

UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI  
Facultatea Calculatoare, Informatică și Microelectronică  
Departamentul Informatică și Ingineria Sistemelor

# GRAFICA PE CALCULATOR

## ТЕМА 11. ТРЕХМЕРНОЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

I.u., dr. NASTAS Andrei

- 11.1. Моделирование на основе примитивов
- 11.2. Моделирование на основе булевых операций
- 11.3. Представления, основанные на конструктивной геометрии твердого тела
- 11.4. Разложение на ячейки
- 11.5. Экструзионные методы
- 11.6. Пространственная обрезка
- 11.7. Многослойное и многообъектное моделирование
- 11.8. Неровные поверхности и полости
- 11.9. Видимость и жесткость
- 11.10. Глобальные пересечения и полости (углубления)

## 11.8. Неровные поверхности и полости

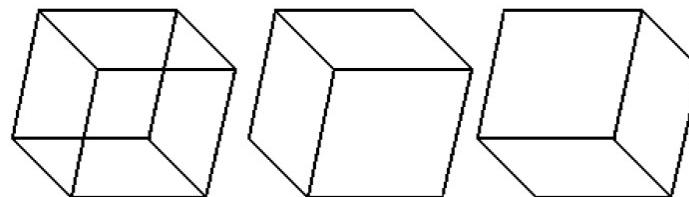
Важнейший вопрос представления объемных поверхностей связан с видимостью. С этой точки зрения определяются два уровня видимости: *полный и частичный*.

Когда контуры поверхности полностью видны, то поверхность может быть представлена выпуклым изображением, которое представляет собой карту видимости поверхности.

Разработаны алгоритмы, обеспечивающие предопределенные пакеты объектов, для которых видимость и жесткость могут быть определены независимо. Для построения *карты видимости* и для подбора оптимальных пар отдельные поверхности моделируемого объекта сведены к минимуму.

В случае полостей поверхности двух пересекающихся сегментов (пластин) и водонепроницаемы, когда объект целый, являются отдельными поверхностями. Пары противоположных направлений, вдоль двух разделительных плит, представляют собой направления разделения.

Углубления или выступы полости, для которой делается изображение, препятствуют их обзору, отдельные направления называются подрезами. В зависимости от типов прореживания известны геометрические представления, сходные с различными промышленными устройствами/инструментами, которые их используют, например: канавки (зазор, резка) реализация выступов с помощью прессования литейного сердечника и прессования полости. Внутреннее истончение использует моделирование контактов или вставок.



## 11.8. Неровные поверхности и полости

Важен выбор направлений и разделительных поверхностей, так как они диктуют количество, форму и порядок полостей и влияют на все последующие этапы работы алгоритма.

Поскольку использование расширения полости стоит дорого, операции по его получению сложны, а процессы осуществляются на низкой скорости, общие рекомендации, представленные в литературе, касаются разделения выбранных направлений таким образом, чтобы количество полостей было минимальным.

Однако приращение этих алгоритмов должно быть сделано осторожно. В немногих практических примерах, описанных в литературе, разделение полостей ограничено (ограничено) плоскостями, которые позволяют разделять направления по одной-трем основным осям или выбирать случайно сгенерированный набор направлений. Недостатком этих приближений является отсутствие знаний о возможности разделения всех направлений и кроме того, если так или иначе есть, знания о своем приоритете.

## 11.8. Неровные поверхности и полости

Эвристическая генерация для разделения направлений заключается в выборе нормальных поверхностей на плоской поверхности относительно осей цилиндрической поверхности объекта. Целесообразность разделения направлений проверяется при поиске образцовых участков объекта, путем блокирования потенциальных направлений.

Геометрия объекта зависит от выбранной пары отдельных направлений и количества необходимых полостей. Проблема установления пары отдельных направлений является, по сути, условием определения жесткости полости.

Поверхность должна быть жесткой вдоль направления, если вся поверхность не содержит каких-либо истончений. Этому условию удовлетворяют поверхности, освещенные параллельными лучами, если поверхность видна со всех сторон.

В следующем разделе определяются отношения между жесткостью и видимостью. Разрабатывая карту видимости в гауссовом пространстве, задача трансформируется в частный случай решения максимального охвата сферического многоугольника.

## 11.9. Видимость и жесткость

При наличии  $\Omega$  объекта и точки  $p$  на контуре объекта  $\Omega$  объект виден во внешней точке  $q$ , если часть отрезка линии  $pq$  не находится внутри.

Расширяя понятие точечной видимости, поверхность  $S$  на  $\Omega$  полностью видна во внешней точке  $q$ , если какая-либо точка поверхности  $S$  видна из  $q$ ; поверхность  $S$  частично видна из  $q$ , если хотя бы одна точка на  $S$  видна в  $q$ , поверхность  $S$  не видна в  $q$ , если точка поверхности  $S$  не видна в  $q$ .

