3.3.2. Sinteza sistemelor locale pentru urmărirea traiectoriei

Acțiunile care se impun în robotica modernă necesită nu numai poziționarea exactă, dar și realizarea unor traiectorii particulare impuse. Aceasta înseamnă că semnalul de intrare al sistemelor locale de reglare nu reprezintă o poziție constantă dorită (funcție treaptă) a articulației respective, ci o traiectorie particulară prescrisă $q_i^d(t)$, adică un semnal variabil în timp. Astfel, sistemul de reglare, în acest caz, este un sistem de urmărire, care asigură ca mărimea de ieșire (coordonata articulației) $q_i(t)$ să urmărească traiectoria prescrisă. Cu alte cuvinte, sarcina sistemului automat de urmărire este minimizarea erorii dintre traiectoria curentă a articulației robotului și traiectoria impusă, în fiecare moment.

Dacă la intrarea unui sistem de poziționare, analizat în capitolul precedent, se aplică un semnal variabil în timp $q_i^d(t)$ (o traiectorie), atunci ieșirea lui nu va urma cu precizie această traiectorie. Va apărea o eroare între traiectoria curentă și cea prescrisă.

Considerăm sistemul local de poziționare din figura 3.5 cu regulator PD, a cărui funcție de transfer este dată de (3.9). Să presupunem că traiectoria prescrisă este o funcție rampă $\theta_m^d(t) = at$, care impune articulației o viteză constantă. Transformata Laplace a acestei funcții va fi

$$\theta_m^d(s) = a/s^2. \tag{3.23}$$

Introducînd expresia pentru funcția rampă (3.23) în funcția de transfer a erorii (3.13), obținem următoarea funcție de transfer a erorii de poziție dintre traiectoria curentă și traiectoria prescrisă

$$E(s) = \frac{(J_{eff}s^2 + B_{eff}s)a/s^2}{J_{eff}s^2 + (B_{eff} + KK_D)s + KK_P}. \tag{3.24}$$

Din (3.24) eroarea staționară de poziție a traiectoriei prescrise va fi

$$e_{st}(\infty) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \frac{B_{eff}}{KK_P}a. \tag{3.25}$$

Astfel, în funcție de viteza „a” de parcurgere a traiectoriei și de parametrii de acord ai regulatorului, pot apărea erori semnificative în urmărirea traiectoriei impuse.

Mai mult, dacă dorim ca robotul să realizeze o traiectorie care presupune o variație mai complicată a poziției articulației în raport cu timpul, eroarea de urmărire a sistemului poate fi și mai mare. De exemplu, dacă se impune o traiectorie nominală cu accelerație constantă $\theta_m^d(t) = at^2$, a cărei transformată Laplace este

$$\theta_m^d(s) = a/s^3, \tag{3.26}$$

atunci, în conformitate cu (3.24), eroarea staționară, în acest caz (se presupune că întârzierea datorată termenilor care conțin viteza va fi compensată), va fi

$$e_{st}(\infty) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \frac{J_{eff}}{KK_P}a. \tag{3.27}$$

În funcție de accelerația „a” impusă articulației și de parametrii de acord ai regulatorului, eroarea staționară poate fi importantă.

Este evident că aceste erori de urmărire a traiectoriilor prescrise se datorează întârzierilor din sistemul de reglare (regulator), datorită cărora ieșirea nu mai poate urmări variațiile impuse ale semnalului de intrare.

Aceste întârzieri pot fi compensate prin introducerea unui circuit de precompensare cu funcția de transfer $F(s)$, așa cum se arată în schema bloc structurală a sistemului din figura 3.10. Circuitul de precompensare se proiectează astfel, încât, semnalul de intrare pentru sistemul de reglare nu este traiectoria dorită, ci un semnal modificat, care ia în considerare întârzierea sistemului, care să compenseze variațiile vitezei și accelerației în lungul traiectoriei impuse (nominale).

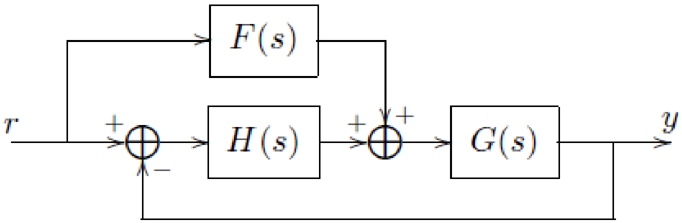

Figura 3.10: Schema bloc structurală a sistemului cu circuit de precompensare.

