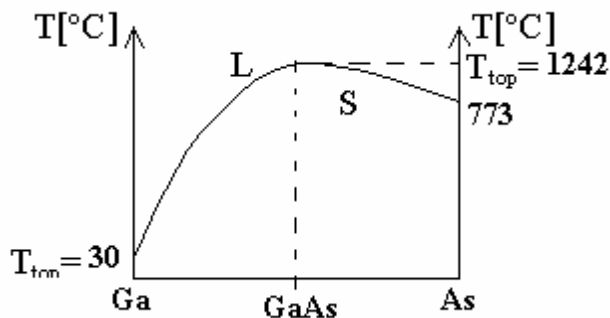
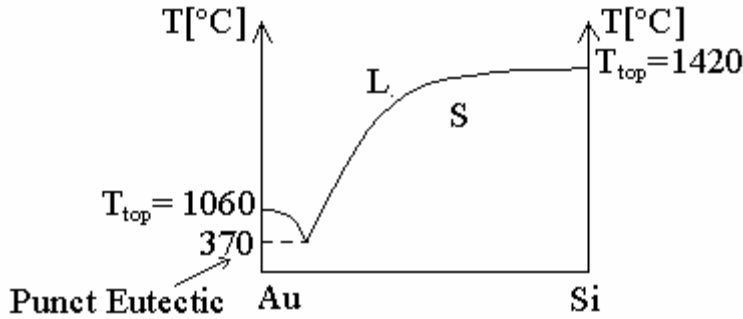
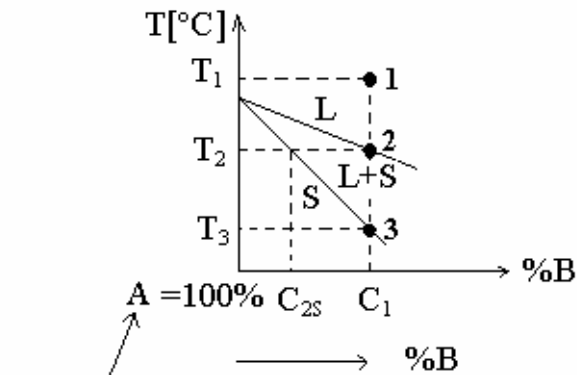


Diagrama de fază a unei substanțe pt. fixarea Au (folosit în electronică):



Ce rol au diagramele de fază în procesul de purificare?

Când există un procent mic de impuritate de Ge în Si nu trebuie făcută toată diagrama de fază, ci doar o parte din aceasta; doar tangentele la diagrama de fază lângă punctul de topire al Ge sau al Si.

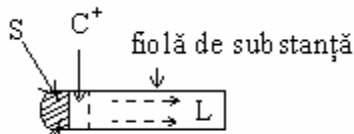


- în punctul 1 există temperatura T_1 și concentrația impurității B este C_1 , iar substanța se află în stare lichidă;
- în punctul 2 avem temperatura T_2 , substanța se află în starea lichidă; în faza lichidă concentrația substanței la o temperatură este C_1 , iar la aceeași temperatură este în faza solidă dar cu un procent de impuritate C_{2S} mai mic;

substanța A

cresc procente impurității B, impurități care duc la micșorarea temperaturii de topire

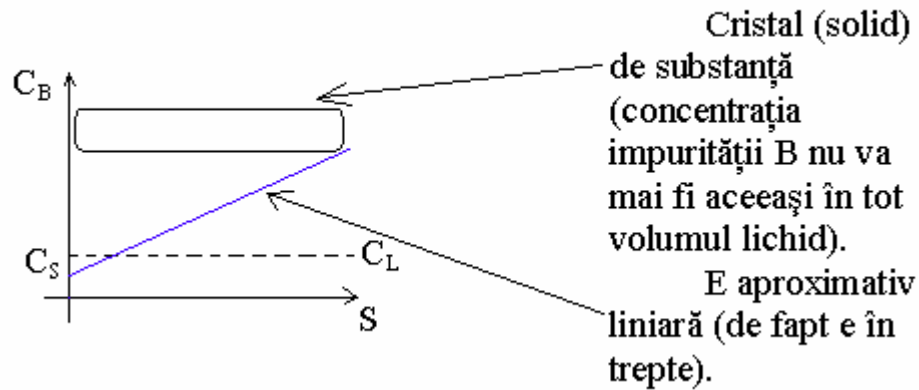
- în punctul 3 substanța este în starea solidă; aceeași concentrație de impurități se află în starea lichidă (la o temperatură mai mare) cât și în starea solidă (la o temperatură mai mică).



Există mai puțină impuritate ca în lichid

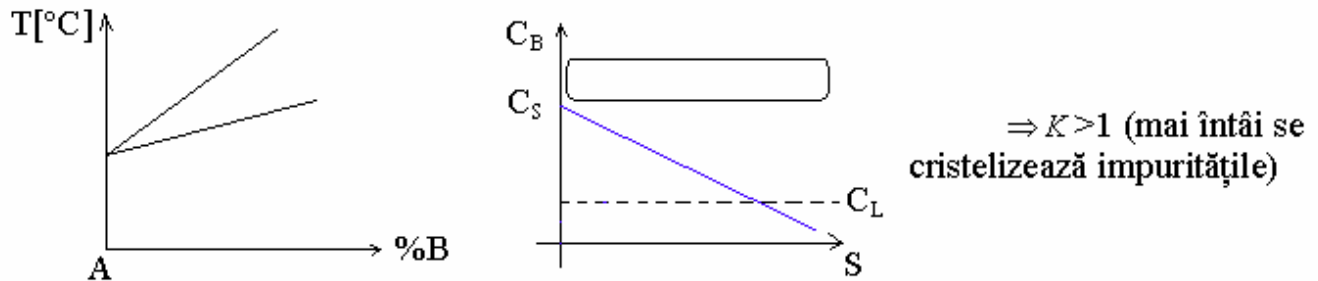
Principiul de purificare prin cristalizare:

Concentrația în plus (C^+) se răspândește în tot volumul L rămas.



K = coeficient de distribuire a impurităților (coeficient de segregare), și este egal cu raportul dintre concentrația în faza solidă cristalizată și concentrația în faza lichidă inițială: $K = \frac{C_{2S}}{C_{1L}} > 1$, unde în cazul de sus impuritățile duc la scăderea temperaturii de topire.