Видимость поверхности в любом направлении может быть определена непосредственно ограниченным процессом. Если точка  $q$  удаляется от  $S$  (около бесконечности), отрезки линии, соединяющие точки на поверхности  $S$  и точки  $q$ , почти параллельны. В проективной геометрии направление  $d$  — это точка в бесконечности, а точки поверхности  $S$ , к которым лучи достигают в направлении  $d$ , являются прямыми отрезками, которые бесконечно объединяют точку  $d$  и точки поверхности. Таким образом, поверхность имеет два уровня видимости, которые уважают направления зрения.

**Определение 1 (полная видимость):**  $S$ -поверхность полигонального объекта  $\Omega$  полностью видна в направлении обзора  $d$ , если для любой точки  $p$  поверхности  $S$  радиус, начинающийся от бесконечности до  $p$  в направлении  $d$ , не пересекает внутреннюю часть объекта  $\Omega$ .

**Определение 2 (частичная видимость):**  $S$ -поверхность полигонального объекта  $\Omega$  частично видна в направлении обзора  $d$ , если на поверхности  $S$  имеется по меньшей мере одна точка  $p$  таким образом, что радиус от бесконечности до  $p$  в направлении  $d$  не пересекает внутреннюю часть объекта  $\Omega$ .

## 11.9. Видимость и жесткость

Если поверхность полностью видна в направлении зрения, то она также частично видна в том же направлении.

$R$  обозначается как совокупность всех лучей, образующих траектории точек на  $S$ . Затем  $S$  перемещается в сторону полости с условием, что радиус  $R$  не пересекает ее. Это условие жесткости поверхности  $S$  вдоль направления разделения  $d$ , совпадает с условием полной видимости поверхности  $S$  в направлении обзора  $d$ . Таким образом, для каждой поверхности получается соответствующий набор направлений обзора, для которых поверхность полностью видна, задача может быть решена путем выбора пары противоположных направлений, что максимизирует количество поверхностей, полностью видимых для выбранной пары направлений обзора.

Полная видимость поверхности может быть повреждена из-за локальной интерференции частей одной и той же поверхности или общей интерференции различных поверхностей объекта. Набор направлений обзора, для которых видимость поверхности не зависит от какой-либо локальной интерференции, может быть рассчитан и представлен выпуклыми сферическими областями, которые называют карту видимости поверхности.

## 11.9. Видимость и жесткость

Карта поверхности получается как сферическая единица, путем перевода нормы из любой точки поверхности в начало и последующего пересечения ее со сферической единицей, центрированной в начале.

Этот процесс, разработанный Гауссом, называется гауссовской трассировкой, а полученное таким образом сферическое представление поверхности называется гауссовской картой (или  $G$ -картой) поверхности. Карта  $G$  многогранника состоит из конечного числа сферических точек, в то время как карта  $G$  изогнутой поверхности является сферической областью.

Локально точка поверхности видна более чем в одном направлении. Пусть  $n$  нормальный и  $T$  — плоскость, касательная в точке  $p$  к поверхности  $S$ . Точка  $p$  видна со всех направлений к полушарию, при этом  $n$  существует на «северном полюсе», а  $T$  существует как «экваториальная» плоскость. Есть много точек поверхности, для которых вся поверхность видна локально. Результатом является выпуклая сферическая область, называемая картой видимости поверхности (или картой  $V$ ).

Любая точка карты  $V$  соответствует направлению, в котором локально видна вся поверхность. Интуитивно понятно, что для многих сложных областей карта  $G$  большая, а карта  $V$  маленькая. Этот «разворот» отношений между двумя картами иллюстрируется в двойных сферических точках. Бывают ситуации, когда  $V$ -карта может быть пустой.  $V$  карта поверхности может быть рассчитана путем пересечения множества  $n$  полушарий, соответствующих простым точкам  $n$  поверхности с локальной видимостью.



## 11.10. Глобальные помехи и полости (углубления)

Поверхности выпуклых объектов не страдают от глобальных помех. Однако не все объекты (и в частности, поверхности) являются выпуклыми. Понятие полости используется для определения глобальной интерференции.

Обозначьте  $CH(\Omega)$  выпуклую оболочку  $\Omega$  объекта.

Если  $S$ -поверхность  $\Omega$  объекта является частью  $CH(\Omega)$ , то  $S$ -поверхность полностью видна.

Он обозначается  $P_1, P_2, \dots, P_m$  набор блоков (полигонов), полученных в результате сверки между  $CH(\Omega)$  и  $\Omega$ .

Каждый многоугольник  $P$  называется контуром полости  $\Omega$  и состоит из двух типов поверхностей: тех, которые являются частью  $CH(\Omega)$ , но не  $\Omega$  и наоборот. Первой поверхностью, которая должна быть получена, является поверхностная калотта, калотта, покрывающая углубление (полость), которая позже образует тип поверхности, называемый глубокой поверхностью.

