**ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ**

 Для любого комплексного числа$ z\in C$ определим функции $e^{z} , cosz, sinz, chz, shz$ как суммы тех степенных рядов, в которые разлагались эти функции, когда переменная $z$ была действительной. Так как

соответствующие степенные ряды были сходящимися на всей числовой прямой, то ( в силу теоремы Абеля) они будут сходиться на всей плоскости

комплексного переменного. Таким образом:

$e^{z}=1+z+\frac{z^{2}}{2!}+\frac{z^{3}}{3!}+\frac{z^{4}}{4!}+…$ ; $sinz=z-\frac{z^{3}}{3!}+\frac{z^{5}}{5!}-\frac{z^{7}}{7!}+\frac{z^{9}}{9!}…$ ;

$cosz=1-\frac{z^{2}}{2!}+\frac{z^{4}}{4!}-\frac{z^{6}}{6!}+…$ ; $shz=\frac{e^{z}-e^{-z}}{2}=z+\frac{z^{3}}{3!}+\frac{z^{5}}{5!}+\frac{z^{7}}{7!}+\frac{z^{9}}{9!}…$ ;

$chz=\frac{e^{z}+e^{-z}}{2}=1+\frac{z^{2}}{2!}+\frac{z^{4}}{4!}+\frac{z^{6}}{6!}+\frac{z^{8}}{9!}…$.

 **Формулы Эйлера.**

 $e^{iz}=cosz+i sinz,$ $e^{-iz}=cosz-i sinz.$

Отсюда получим: $cosz=\frac{e^{iz}+e^{-iz}}{2}$ ; $sinz=\frac{e^{iz}-e^{-iz}}{2i}$ .

 **Связь между тригонометрическими и гиперболическими функциями:**

 $\sin(iz=i shz, )$ $\cos(iz=chz. )$

 **Периодичность**.

 Показательная функция $e^{z}$ имеет период $2πi$ . Следовательно, функции

$shz,$$chz$также имеют период $2πi.$

Функция $e^{iz}$ имеет период $2π$. Следовательно, функции

$sinz,$$cosz$также имеют период $2π.$

 **Многозначные функции комплексной переменной.**

$$Ln z=ln\left|z\right|+i \left(argz+2πk\right), k\in N.$$

 Пусть $A, B\in C, A\ne 0, тогда $ $A^{B}=e^{B LnA}.$