Dacă luăm alt caz în care impuritățile duc la creșterea temperaturii de topire:

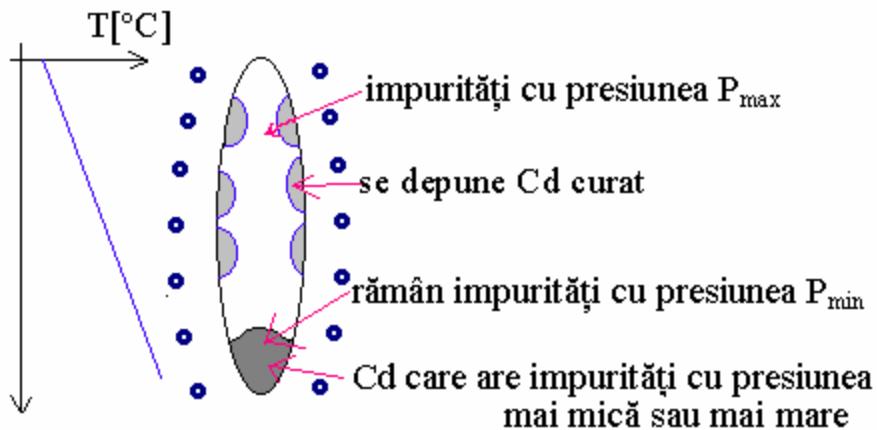


Procese de purificare a substanțelor din faza gazoasă

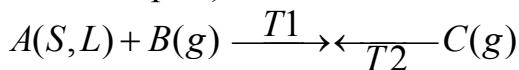
Procesul poate avea loc la materiale care se evaporă direct din faza solidă, netrecând prin faza lichidă. Substanța nu poate fi purificată de impuritate dacă, proprietățile impurității nu se deosebesc de proprietățile substanței (au aceeași presiune, temperatură, etc).

Zn, S, Se, Te, Sb – toate aceste substanțe se evaporă din starea solidă.

Avem o fiolă din quartz (pt. că Cd în atmosferă se oxidează) în care se introduce Cd. Această fiolă se introduce într-un cuptor (care nu are temperatură absolută) care se încălzește.

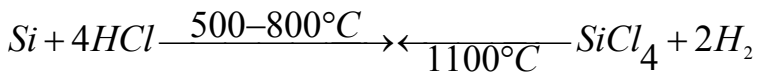
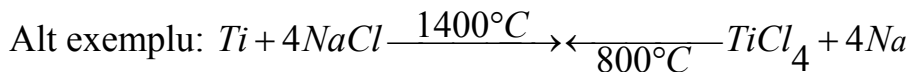
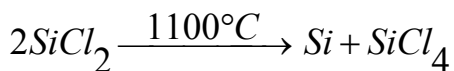
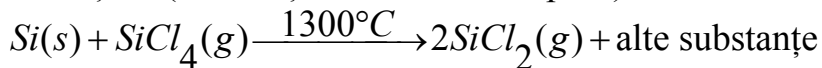


Altă metodă de purificare este cu folosirea reacțiilor chimice de transport (tot din starea solidă în vapori)



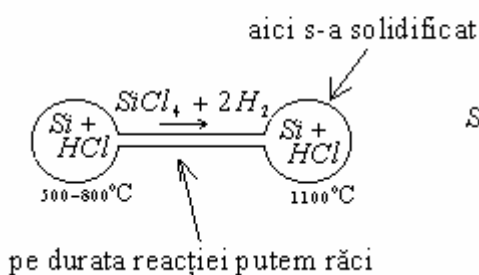
Acest tip de reacție a fost propusă de neamțul Șefer.

Avem substanța A solidă sau lichidă pe care vrem să o purificăm, substanța B care este un gaz, care se numește transportor, și care la temperatura T1 gazul intră în reacție cu substanța A, iar ca rezultat al reacției chimice este substanța C care este tot un gaz. Această substanță C va trece în altă parte la temperatura T2 (unde această reacție se numește reversibilă) unde se descompune în substanța A (care nu mai conține impurități) și în substanța B (care inițial trebuie să fie pură).

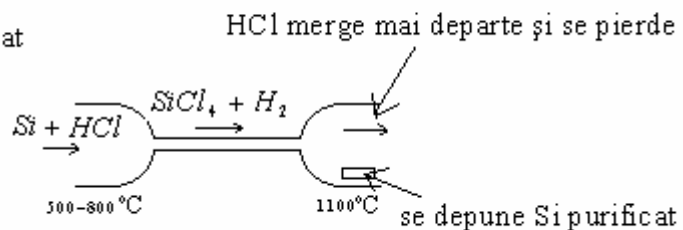


Aceste relații se pot utiliza atât în reacție închisă cât și deschisă.

În sistem închis:



În sistem deschis:

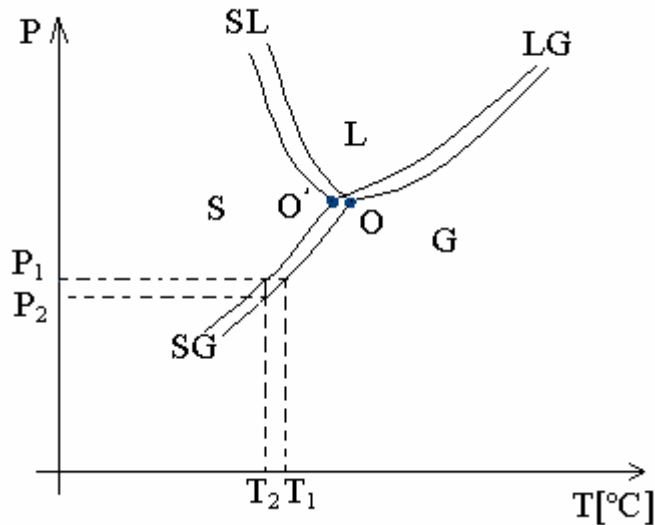


Formarea germenului (nucleația)

- este un început de creștere a cristalului;
- de ex. dacă într-un vas avem sare (ca cristal) ,se mărește volumul cristalului dacă nu se formează centre de cristalizare.

Creșterea cristalelor poate fi: - omogenă (apare datorită saturației);
- neomogenă (apare datorită răcirii).

Pentru a formula procesul de creștere a cristalului se analizează diagrama de fază în coordonate P și T, substanța putându-se afla în trei stări:



Răcind substanța (dacă aceasta se află în starea G) ea poate trece din faza G (gazoasă) în faza S (solidă) , dacă este la o presiune mai mică, și poate trece din faza G în faza L (lichidă) (dacă aceasta se află în faza G) și din faza L în faza S (dacă aceasta se află în faza L) la o presiune mai mare.

O – punct triplu (substanța se află în toate fazele);

Răcind sistemul de la T_1 la T_2 la presiune constantă din starea gazoasă se trece în starea solidă.

