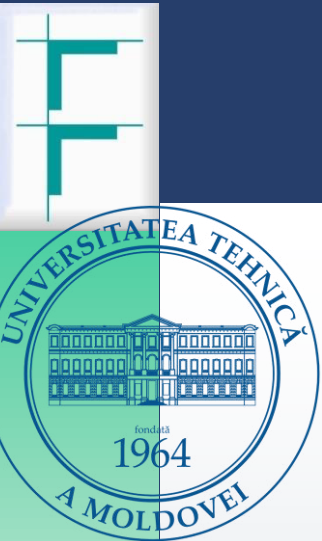




INFORMATICA CUANTICĂ

Acad. AȘM, Profesor univ. Sidorenko Anatolie

**Institutul de Inginerie Electronica
și Nanotehnologii al UTM**

**E-mail: sidorenko.anatoli@gmail.com
anatolie.sidorenko@mib.utm.md**

Tel./viber +37369513294



Тема 2. Кубиты: свойства и математическое описание состояний.

2.1. Биты и кубиты. 2.2. Кубит в гильбертовом векторном пространстве состояний. 2.3. Квантовая когерентность векторов состояния.

1. Биты и кубиты

Словами "бит" и "кубит" обозначают как единицы классической и квантовой информации, так и классические и квантовые системы, являющиеся носителями 1 бита (кубита) информации.

В современных классических компьютерах существуют биты памяти, хранящие информацию, и управляемые биты в "схемах", обрабатывающих информацию. В магнитной памяти ЭВМ битом является намагниченная область магнитной пленки: двум направлениям намагниченности соответствуют значения "0" и "1" бит информации. Переключение "0"→"1" или "1"→"0" требует преодоления энергетического барьера между двумя состояниями намагниченной пленки; именно наличие барьера обеспечивает надежность хранения информации.

В оперативной памяти ЭВМ носителем информации является триггерная транзисторная схема. В описанных ячейках памяти состояния "0" и "1" разделены энергетическим барьером. Более того, состояния с минимальной энергией являются аттракторами, к которым система эволюционирует из множества состояний, окружающих аттрактор. Надежность хранения информации в классических компьютерах обеспечивается наличием энергетического барьера, который разделяет два аттрактора, представляющих состояния "0" и "1".

Тема 2. Кубиты: свойства и математическое описание состояний.

2.1. Биты и кубиты.

1. Биты и кубиты

Примером управляемого бита, используемого в системах обработки информации в ЭВМ является инвертор, построенный на двух транзисторах (рис. 1). В инверторе входное напряжение V_{in} "управляет" напряжением V_{out} на выходе: если V_{in} соответствует значению "0" ("1"), то V_{out} — "1" ("0"). Инвертор выполняет логическую операцию НЕ (NOT). При этом используется нелинейное функциональное соотношение

$$V_{out} = f(V_{in}),$$

определяемое свойствами транзисторов и их связями в схеме.

Базовым элементом квантового компьютера (носителем квантовой информации) является квантовый бит — кубит. В системах квантовой связи информация передается путем физического переноса кубита — носителя информации или методом телепортации квантового состояния кубита.

В качестве кубита может быть избрана любая квантовая система с двумя состояниями, характеризующимися ортонормированными волновыми функциями $|\varphi_0\rangle$ и $|\varphi_1\rangle$. Удобным примером кубита является ядерный (или электронный) спин $I = 1/2$, который в постоянном внешнем магнитном поле B имеет два уровня энергии:

$$E_0 = -\frac{1}{2}\hbar\gamma B, \quad E_1 = \frac{1}{2}\hbar\gamma B$$

соответствующих направлениям спина вдоль поля или против поля (рис. 2).