Он обозначается:

- калотта ( $P_i$ ): поверхностная крышка  $P_i$ ,
- Полость ( $P_i$ ): полость поверхностей  $p_i$ .

## 11.10. Глобальные помехи и полости (углубления)

Он считается объектом, имеющим выпуклую оболочку и для которого известен контур полости и углубления. Видимость точек внутри углубления можно считать независимой от других полостей.

Если видимость точки  $p$  внутри углубления  $P_i$  в направлении зрения  $d$  не мешает какой-либо поверхности, входящей в полость ( $P$ ), то точка  $p$  видна в направлении обзора  $d$ .

Пусть  $q$  первой точки пересечения радиуса, излучаемого точкой  $p$  в направлении  $the-d$  с поверхностями внутри углубления  $P_1, P_2, \dots, P_m$ . Точка  $q$  находится на  $P_i$ . Если точка  $q$  находится на поверхности  $P_j, j \neq i$ , то отрезок линии  $L$  может быть построен, составляющий связь между  $P_i$  и  $P_j$ . Эти противоречия делают  $P_i$  и  $P_j$  несвязанными.

Если  $q$  принадлежит поверхности  $S$  в полости, то видимость  $p$  блокируется углублением поверхности  $S$ . В противном случае, если  $q$  относится к зоне «купол ( $P_i$ )», то по конструкции  $q$  виден в направлении обзора  $d$ . Таким образом,  $p$  виден в направлении зрения  $d$ .

Когда  $\Omega$  является многоугольным объектом с  $n$  сторонами, выпуклое ребро  $CH(\Omega)$  может быть вычислено и различия между  $CH(\Omega)$  и  $\Omega$  могут быть урегулированы. Можно полностью определить набор полостей.

## 11.10. Глобальные помехи и полости (углубления)

Набор направлений для каждой полости, которая полностью видна и, таким образом, застыла, обеспечивается  $V$  картой поверхности, которая может быть рассчитана путем разложения карты видимости.

Ищите противоположные пары похожих направлений, которые минимизируют количество ядер. Ранее набор полостей  $P = P_1, P_2, \dots, P_m$  извлекается для  $\Omega$  объекта, где  $P_i =$  полость ( $P_i$ ).

Он обозначается  $VM = \{VM(P_1), VM(P_2), \dots, VM(p_m)\}$ . Он обозначает соответствие карты видимости, которая якобы не пуста.

Для противоположной пары направлений  $d$  и  $-d$   $P$  можно разбить на три подмножества:  $P_+$ ,  $P_-$  и  $P_0$ , которые состоят из тех полностью видимых поверхностей на  $d$ , тех, которые полностью видны от  $-d$  и тех, которые не полностью видны с любого направления  $d$  или  $-d$ :

$$\begin{aligned} d &\in \cap VM(P_i), \\ -d &\in \cap VM(P_i). \end{aligned} \tag{11.7}$$

Вместе  $d$  и  $-d$  разделяют направления на подмножества  $P_+$  и  $P_-$ , которые могут быть включены в полость, а подмножество  $P_0$  указывает на количество требуемых полостей. Это подсказывает, как определить количество полостей с учетом количества подмножеств  $P_0$ .

## 11.10. Глобальные помехи и полости (углубления)

Карта  $V$  содержит выпуклые сферические многоугольники, а пара противоположных направлений может быть представлена в виде диаметрально противоположных точек.

Две сферические точки  $p$  и  $q$  диаметрально противоположны, если  $q = -p$ . Точка  $q$  называется противоположностью  $p$  и наоборот.

Задача может быть переформулирована как задача оболочки сферического многоугольника. Любая точка  $p$  на пересечении сферических многоугольников ( $V_1 \cap V_2 \cap V_3$ ) указывает направление, соответствующее полностью видимым поверхностям ( $S_1, S_2$  и  $S_3$ ), причем задача становится проблемой пары диаметрально противоположных точек, составляющих между собой максимальное число точек  $V$ -карты.

Области, соответствующие карте  $V$ , не содержат пар точек, которые наносят ущерб основным требованиям.

## 11.10. Глобальные помехи и полости (углубления)

Для набора выпуклых сферических многоугольников  $V_1, V_2, \dots, V_m$ , необходимо найти пару диаметрально противоположных точек  $p$  и  $-p$ , которая максимизирует число  $V_i$ , содержащее каждое  $p$  или  $-p$ .

Пусть  $V$  — множество выпуклых сферических многоугольников.