$\Delta T = T_1 - T_2 (P_1 = ct.)$ - reprezintă suprarăcirea;

Majorând presiunea de la P_2 la P_1 la temperatură constantă, sistemul trece din starea G în starea S.

$\Delta P = P_1 - P_2 (T_2 = ct.)$ - reprezintă suprasaturația.

Putem analiza trecerea substanței din starea G în starea S și rezultă un cristal.

Putem analiza trecerea și din starea G în starea L (la presiuni mult mai mari) și rezultă o picătură de lichid. Ca urmare orice trecere de fază care poate avea loc duce la micșorarea energiei libere.

$$\Delta G = \text{energielibera} = \Delta G_V + \Delta G_S \quad (1)$$

ΔG_V - schimbarea energiei libere la formarea volumului picăturii de lichid;

ΔG_S - schimbarea energiei libere la formarea picăturii de lichid.

Din teoria termodinamicii \Rightarrow că la trecerea unui mol de gaz din starea G în starea L, schimbul de energie ΔG_V (pt. 1 mol de gaz) este:

$$\Delta G_V = -RT \ln \frac{p}{p_0} \quad (2) \text{ unde } R - \text{ ct. universală a gazelor, } T - \text{ temperatura, } P -$$

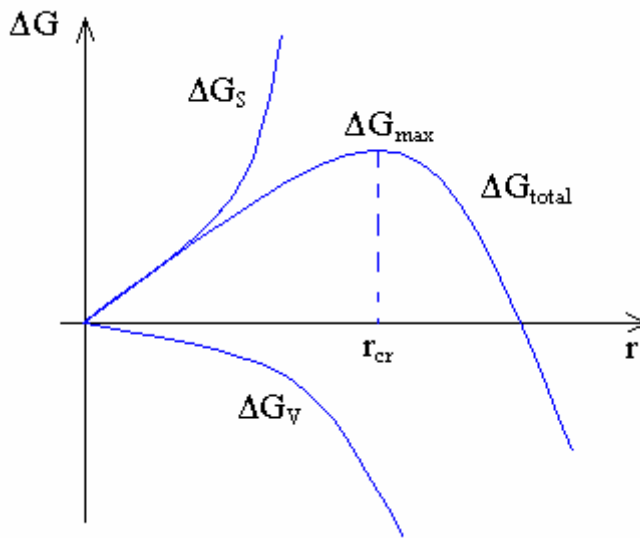
presiunea la care a avut loc trecerea, p_0 – presiunea în gaz (când vaporii sunt saturați , doar atunci se poate face trecerea din G în L).

$$\Delta G_V = -\frac{4\pi \cdot r^3}{3 \cdot v} RT \ln \frac{p}{p_0} \quad (3) , \text{ unde } \frac{4\pi \cdot r^3}{3 \cdot v} - \text{ volumul picăturii de apă.}$$

$$(4) \Delta G_S = 4\pi \cdot r^2 \cdot \sigma$$

$$\Rightarrow \Delta G = 4\pi \cdot r^2 \cdot \sigma - \frac{4\pi \cdot r^3}{3 \cdot v} RT \ln \frac{p}{p_0} \quad (5) - \text{ schimbul total de energie la trecerea}$$

din G în L și formarea unei picături (germenele).



Dacă picătura de lichid s-a ajuns să aibă raza - r_{cr} , și se mai adaugă molecule \Rightarrow raza crește precum și volumul iar energia tinde spre micșorare. Dacă I se iau câteva molecule raza se micșorează, iar energia liberă tot tinde spre micșorare, iar această picătură se poate distruge (în ambele cazuri).

$$\frac{\partial \Delta G}{\partial r} = 8\pi \cdot r \cdot \sigma - 4 \frac{\pi \cdot r^2}{v} RT \ln \frac{p}{p_0} = 0 \Rightarrow r(8\pi \cdot \sigma - \frac{4\pi \cdot r}{v} RT \ln \frac{p}{p_0}) = 0 \Rightarrow$$

$$8\pi \cdot \sigma = \frac{4\pi \cdot r}{v} RT \ln \frac{p}{p_0} \Rightarrow r_{cr} = \frac{2\sigma \cdot v}{RT \ln \frac{p}{p_0}}$$

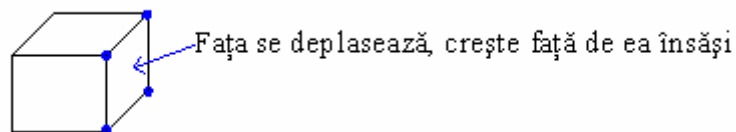
$$\Delta G_{\max} = \frac{16\pi \cdot v^2 \cdot \sigma^3}{3 \left(RT \ln \frac{p}{p_0} \right)^2} - \text{reprezintă valoarea energiei libere max. când raza este}$$

critică.

În principiu nu putem regla în procesul tehnologic schimbarea energiei, dar putem regla suprarăcirea.

Mecanismul și cinetica reșterii cristalelor

Mecanismul constă în creșterea cristalelor prin deplasarea unei fețe a cristalului:

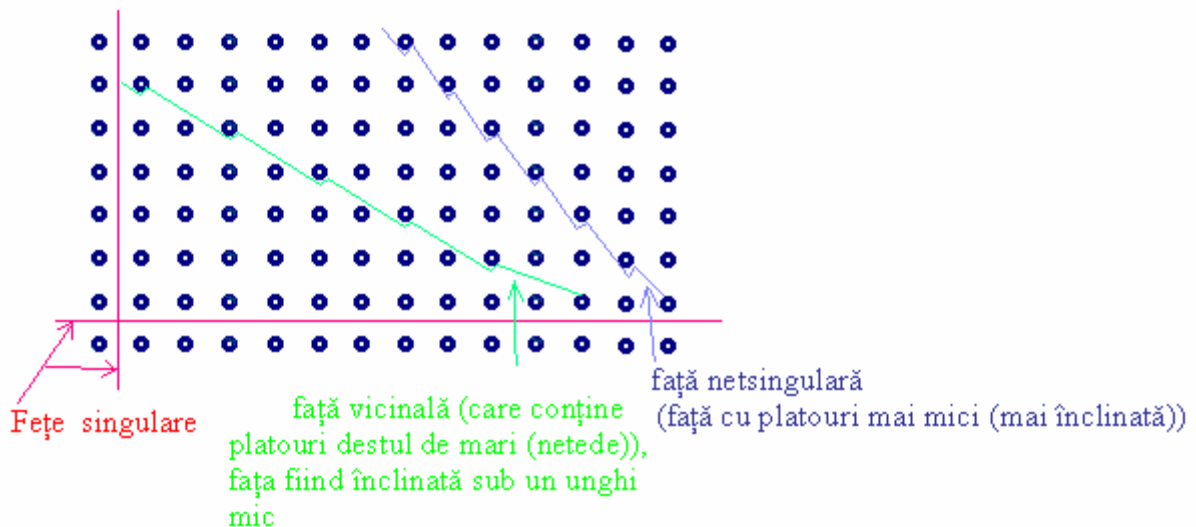


Toate fețele cristalului se împart în trei grupe:

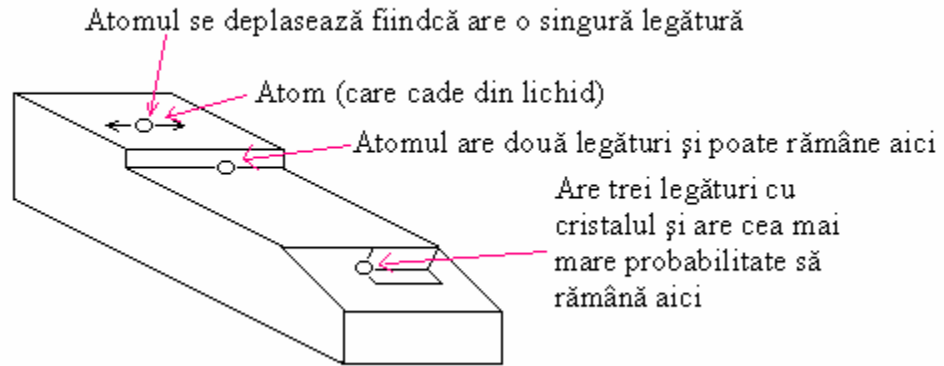
- fețe singulare
- fețe vicinale
- fețe netsingulare (zgrunțuroase)

Mecanismul de creștere pe aceste fețe este:

- avem atomii unui cristal ideal egal depărtați unul de celălalt:



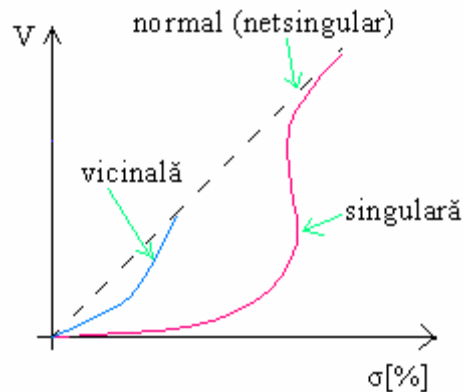
Creșterea pe o suprafață absolut netedă:



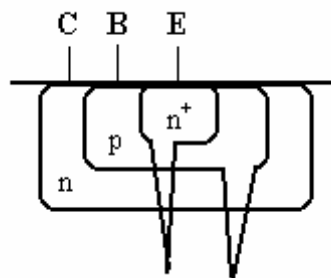
Pe fețele singulare, mecanismul de creștere este tangențial suprafeței iar creșterea cristalelor are loc relativ la saturații mari.

Creșterea pe fețe vicinale este tot tangențial la suprafață, însă ea poate avea loc la saturații mici.

Creșterea pe fețe netsingulare este verticală și poate avea loc la orice saturație.



În cristalele absolut ideale ar apare astfel de difuzii:



E este scurtcircuit cu C \Rightarrow difuzia a pătruns în ambele straturi.

Creșterea cristalelor

Cristalele pot crește atât din faza G cât și din faza L.

Creșterea din faza L se împarte în două direcții: - creșterea din topituri;

- creșterea din soluții.

Creșterea cristalelor din topituri

Acest proces este cel mai răspândit în industrie pt. că se deosebește printr-o mare viteză de creștere a cristalelor.

Pt. a crește cristalele din topituri trebuie ca metalele să fie la temperatura de topire (ex. $T_{\text{top Si}} = 1420^{\circ}\text{C}$).

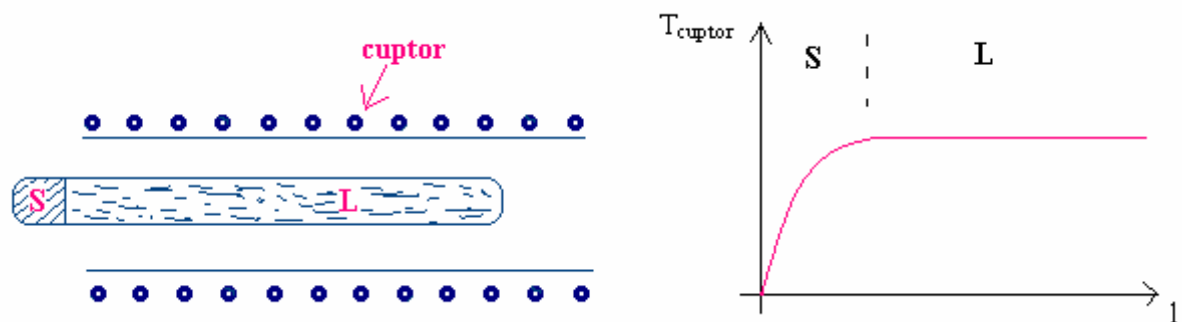
Neajunsuri: - datorită temperaturilor înalte pot avea loc reacții chimice dintre materialul containerului și topitură.

Această metodă poate fi utilizată la creșterea cristalelor care în starea topită au o presiune mică a vaporilor saturați. Pe baza odei creșterii din topituri pot fi realizate diferite tipuri de creșteri:

- cristalizare orientată;
- cristalizare prin metoda topirii zonale.

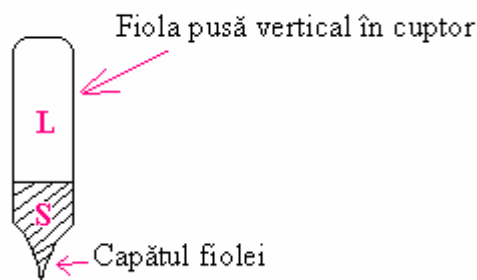
Cristalizarea din topituri poate avea loc prin intermediul germenului (agent de cristalizare) sau fără el.

Cum se creșe un cristal din topitură:

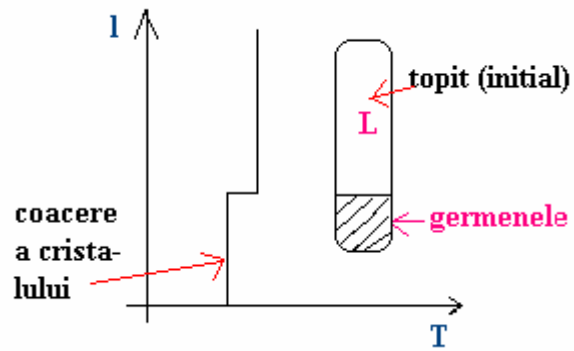


Putem deplasa cuptorul față de fiolă sau să extragem fiola din cuptor pt. a forma cristalul, însă vom avea un monocristal sau mai multe cristale mici.