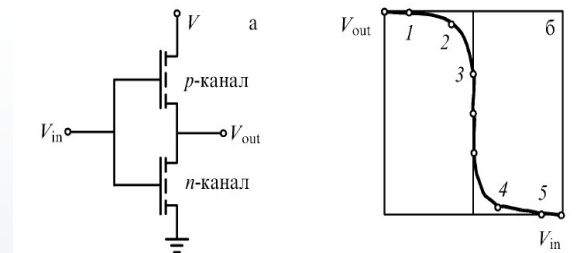


Рис. 1. Схема классического инвертора на двух полевых транзисторах (а) и передаточная характеристика инвертора (б). Состояния "0" и "1" на входе (V_{in}) и выходе (V_{out}) кодируются значениями электрического напряжения.

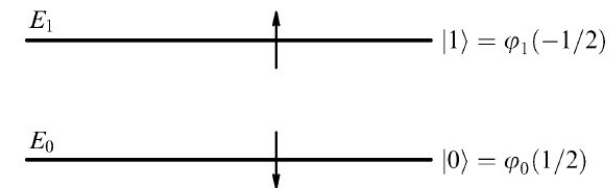


Рис. 2. Схема квантового бита — кубита. Логические состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$ кубита соответствуют собственным функциям энергии спина $= 1/2$ или проекции I_z в постоянном магнитном поле B .

Тема 2. Кубиты: свойства и математическое описание состояний.

2.1. Биты и кубиты.

1. Биты и кубиты. Варианты выбора состояний кубита

Если основное состояние иона вырождено по спину $S = 1/2$, в постоянном магнитном поле B оно расщепляется на два спиновых подуровня $|\pm 1/2\rangle$, которые можно выбрать в качестве состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$ кубита. Управлять переходами $|+ 1/2\rangle \leftrightarrow |- 1/2\rangle$ можно с помощью совокупного действия полей двух лазеров, настроенных для работы по так называемой рамановской схеме. Разность частот лазеров в рамановской схеме равна частоте перехода между подуровнями $|\pm 1/2\rangle$: фотон большей частоты (лазера накачки) поглощается при переходе с уровня $|0\rangle$ на промежуточный виртуальный уровень с энергией вблизи вспомогательного уровня $|2\rangle$, а на меньшей частоте стоксова лазера происходит вынужденное излучение фотона при переходе с виртуального уровня на уровень $|1\rangle$.

В других популярных реализациях состояниями кубита выбирают орбитальные состояния электрона в квантовых ямах или квантовых точках. Состояния "0" и "1" электрона в квантовых точках могут быть разделены потенциальным барьером, как в реализации классического бита. Тем не менее в квантовом случае состояние "1" сохраняет неустойчивость по отношению к распаду "1" $\rightarrow$ "0" благодаря возможности туннельного перехода сквозь барьер. Управление динамикой кубита выполняется лазерными импульсами через возбужденные уровни энергии электрона.

Тема 2. Кубиты: свойства и математическое описание состояний.

2.1. Биты и кубиты.

1. Биты и кубиты. Варианты выбора состояний кубита

Большой интерес вызывают реализации кубитов с использованием сверхпроводниковых структур. В зарядовом сверхпроводниковом кубите состояниям $|0\rangle$ и $|1\rangle$ соответствуют отсутствие и наличие заряда одной куперовской пары на металлической сверхпроводящей квантовой точке. Состояниям $|0\rangle$ и $|1\rangle$ кубита в скивде (сверхпроводниковое кольцо с переходами Джозефсона в магнитном поле) соответствуют сверхпроводниковые токи в противоположных направлениях.

Большое число экспериментов выполнено на кубите – одиночном фотоне. Любые два состояния фотона с ортогональными поляризациями могут быть выбраны как состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$ кубита. Возможен также выбор двух фотонных состояний, различающихся фазой π . Системы из фотонного и атомного кубитов в резонаторе составляют базисную систему для экспериментов в разделе квантовой оптики, называемой резонаторной квантовой электродинамикой (cavity QED).

