**Производная функции комплексной переменной.**

Пусть в области $G $определена фкп $w=f\left(z\right).$ Дадим $z$ приращение$ ∆z,$

Тогда $w=f\left(z\right)$ получит приращение $∆w=f\left(z+∆z\right)-f\left(z\right).$ Если существует предел $\lim\_{∆z\to 0}\frac{∆w}{∆z},$ то он называется производной функции

$w=f\left(z\right)$ в точке $z$ и обозначается через $f^{'}\left(z\right).$

 Пусть $ w=f\left(z\right)=u\left(x,y\right)+i v\left(x,y\right)$ . Для того чтобы функция

$w=f\left(z\right)=u\left(x,y\right)+i v\left(x,y\right)$ имела производную в точке $z$ , необходимо и достаточно, чтобы ее действительная и мнимая части удовлетворяли условиям Коши-Римана-Эйлера –Даламбера (CRED): $\left\{\begin{array}{c}u\_{x}^{'}=v\_{y}^{'},\\u\_{y}^{'}=-v\_{x}^{'}\end{array}\right. .$

 **Аналитические функции и их связь с гармоническими функциями.**

 Для того чтобы функция $f\left(z\right)=u\left(x,y\right)+i v\left(x,y\right)$ была аналитической на области $G$ плоскости $z $, необходимо и достаточно, чтобы частные производные первого порядка функций $u$ и $v$ были непрерывны на $G$ и

выполнялись условия CRED.

 Действительная и мнимая части всякой аналитической функции есть гармонические функции, то есть удовлетворяют уравнению Лапласа:

$$u\_{xx}^{''}+u\_{yy}^{''}=v\_{xx}^{''}+v\_{yy}^{''}=0.$$