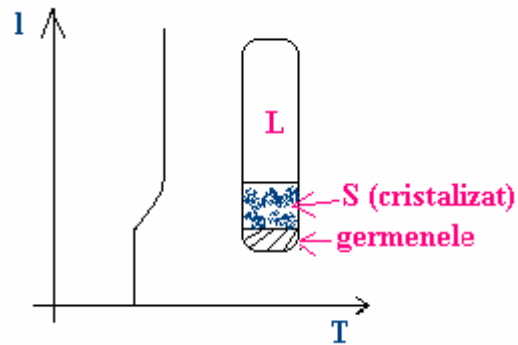
Altă metodă pt. a obține monocristalul:



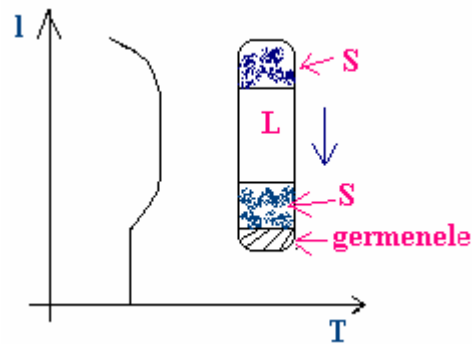
Volumul de S se răcește primul, se cristalizează primul pt. că are dimensiune mică. Altă metode:



Metoda lui Stocbargher:

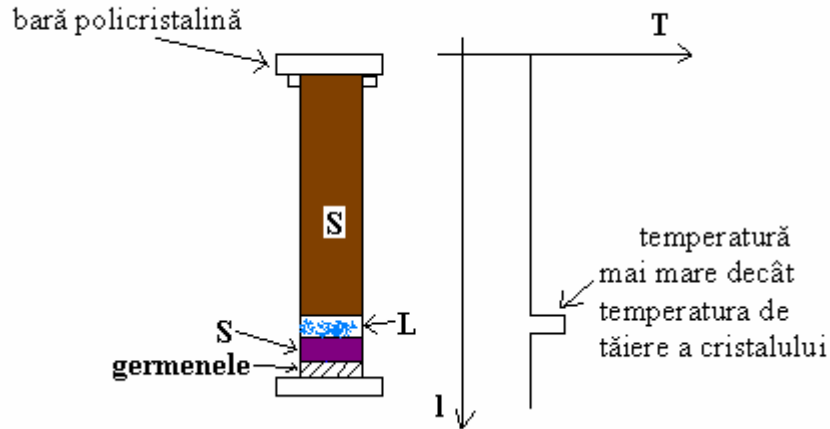


Metoda Bridgmen:



Aceste ultime metode sunt mai bune.

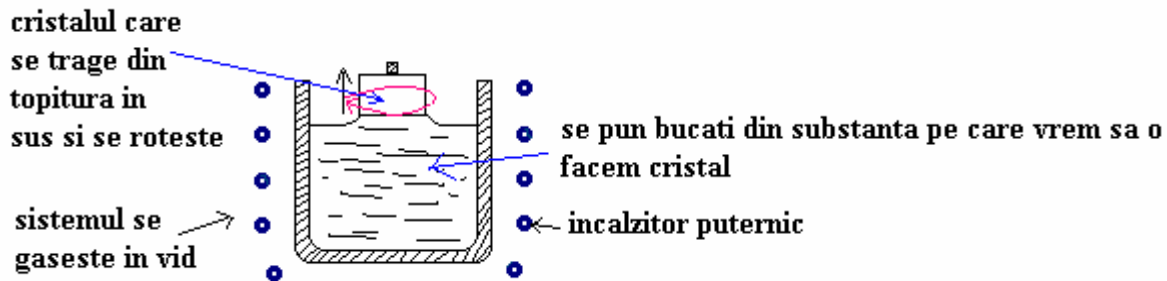
Pt. a obține cristale absolut curate se folosește **metoda topirii zonale fără container:**



Această metodă se realizează în vid, astfel încât cristalul să nu aibe contact direct cu fiola. Această metodă oferă posibilitatea creșterii cristalelor fără impurități.

Metoda tragerii cristalului din topitură

Această metodă este denumită metoda lui Czochalski și este cea mai utilizată, deoarece se fac sute de tone de Si.

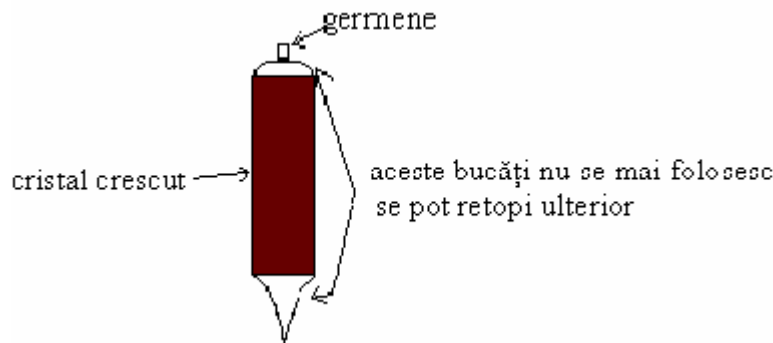


Germenele l-am pus în contact cu topitura astfel încât să se topească puțin, după care îl tragem în sus rotind-ul.

Topitura se încălzește peste temperatura de topire pt. a se evapora impuritățile volatile, înainte de a se pune în contact germenele cu topitura.

Rotim cristalul în jurul axei sale astfel încât concentrația impurităților să fie uniform distribuită.

Diametrul cristalului se reglează cu viteza de tragere a cristalului.

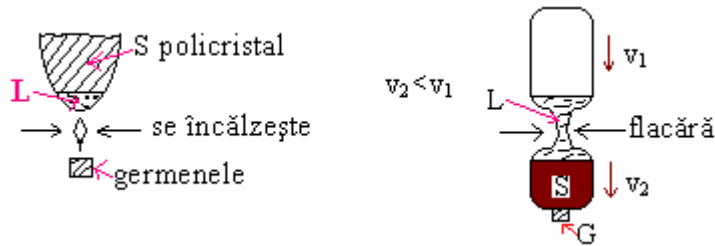


Metoda creșterii cristalelor cu ajutorul topirii zonale la o temperatură foarte mare

Luăm diamantul care necesită temperatură mare de topire.

Încălzirea se face cu H_2 .