Тема 2. Кубиты: свойства и математическое описание состояний.

2.2. Кубит в гильбертовом векторном пространстве состояний.

2.2. Кубит в гильбертовом векторном пространстве состояний

Выше приведены примеры выбора двух ортонормированных состояний различных квантовых систем в качестве базисных состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$ кубита. По этому базису можно разложить любое нормированное к единице состояние $|\varphi\rangle$ кубита:

$$|\varphi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle, \quad |a|^2 + |b|^2 = 1. \quad (1)$$

Состояние (1) выражает принцип суперпозиции квантовой механики как линейной теории: если состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$ суть решения уравнения Шрёдингера для системы, то любая суперпозиция этих решений также есть решение уравнения.

Множество векторов состояний $|\varphi\rangle$ образует двумерное векторное пространство Гильберта кубита. Компоненты двумерных векторов $|0\rangle$, $|1\rangle$, $|\psi\rangle$ записываются в виде столбцов:

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad |\psi\rangle = a \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (2)$$

Тема 2. Кубиты: свойства и математическое описание состояний.

2.2. Кубит в гильбертовом векторном пространстве состояний.

2.2. Кубит в гильбертовом векторном пространстве состояний

Состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$ служат ортами в двумерном гильбертовом пространстве кубита. Проекции $|\psi\rangle$ на орты равны амплитудам a и b в суперпозиции:

$$\langle 0/\psi\rangle = a, \quad \langle 1/\psi\rangle = b$$

В общем случае амплитуды a и b — некоторые комплексные числа:

$$a = |a|\exp(i\varphi_a), \quad b = |b|\exp(i\varphi_b).$$

Тогда

$$|\psi\rangle = \exp(i\varphi_a)[|a| + |b|\exp(i(\varphi_b - \varphi_a))].$$

Общий фазовый множитель $\exp(i\varphi_a)$ не влияет на результаты измерений состояния кубита, и фаза φ_a может иметь произвольное значение. Отсюда следует, что вектор $|\psi\rangle$ определяется двумя вещественными параметрами, например $|a|$ и $(\varphi_b - \varphi_a)$. Значения $|a|^2$ и $|b|^2 = 1 - |a|^2$ определяются путем многократного измерения в базисе $|0\rangle, |1\rangle$ кубитов из ансамбля, приготовленного в состоянии $|\psi\rangle$, как вероятности результатов измерений:

$$p(|0\rangle) = |a|^2, \quad p(|1\rangle) = |b|^2.$$

Тема 2. Кубиты: свойства и математическое описание состояний.

2.2. Кубит в гильбертовом векторном пространстве состояний.

2.2. Кубит в гильбертовом векторном пространстве состояний

Разность фаз $(\varphi_b - \varphi_a)$ амплитуд может быть определена из экспериментов интерференционного типа .

Преобразования вектора

$$|\psi\rangle = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

в вектор

$$|\psi'\rangle = \begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix}$$

являются однокубитовыми квантовыми операциями в квантовых вычислениях. Геометрически такое преобразование есть вращение вектора

$$|\psi\rangle = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

до совпадения с вектором

$$|\psi'\rangle = \begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix}$$

Оператор вращения U представляет собой унитарную матрицу второго порядка 2×2 :

$$\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix} = U(2 \times 2) \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}.$$

Тема 2. Кубиты: свойства и математическое описание состояний.
2.2. Кубит в гильбертовом векторном пространстве состояний.

2.2. Кубит в гильбертовом векторном пространстве состояний

Из общего вида матрицы

$$U = \begin{pmatrix} c \exp(-i\alpha) & -t \exp(-i\beta) \\ t \exp(-i\beta) & c \exp(i\alpha) \end{pmatrix}$$

где c, t, α, β — вещественные числа, следует ее унитарность, если $c^2 + t^2 = 1$.

