Integrale triple

1) Să se scrie în formă analitică şi să se deseneze domeniile de integrare pentru următoarele integrale:

a) $\int\limits_0^2 dx \int\limits_0^{1-x/2} dy \int\limits_0^{2y^2+1} x\,dz$;

b) $\int\limits_{-1}^1 dy \int\limits_{2y}^2 dx \int\limits_0^{(x-2)^2} dz$.

2) Să se calculeze integralele triple iterate:

a) $\int\limits_0^2 dx \int\limits_0^{1-x/2} dy \int\limits_0^{2y^2+1} x\,dz$;

b) $\int\limits_{-1}^1 dy \int\limits_{2y}^2 dx \int\limits_0^{(x-2)^2} dz$.

3) Să se calculeze integrala triplă a funcţiei $f(x,y,z)$ pe domeniul T, dacă:

a) $T:\quad x=0,\ y=0,\ z=0,\ x+y+z=1;\ f(x,y,z)=xy$;

b) $T:\quad x=0,\ y=0,\ z=0,\ z=4-x^2-y^2,\ x\geq 0,\ y\geq 0;\ f(x,y,z)=xyz$;

c) $T=\{(x,y,z): 1\leq x^2+y^2+z^2\leq 4,\ x\geq 0,\quad y\geq 0,\ z\geq 0\};\qquad f(x,y,z)=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$;

d) $T=\{(x,y,z):\ 1\leq \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{16}\leq 4,\quad x\geq 0,\ y\geq 0,\ z\geq 0\};\ f(x,y,z)=xyz$.

4) Să se calculeze volumul corpului T, mărginit de suprafeţele:

a) $x=0,\ y=0,\ z=0,\ z=y^2+1,\ x+y=1$;

b) $y=2x^2,\ z=1-\dfrac{y^2}{4},\ z=0$.

5) Să se calculeze masa corpului T mărginit de suprafeţele date, având densitatea dată $\mu(x,y,z)$:

a) T: $x^2+y^2+z^2=1$; $\mu(x,y,z)=\sqrt[3]{x^2+y^2+z^2}$;

b) T: $x=0,\ y=0,\ z=0,\ x+y+z=1$; $\mu(x,y,z)=x+y+z$.

6) Corpurile T_1 şi T_2 au densităţile $\mu_1(x,y,z)=x+y+z$ şi, respectiv, $\mu_2(x,y,z)\equiv 1$ şi sunt mărginite de suprafeţele: T_1: $x=0,\ y=0,\ z=0,\ x+y+z=1$; T_2: $z=x^2+y^2,\ z=1$. Pentru fiecare corp să se determine:

a) masa;

b) momentele statice faţă de planele de coordonate;

c) coordonatele centrului maselor; d) momentele de inerţie faţă de planele de coordonate, faţă de axele de coordonate şi faţă de originea de coordonate.