G este o bucațică de diamant pe care curge topitura câte un pic, transformându-se topitura în S.



Folosind această metodă se pot crește cristale și din praf.

Creșterea cristalelor din soluție

Principala prioritate a acestei metode este temperatura joasă de creștere a cristalelor. Se pot crește cristale care au o temperatură mare de topire. Se pot crește cristale care au o presiune mare a vaporilor saturați în starea de topire (de ex. cristalele din quartz). Temperatura joasă a procesului dă posibilitatea de a crește cristale cu o rețea cristalină desăvârșită.

În acest sistem de creștere se găsesc două componente:

- solventul (în care se dizolvă substanța);
- substanța.

Cerințe pt. solvent:

1.° solventul trebuie să micșoreze cu mult temperatura de creștere a cristalului, adică singur să aibă o temperatură de topire (ex. : I, St, Pl).

2.° să nu intre în componența cristalului crescut.

3.° atomii solventului care au intrat în interiorul cristalului trebuie să fie inactivi.

Dacă creștem cristale din soluție din $GaAs \Rightarrow As$ (solvent) intră în componența cristalului.

Procesul de cristalizare din soluții are următoarele etape:

- I – dizolvarea componentelor inițiali;
- II – difuzia componentelor prin faza lichidă la frontul de cristalizare;
- III – depunerea cristalului la frontul de cristalizare;
- IV – disiparea căldurii de cristalizare.

Această metodă are neajunsul că viteza de creștere este de două ori mai mică decât viteza de creștere din topitură.

Solubilitatea substanței A în solventul B este:
$$\delta = \frac{mA}{mA + mB} \cdot 100\%$$

Solubilitatea este însă dependentă de temperatură. Cu cât este mai mare temperatura cu atât solubilitatea este mai mare în %.

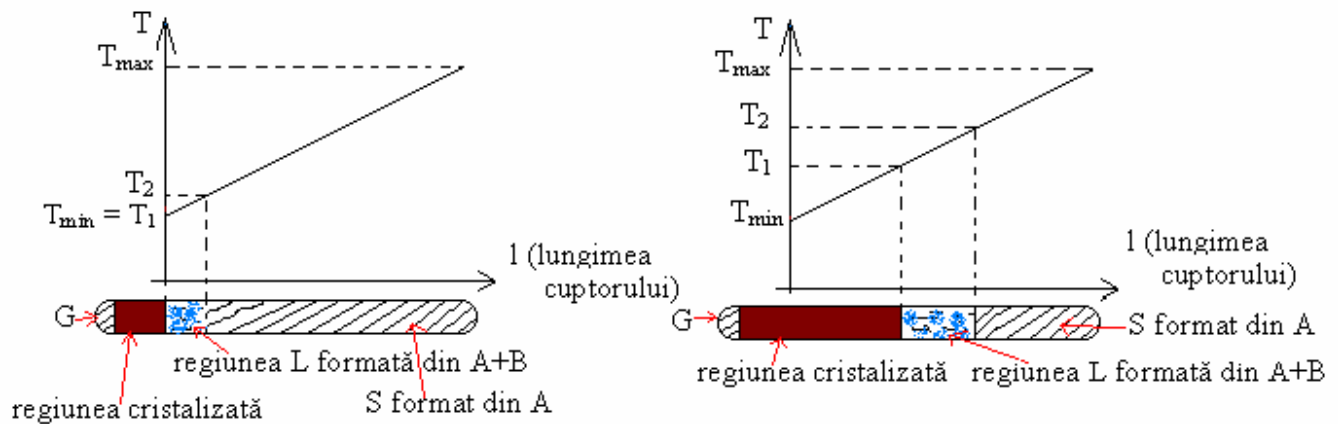
Micșorarea masei solventului (mB) se poate realiza și prin trecerea curentului electric la limita dintre solid și soluție (efectul PELTIE: la contactul a două materiale

diferite trece curent continuu dintr-o direcție în alta, atunci contactul se poate încălzi într-o direcție și se poate răci în altă direcție).

Metoda topirii zonale într-un gradient de temperatură

Se pot obține cristale la care concentrația impurităților va fi uniformă pe toată lungimea cristalului. Creșterea cristalelor poate avea loc spontan fără germene sau cu germene.

În 1955- Pfan a propus această metodă de creștere a cristalelor:

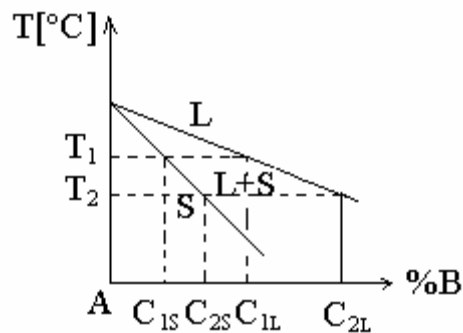


Germenele inițial se afla în zona punctului zero. Tot în această zonă se afla și substanța A+B. Solventul B în contact cu G face ca în punctul zero să avem temperatura T_1 . În continuare cristalul crește fără să-l mișcăm, se mișcă zona L datorită gradientului de temperatură în urma ei rămânând monocristalul format.

A – substanța ; B – solventul.

- $T_{\min} > T_{\text{topB}}$ iar $T_{\max} < T_{\text{topA}}$
- T_{\max} a cuptorului nu topește substanța A.

Diagrama de fază:

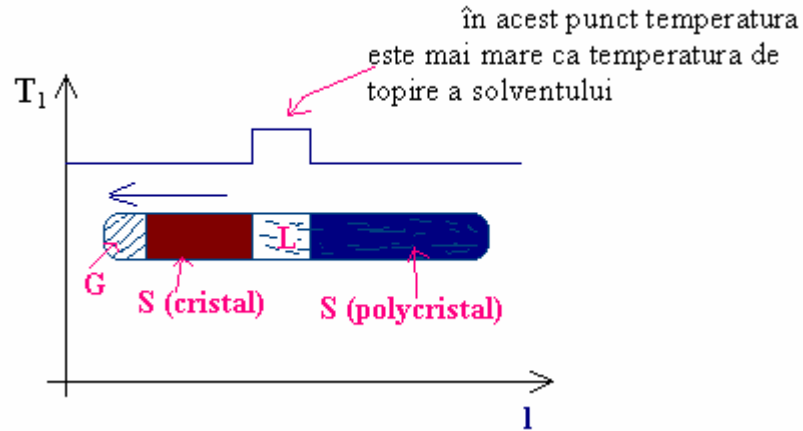


Solventul B a condus la micșorarea temperaturii. Substanța A trece în lichid la temperatură mult mai mică decât temperatura de topire a substanței.