Вращение вектора в пространстве Гильберта непрерывно: при своем вращении на конечный угол вектор $|\psi\rangle$ проходит через непрерывную последовательность промежуточных ориентаций. Матрица поворота на конечный угол представляет собой упорядоченное произведение матриц поворотов на бесконечно малые углы.

Непрерывность переходов является принципиальным отличием квантовой механики, положенным в основу ее аксиоматической формулировки .

Тема 2. Кубиты: свойства и математическое описание состояний.

2.2. Кубит в гильбертовом векторном пространстве состояний.

2.2. Кубит в гильбертовом векторном пространстве состояний

Кубит "живет" одновременно в абстрактном двумерном векторном пространстве Гильберта и в трехмерном пространстве Евклида. (Аналогичное утверждение справедливо и в отношении квантового компьютера как совокупности кубитов.) Вычислительные операции совершаются в гильбертовом пространстве как преобразования вектора состояния:

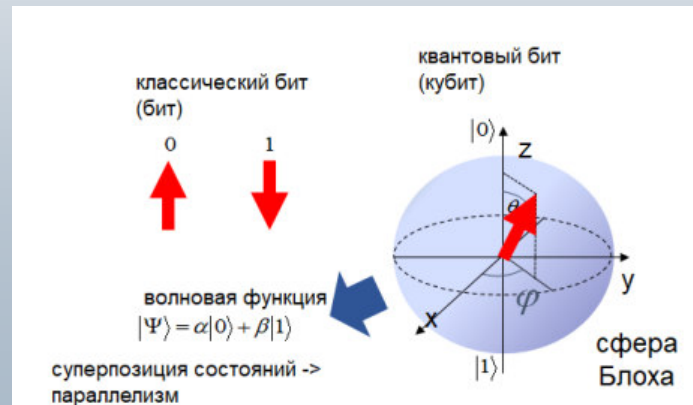
$$|\psi'\rangle = U(2 \times 2)|\psi\rangle$$

Одновременно, физические процессы в квантовой системе, избранной в качестве кубита, описываются в трехмерном евклидовом пространстве. Мы должны уметь выполнять физические операции в лабораторной системе координат $Oxyz$, приводящие к необходимому преобразованию и вектора состояния кубита в гильбертовом пространстве.

Вектор состояния или волновая функция $|\psi\rangle$, описывающая чистое состояние кубита, может быть представлена как суперпозиция двух его базовых состояний $|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ и $|1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$,

$$|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle, \quad |a|^2 + |b|^2 = 1.$$

Сфера Блóха — способ представления чистых состояний кубита в виде точек на сфере.



Тема 2. Кубиты: свойства и математическое описание состояний.

2.2. Кубит в гильбертовом векторном пространстве состояний.

2.2. Кубит в гильбертовом векторном пространстве состояний

Эту задачу решает следующая теорема .

Матрица произвольного унитарного преобразования кубита U в гильбертовом пространстве может быть представлена как произведение трех матриц, описывающих вращения вектора состояния:

$$U = \exp(i\alpha) \mathbf{R}_{\mathbf{n}}(\beta) \mathbf{R}_{\mathbf{m}}(\gamma) \mathbf{R}_{\mathbf{n}}(\delta),$$

где $\mathbf{n}$, $\mathbf{m}$ — два непараллельных единичных вектора в системе координат $Oxyz$, а $\mathbf{R}_{\mathbf{n}}(\theta)$ — матрица (оператор) вращения вокруг оси $\mathbf{n}$ на угол θ .