Копия множества выпуклых  $V$  сферических многоугольников представляет собой противоположность вставленному  $V$  множеству ( $V$  — сферический многоугольник, имеющий  $k$  сторон, обозначаемый  $p_1, p_2, \dots, p_k$ , в указанном порядке). Тогда противоположностью  $V$  является другой сферический многоугольник ( $-V$ ) со сторонами  $q_1, q_2, \dots, q_k$  в этом порядке, где  $q_i$  диаметрально противопоставляется  $p_i$ .

Если  $p$ -точка является пересечением выпуклых сферических многоугольников  $V_i$  и  $-V_j$ , то точка  $p$ , принадлежащая  $V_i$ , диаметрально противоположна  $-q$ , принадлежащей  $V_j$ .

Эти наблюдения приводят к альтернативной постановке проблемы полостей.

Для множества выпуклых сферических многоугольников  $V_1, V_2, \dots, V_m, -V_1, -V_2, \dots, -V_m$ , необходимо найти точку  $p$ , которая максимизирует количество многоугольников, содержащих  $p$ .

## 11.10. Глобальные помехи и полости (углубления)

Задачу можно решить, вычислив максимальную точку, сферическое разбиение определяется непосредственно заданным многоугольником. Каждой точке  $p$  сферы может быть присвоен проприетарный вектор  $u(p)$ , где:

$$[u(p) = (u_1(p), u_2(p), \dots, u_m(p))] \quad (11.8)$$

или:

$$u(p) = \begin{cases} 1 & p \in V, \\ -1 & p \in -V, \\ 0 & \end{cases} \quad (11.9)$$

Вектор  $u(p)$ , определенный таким образом, представляет собой следы, нарисованные на многоугольнике  $p$ . Две точки  $p$  и  $q$  эквивалентны, если  $u(p) = u(q)$ . В этом случае ячейка раздела двумерного (2D) пространства привязана к подмножеству эквивалентных точек. Вектор, описывающий элемент  $K$ , одинаков для всех точек внутри него  $K$ :

$$u(K) = u(p), \text{ для любого } p \in K. \quad (11.10)$$

## 11.10. Глобальные помехи и полости (углубления)

Две соседние ячейки и их собственные векторы отличаются одним элементом: многоугольником, края которого разделяют две ячейки. Если получен вектор, описывающий одну клетку, вектор другой ячейки можно получить непосредственно путем распространения смежных отношений между ними.

Покрытый ячейкой многоугольник впишет в свой вектор как свойство максимум точек, найденных при пересечении ячеек секционирования, и выбирает точку ячейки  $K$ , которая максимизирует значение  $|u(K)|$ , где:

$$|u(K)| = \sum_{i=1}^m |u_i(K)|. \quad (11.11)$$

Шаги, предпринятые алгоритмом, представлены ниже. Обозначается  $n_i$  количество точек встречи сторон выпуклого многоугольника  $V_i$ .

Выбор направлений разделения с использованием сферического полигонального покрытия на основе алгоритма протестирован для четырехполостного объекта  $S_1, S_2, S_3$  și  $S_4$ , которым соответствуют карты  $V$ :  $V_1, V_2, V_3$  și  $V_4$ , unde  $V_1$  și  $V_2$  являются четвертями гауссовских сфер,  $V_3$  является параллелограммом, и  $V_4$  состоит из точки на южном полюсе.

Сферическое разделение, индуцированное сферическими многоугольниками  $V_1, V_2, V_4, V_5, -V_1, -V_2, V_3, -V_4$  находится в максимальной точке его пересечения  $V_1, V_2$  și  $-V_4$ .

Выбор  $d'$  и его противоположность  $-d'$  для разделения направлений, поверхностей  $S_1, S_2$  și  $S_3$  может быть включен внутри макета, для поверхности  $S_4$  необходимое для представления полости.

## 11.10. Глобальные помехи и полости (углубления)

Для одной точки сферической полигональной оболочки алгоритм сообщает первый максимум, соответствующий точке на оболочке, которая пересекается сферическим перегородком во время пересечения.

Сложность алгоритма может быть улучшена путем определения оптимального разделения направлений для объекта с углублениями и  $n$  точками встречи сторон.

Время, разработанное алгоритмом, выделенное на все полости, велико.

Состояния, присвоенные  $w$  высотам углублений, лежащих в основе геометрической сложности, не являются явными.

Алгоритм может быть модифицирован таким образом, чтобы, вместо минимизации, для всех возможных направлений  $d$ , значение  $|u(d)|$  быть равным сумме индивидуальных значений  $u_i(d)$ :

$$|u(d)| = \sum_{i=1,n} u_i(d)w_i. \quad (11.12)$$

Эти изменения не влияют на сложность. Кстати, полость использует карту  $V$  пустой и не полностью видимый для любого направления.

Однако для разделения углублений используются пустоты, которые можно полностью устранить. Алгоритм заключается в разделении углублений и вызывает понятие частичной видимости.



# ВОПРОСЫ