La temperatura T_2 este dizolvată o concentrație iar la T_1 temperatura este mai mare și ca urmare concentrația dizolvată este mai mare $\Rightarrow C_{1L} > C_{2L}$.

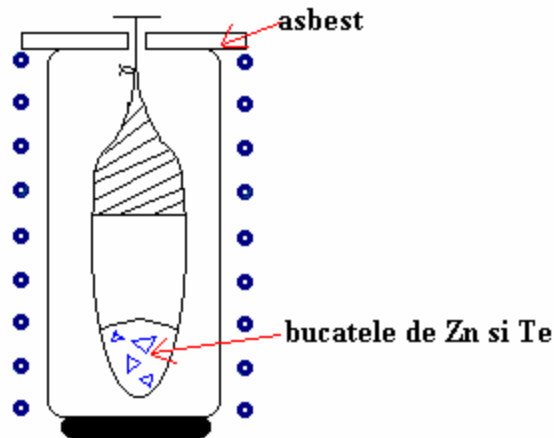
Neajunsuri : dacă coeficientul de segregare depinde de temperatură, atunci temperatura unui metal (ex.:Al) se modifică de la 1000°C la 600°C pe parcursul creșterii cristalului.

Pt. a avea un cristal dopat uniform pe toată lungimea sa, se realizează următoarea schemă:



Regiunea topită este la una și aceeași temperatură și ca urmare coeficientul de segregare este constant \Rightarrow dopare uniformă.

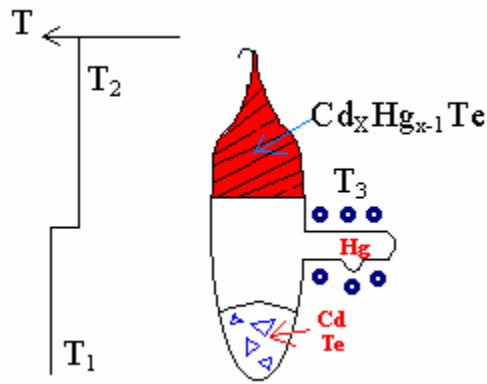
Creșterea cristalelor din faza gazoasă



Zn și Te prin încălzire se evaporă direct, nu trec prin starea lichidă.

La 1100°C Zn și Te erau în stare de vapori, se crează un gradient de temperatură iar atomii de Zn și Te formează centre de cristalizare în vârful fiolei.

Cristale din $Cd_xHg_{x-1}Te$ se utilizează în domeniul militar. Metoda de creștere a acestei substanțe:



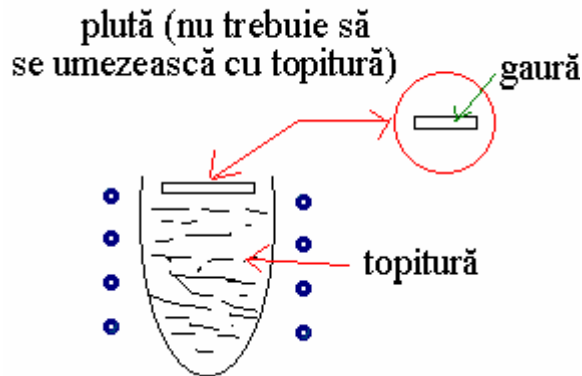
- cuptorul se încălzește până când avem o presiune a vaporilor saturați;
 $T_3 > T_1$ și T_2 .

Creșterea monocristalelor cu profil



Cristal pe care trebuie să-l tăiem în plăci \Rightarrow prin tăierea plăcilor jumătate din cristal se pierde

S-a propus creșterea cristalelor sub formă de plăci pt. a nu se mai pierde din cristal.



Soluția iese prin gaura plutei.
 Această metod permite creșterea cristalelor în orice profil.

Doparea cristalelor în faza solidă

Inițial cristalele nu sunt dopate, sunt pure, după care sunt supuse unui proces de dopare.

Etapele care stau la bază sunt: - posibilitatea transformării nucleare a unui element chimic în altul. Doparea poate avea loc cu folosirea neutronilor, protonilor și a gamei cuantice. Rezultatul decurgerii acestei reacții nucleare poate avea loc și cu o distrugere a rețelei cristaline. Se face un tratament termic în această privință, pt. lecuirea cristalelor, pt. această dopare la 800°C timp de o oră.

Concentrația impurităților care dopeză cristalul poate fi:

$$C_{imp} = F \cdot \sigma \cdot T \cdot C \cdot \alpha$$

unde: F – densitatea fluxului de neutroni termici, σ –

secțiunea efectivă a transformării nucleare (ct.), T – timp de iradiere cu neutroni, C – concentrația inițială a izotopului care se transformă în alt elemnt (ct.), α – concentrația atomilor în substanța de bază (ct.).

Această dopare se bazează pe faptul că Si conține: ^{28}Si : (92.28%), ^{29}Si : (4.67%), ^{30}Si : (3.05%), adunate toate = 100% substanță de Si.

Si conține trei tipuri de izotopi de masă diferită. Când această substanță e bombardată cu neutroni ar putea fi următoarea reacție nucleară:

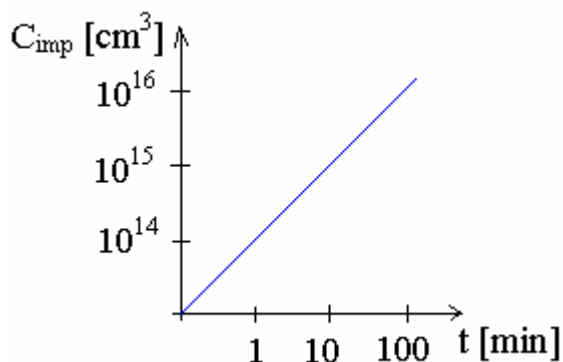
^{28}Si se poate transforma în ^{29}Si ;

^{29}Si se poate transforma în ^{30}Si ;

^{30}Si se poate transforma în ^{31}Si .

^{31}Si este însă masa atomică a P (fosfor), o parte din atomii de Si s-au transferat în atomi de P \Rightarrow dopați de tip n (P este din gr. V). Pt. dopați de tip p nu se poate deoarece nu se poate trece în grupa III.

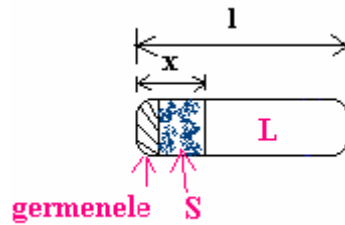
Timpul de iradiere cu neutroni termici:



Acest tip de dopare dopeză cristalul în toată suprafața sa foarte bine, cu o eroare de 3%. Perioada de descompunere a acestui izotop este de 26 ore. După aceasta poate fi tăiat pt. că nu mai este radioactiv.