В условиях реального эксперимента оси n , m удобно совместить с осями системы координат $Oxyz$. Тогда возможны zy - и xy -разложения:

$$U = \exp(i\alpha) \mathbf{R}_z(\beta) \mathbf{R}_y(\gamma) \mathbf{R}_z(\delta) \quad (zy\text{-разложение}),$$

$$U = \exp(i\alpha) \mathbf{R}_x(\beta) \mathbf{R}_y(\gamma) \mathbf{R}_x(\delta) \quad (xy\text{-разложение}).$$

Матрицы вращений вокруг осей x , y , z имеют вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_x(\varphi) &= \begin{pmatrix} c & -is \\ -is & c \end{pmatrix}, \\ \mathbf{R}_y(\varphi) &= \begin{pmatrix} c & -s \\ s & c \end{pmatrix}, \\ \mathbf{R}_z(\varphi) &= \begin{pmatrix} c + is & 0 \\ 0 & c - is \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $c = \cos(\varphi/2)$, $s = \sin(\varphi/2)$.

Тема 2. Кубиты: свойства и математическое описание состояний.

2.2. Кубит в гильбертовом векторном пространстве состояний.

2.2. Кубит в гильбертовом векторном пространстве состояний

Подставляя в z -разложение матрицы вращений $\mathbf{R}_z$, $\mathbf{R}_y$ и перемножая матрицы, получаем

$$U = \exp(i\alpha) \times \begin{pmatrix} \cos \frac{\gamma}{2} \exp\left(-i \frac{\beta+\delta}{2}\right) & -\sin \frac{\gamma}{2} \exp\left(-i \frac{\beta-\delta}{2}\right) \\ \sin \frac{\gamma}{2} \exp\left(i \frac{\beta-\delta}{2}\right) & \cos \frac{\gamma}{2} \exp\left(i \frac{\beta+\delta}{2}\right) \end{pmatrix} \quad (5)$$

Если задать преобразование U в гильбертовом пространстве матрицей

$$U = \exp(i\alpha) \begin{pmatrix} a \exp(-iu) & -b \exp(-iv) \\ b \exp(-iv) & a \exp(iu) \end{pmatrix} \quad (6)$$

и потребовать тождества матриц (5) и (6), то

$$a = \cos \frac{\gamma}{2}, \quad b = \sin \frac{\gamma}{2}, \quad \delta = \frac{u+v}{2}, \quad \beta = \frac{u-v}{2}. \quad (7)$$

Тема 2. Кубиты: свойства и математическое описание состояний.

2.2. Кубит в гильбертовом векторном пространстве состояний.

2.2. Кубит в гильбертовом векторном пространстве состояний

Таким образом, произвольное преобразование вектора состояния кубита с параметрами согласно (6) может быть выполнено как последовательные вращения этого вектора вокруг осей z, y, z лабораторной системы координат на углы δ, γ, β , согласно (7).

Вращения $R_x(\theta), R_y(\theta), R_z(\theta)$ вектора состояния $|\varphi\rangle$ кубита рассматриваются как элементарные однокубитовые вычислительные операции. Их необходимо связать с параметрами физических полей, управляющих динамикой квантовой системы, избранной в качестве кубита. Например, в случае кубита — спина $I = 1/2$ вращение его вектора состояния в магнитном поле

$$\mathbf{B} = B_0 \mathbf{z} + B_1 \mathbf{x} \cos(\omega t)$$

$(\gamma B_0 \equiv \omega_0, \gamma B_1 = \Omega)$ описывается уравнением:

$$|\varphi(t)\rangle = \exp \left[i \left(\frac{\omega - \omega_0}{2} Z + \Omega X \right) t \right] |\varphi(0)\rangle. \quad (8)$$

Здесь $\mathbf{Z}, \mathbf{X}$ — матрицы Паули, $\mathbf{z}, \mathbf{x}$ — орты вдоль осей z, x системы координат $Oxyz$.

Тема 2. Кубиты: свойства и математическое описание состояний.

2.2. Кубит в гильбертовом векторном пространстве состояний.