Distribuirea impurităților la cristalizarea normală

La început tot cristalul este topit, după care scoatem fiola la rece, și partea scoasă de fiolă (în interior) se transformă în cristal.



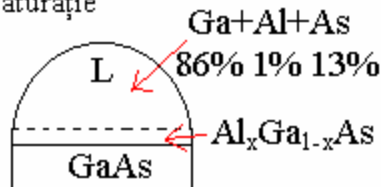
Cum se distribuie concentrația în faza cristalizată: - s-a presupus:

- 1) $D_S = 0$;
- 2) $D_L = \infty$;
- 3) $\rho_L \cong \rho_S$;
- 4) $K = \frac{C_{Ss}}{C_L} \cong ct.$ - coeficientul de segregatie.

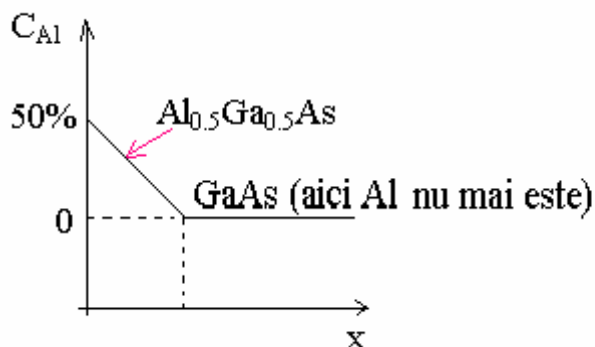
Pt. aceste patru condiții de aproximație s-a dovedit cum este distribuită concentrația în faza S.

Se ia mai întâi că $K < 1 \Rightarrow$ toată substanța inițială (lichidă) avea o distribuție a impurităților ct. \Rightarrow în faza S intră mai puțină concentrație de impurități decât era în L. Deci toată substanța inițial era L în afară de G, și aceasta se caracterizează printr-o concentrație uniformă a impurităților în L. În faza S există mai puțină impuritate ca în L, în urma cristalizării.

Sistemul este în stare de saturație



Se începe cristalizarea. La început Al este în concentrație de 1%, dar după ce începe cristalizarea el crește la o concentrație de 50%, deoarece Al este mult mai activ decât Ga și formează molecule împreună cu As și se depune pe suprafața plăcii. Mai departe se crește pelicula fără Al.



Dacă $K < 1$ în faza S au intrat impurități cu concentrația $C_S < C_L \Rightarrow$ la frontul de cristalizare avem un surplus de concentrație care prin difuzie în L se distribuie uniform pe măsură ce crește cristalul.

Schimbarea concentrației în faza L este egală cu schimbarea concentrației care are loc în faza S \Rightarrow schimbarea concentrației impurităților este:

$$C_L dV_L \cong C_S dV_S \Rightarrow dC_L V_L = -(C_L - C_S) dV_L \text{ deoarece } C_L > C_S,$$

$$dC_L = -\frac{C_L - C_S}{V_L} dV_L, \text{ însă } K = \frac{C_S}{C_L};$$

$$\Rightarrow dC_L = -\frac{C_L - C_L \cdot K}{V_L} dV_L = \frac{(K-1)C_L}{V_L} dV_L$$

$$\int_{V_0}^{V_L} \frac{dV_L}{V_L} = \int_{C_0}^{C_L} \frac{1}{K-1} \frac{dC_L}{C_L} \Leftrightarrow \ln \frac{V_L}{V_0} = \left(\frac{1}{K-1} \right) \ln \frac{C_S}{K \cdot C_0} \Leftrightarrow \frac{V_L}{V_0} = \left(\frac{C_S}{K \cdot C_0} \right)^{\frac{1}{K-1}}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{V_L}{V_0} \right)^{K-1} = \frac{C_S}{K \cdot C_0}$$

Distribuția lui C_S pe lungimea cristalului este:

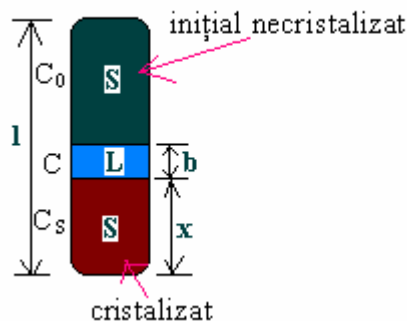
$$C_S = K \cdot C_0 \left(\frac{V_L}{V_0} \right)^{K-1} \text{ însă } V_L = V_0 - V_S, \text{ } V_L - \text{volumul după ce a avut loc}$$

procesul de cristalizare, V_0 - volumul inițial;

$$\Rightarrow C_S = K \cdot C_0 \left(1 - \frac{V_S}{V_0} \right)^{K-1} \Leftrightarrow C_S = K \cdot C_0 \left(1 - \frac{x}{l} \right)^{K-1} - \text{concentrația}$$

impurităților depinde de K , dacă $K=1 \Rightarrow C_S=C_0$

Cristalizarea cu ajutorul topirii zonale – distribuirea impurităților la topirea zonală



Prin: C_0 - concentrația impurității în faza solidă inițială;
 C_S - concentrația impurității în faza solidă recristalizată;
 C - concentrația impurității în faza lichidă;
 b - pe parcursul timpului rămâne ct..

$bdC = C_0 dx - C_S dx$ - cât s-a topit din C_0 este egal cu cât s-a cristalizat în C_S .

$$K = \frac{C_S}{C} \Rightarrow bdC = (C_0 - K \cdot C) dx$$

$$C_0 - K \cdot C = y \Rightarrow dy = -K \cdot dC \Leftrightarrow -b \frac{dy}{K} = y \cdot dx \Leftrightarrow \int_{y_0}^y \frac{dy}{y} = \int_0^x -\frac{K}{b} dx$$

$$\Leftrightarrow \ln \frac{y}{y_0} = -\frac{K}{b} x \Leftrightarrow \ln \frac{C_0 - K \cdot C}{C_0 - K_0 \cdot C_0} = -\frac{K}{b} x \Leftrightarrow e^{-\frac{K}{b} x} = \frac{C_0 - K \cdot C}{C_0(1 - K_0)} = \frac{C_0 - C_S}{C_0(1 - K_0)}$$

$$C_0 - C_S = C_0(1 - K_0) e^{-\frac{K}{b} x} \Rightarrow C_S = C_0 \left[1 - (1 - K_0) e^{-\frac{K}{b} x} \right]$$

C_S – distribuția concentrației impurităților în faza solidă la cristalizare cu topire zonală.