2.2. Кубит в гильбертовом векторном пространстве состояний

Уравнение (8) соответствует вращению $|\varphi\rangle$ вокруг оси $\mathbf{n} = \frac{\mathbf{z} + \lambda \mathbf{x}}{(1 + \lambda^2)^{1/2}}$

на угол:

$$\theta = \Omega t \left(1 + \frac{1}{\lambda^2}\right)^{1/2}, \quad \lambda = \frac{2\Omega}{\omega_0 - \omega}.$$

При точном резонансе $(\omega_0 - \omega)$ ось вращения $\mathbf{n}$ вектора $|\varphi\rangle$ совпадает с осью $\mathbf{x}$, а угловая скорость вращения — с так называемой частотой Раби Ω :

$$\mathbf{n} = \mathbf{x}, \quad \theta = \Omega t.$$

В качестве стандартных однокубитовых операций в квантовых вычислениях часто используют преобразования вектора состояния, выраженные матрицами Паули:

$$\mathbf{R}_x(\pi) \equiv X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{R}_y(\pi) \equiv Y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

$$\mathbf{R}_z(\pi) \equiv Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Тема 2. Кубиты: свойства и математическое описание состояний.

2.2. Кубит в гильбертовом векторном пространстве состояний.

Матрица преобразования с изменением фазы вектора состояния (фазовый вентиль) имеет вид

$$U(\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(i\varphi) \end{pmatrix} \quad (10)$$

а матрица преобразования Адамара

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (11)$$

Легко проверить, что

$$H \begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b \\ a \end{vmatrix} = \text{NOT} \begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix}, \quad Z \begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a \\ -b \end{vmatrix},$$

$$U(\varphi) \begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a \\ b \exp(i\varphi) \end{vmatrix},$$

$$H |0\rangle = H \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle),$$

$$H |1\rangle = H \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle - |1\rangle).$$

С точностью до общего фазового множителя $X = \text{NOT} = R_x(\pi)$: операция отрицания НЕ (NOT) выполняется вращением (поворотом) вектора состояния кубита вокруг оси x на угол π .

Тема 2. Кубиты: свойства и математическое описание состояний.

2.2. Кубит в гильбертовом векторном пространстве состояний.

2.2. Кубит в гильбертовом векторном пространстве состояний

Приведем также определение скалярного произведения векторов $|\varphi_i\rangle = a_i|0\rangle + b_i|1\rangle$ и $|\varphi_j\rangle = a_j|0\rangle + b_j|1\rangle$:

$$\langle\varphi_j|\varphi_i\rangle = a_j^* a_i + b_j^* b_i.$$

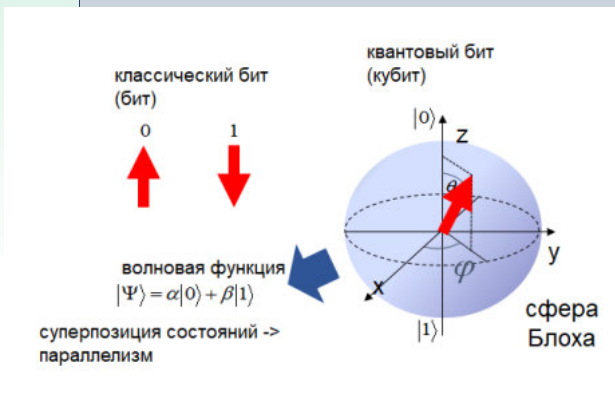
Геометрически оно определяет "угол" θ между векторами: $\cos \theta = \langle\varphi_j|\varphi_i\rangle$.

Состояние кубита $= a|0\rangle + b|1\rangle$ может быть отображено в точку на поверхности трехмерной единичной сферы Блоха в евклидовом пространстве. Сферические координаты θ , φ точки на поверхности сферы связаны с амплитудами a , b равенствами

$$\cos \frac{\theta}{2} = a, \quad \exp(i\varphi) \sin \frac{\theta}{2} = b$$

Таким образом, исходное состояние квантовой системы, состоящей из одного кубита, может быть эквивалентным образом описано с помощью всего лишь двух вещественных параметров — углов φ и θ :

$$|\psi\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + \exp(i\varphi) \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle$$



Сфера Блоха является единичной сферой, каждая пара диаметрально противоположных точек которой соответствует взаимно ортогональным векторам состояния. Северный и южный полюсы сферы Блоха соответствуют базисным векторам $|0\rangle$ и $|1\rangle$, которые в свою очередь могут отвечать, например, двум спиновым состояниям электрона («спин вверх» и «спин вниз»). Точки на поверхности сферы соответствуют чистым состояниям квантовой системы, в то время как точки внутри сферы представляют смешанные состояния.

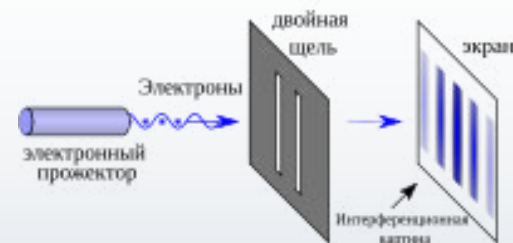
Тема 2. Кубиты: свойства и математическое описание состояний.

2.3. Квантовая когерентность векторов состояния.

1. Квантовая когерентность векторов состояния

Состояния квантовой системы, описываемые векторами состояния $|\psi\rangle$, называются чистыми. Им противопоставляются так называемые смешанные состояния, которые нельзя описать векторами состояния. Чистые и смешанные состояния квантовых систем принципиально различаются по признаку когерентности: чистые состояния когерентны, смешанные — некогерентны.

Понятие когерентности в квантовой физике определяется аналогично понятию когерентности в оптике: волновые функции (векторы состояния) квантово-когерентных систем способны к интерференции. Знаменитый эксперимент Дэвиссона — Джермера, проведённый в 1927 году по наблюдению дифракции электронов на двух щелях по сути является экспериментом по выявлению квантовой когерентности орбитальной волновой функции $|\psi(r)\rangle$ свободного электрона. Мы продемонстрируем когерентность волновой функции одиночного фотона на интерферометре Маха-Зендера. Схема интерферометра приведена на рис. 4.



Фотоны или элементарные частицы (например, электроны) создают волновую интерференционную картину, когда используются две щели

Тема 2. Кубиты: свойства и математическое описание состояний.

2.3. Квантовая когерентность векторов состояния.

1. Квантовая когерентность векторов состояния

Волновую функцию фотона, падающего на делитель BS_1 горизонтально (вертикально), примем за базисное состояние $|0\rangle$ ($|1\rangle$). Делитель пучка 50/50 отражает или пропускает фотоны с равными амплитудами $1/\sqrt{2}$. В интерферометре отраженный и прошедший фотоны приобретают возможность двигаться по разным путям, т.е. фотон приобретает новую степень свободы.

Введем новые базисные состояния фотона $|0\rangle$ и $|1\rangle$, соответствующие движению по двум возможным путям. С учетом разности фаз $\pi/2$ между отраженным и прошедшим волнами делитель пучка BS_1 совершает преобразования состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$ на входе делителя:

$$|0\rangle \xrightarrow{BS_1} \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle), \quad |1\rangle \xrightarrow{BS_1} \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle - |1\rangle), \quad (12)$$

эквивалентные преобразованию Адамара:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

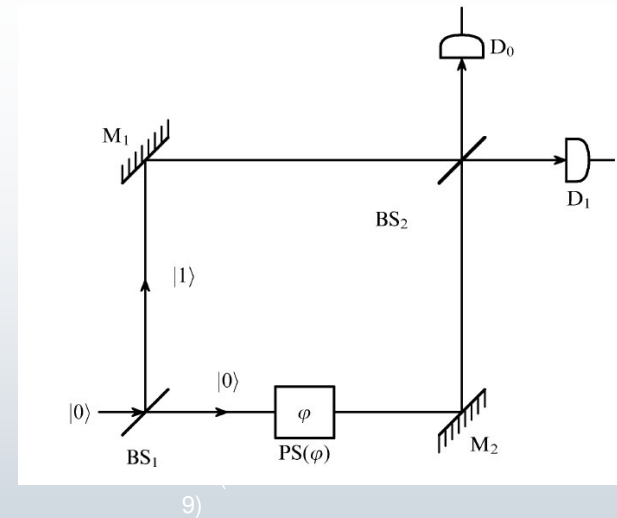


Рис. 4. Схема интерференции фотона в интерферометре Маха-Зендера: BS_1 , BS_2 — делители пучка 50/50; M_1 , M_2 — зеркала; $PS(\varphi)$ — фазосдвигатель; D_1 , D_2 — детекторы одиночных фотонов. **Интерференция выявляет квантовую когерентность состояния фотона.**

Тема 2. Кубиты: свойства и математическое описание состояний.

2.3. Квантовая когерентность векторов состояния.

1. Квантовая когерентность векторов состояния

Интерференция амплитуд состояний является типичным процессом в квантовых вычислениях. Продемонстрируем это на примере простого вычисления на двух кубитах в начальном состоянии $|00\rangle$ (первый и второй нули отвечают состояниям первого и второго кубитов). Вычисления заключаются в последовательности операций $H_1 H_2 H_1 \text{NOT}_1$:

$$\begin{aligned}
 |00\rangle &\xrightarrow{\text{NOT}_1} |10\rangle \xrightarrow{H_1} \frac{1}{\sqrt{2}} (|0_1\rangle - |1_1\rangle) |0_2\rangle \xrightarrow{H_2} \\
 &\quad \xrightarrow{H_2} \frac{1}{2} (|0_1\rangle - |1_1\rangle)(|0_2\rangle - |1_2\rangle) \xrightarrow{H_1} \\
 &\quad \xrightarrow{H_1} \frac{1}{2\sqrt{2}} [|00\rangle(1-1) + |10\rangle(1+1) + |01\rangle(-1+1) + |11\rangle(1+1)] .
 \end{aligned}$$

Суммы амплитуд при состояниях $|00\rangle$ и $|01\rangle$ равны нулю, поскольку интерференция амплитуд деструктивная, тогда как для амплитуд при $|10\rangle$ и $|11\rangle$ наблюдается конструктивная интерференция.

Тема 2. Кубиты: свойства и математическое описание состояний.

2.3. Квантовая когерентность векторов состояния.

1. Квантовая когерентность векторов состояния

Интерференция амплитуд состояний является типичным процессом в квантовых вычислениях. Продемонстрируем это на примере простого вычисления на двух кубитах в начальном состоянии $|00\rangle$ (первый и второй нули отвечают состояниям первого и второго кубитов). Вычисления заключаются в последовательности операций $H_1 H_2 H_1 \text{NOT}_1$:

$$\begin{aligned}
 |00\rangle &\xrightarrow{\text{NOT}_1} |10\rangle \xrightarrow{H_1} \frac{1}{\sqrt{2}} (|0_1\rangle - |1_1\rangle) |0_2\rangle \xrightarrow{H_2} \\
 &\quad \xrightarrow{H_2} \frac{1}{2} (|0_1\rangle - |1_1\rangle)(|0_2\rangle - |1_2\rangle) \xrightarrow{H_1} \\
 &\quad \xrightarrow{H_1} \frac{1}{2\sqrt{2}} [|00\rangle(1-1) + |10\rangle(1+1) + |01\rangle(-1+1) + |11\rangle(1+1)] .
 \end{aligned}$$

Суммы амплитуд при состояниях $|00\rangle$ и $|01\rangle$ равны нулю, поскольку интерференция амплитуд деструктивная, тогда как для амплитуд при $|10\rangle$ и $|11\rangle$ наблюдается конструктивная интерференция.