În figura 3.10, $G(s)$ reprezintă funcția de transfer a obiectului reglat, iar $H(s)$ – funcția de transfer a regulatorului. Să presupunem că $r(t)$ este o traiectorie de referință arbitrară.

Conform schemei structurale a sistemului (figura 3.10), funcția de transfer în buclă închisă este

$$H_{î}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{F(s)G(s) + H(s)G(s)}{1 + H(s)G(s)}. \tag{3.28}$$

Pentru ca mărimea de ieșire $y(t)$ să reproducă (urmărească) cu precizie mărimea de intrare $r(t)$, funcția de transfer a sistemul în buclă închisă (3.28) trebuie să fie egală cu unu: $H_{î}(s) = 1$.

Din analiza expresiei (3.28), se observă, că acest lucru este posibil, doar dacă funcția de transfer a circuitului de precompensare se alege din următoarea condiție

$$F(s) = \frac{1}{G(s)}. \tag{3.29}$$

Trebuie de menționat faptul, că $F(s)$ poate fi ales în acest mod, dacă zerourile funcției de transfer $G(s)$ sunt amplasate în semiplanul stâng, adică obiectul este cu fază minimă.

Astfel, circuitul de precompensare reprezintă un element derivativ de ordin arbitrar. Însă, practic, pot fi realizate elemente derivative de ordinul nu mai mare decât doi, fiindcă derivarea repetată a semnalului nu poate fi tehnic executată cu precizie și conduce la intensificarea considerabilă a nivelului de bruiaj în sistem.

Din aceste considerente, în sistemele combinate de urmărire, invarianța erorii de urmărire $e(t)$ față de mărimea prescrisă $r(t)$, se realizează parțial, cu precizia derivatei de ordinul zero, unu sau doi. Acest lucru, presupune posibilitatea introducerii astatismului de ordinul unu, doi sau trei în structura regulatorului $H(s)$ din canalul direct.

Inerția inevitabilă a elementelor derivative, deși nesemnificativă, inexactitatea determinării și realizării coeficienților funcțiilor de transfer duc la faptul că și invarianța parțială este asigurată cu o exactitate mică. Însă, indiferent de aceasta, circuitul de precompensare sporește substanțial precizia de urmărire a sistemului, datorită cărui fapt el beneficiază de o utilizare largă. Cu cât mai lent variază mărimea prescrisă $r(t)$, cu atât mai mare va fi efectul invarianței parțiale a erorii $e(t)$ față de $r(t)$. Eroarea staționară, în acest caz, se datorează numai efectului semnalului perturbator, și poate fi compensată doar prin introducerea componentei integrative (astatism) în structura regulatorului.

Să aplicăm această idee pentru sistemul din figura 3.5. În acest caz, avem funcțiile de transfer ale MCC și regulatorului de tip PD

$$G(s) = \frac{K}{J_{eff}s^2 + B_{eff}s}; \qquad H(s) = K_P + K_D s$$

Sistemul rezultat este prezentat în figura 3.11

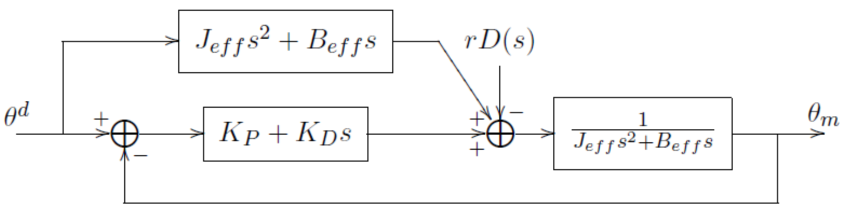

Figura 3.11: Schema bloc structurală a sistemului
cu circuit de precompensare pentru un obiect de ordinul doi.

Presupunem că $\theta_m^d(t)$ este o traiectorie arbitrară pe care dorim ca sistemul să o urmărească.

Menționăm faptul, că $G(s)$ nu are zerouri și, prin urmare, este cu fază minimă. De asemenea, $G^{-1}(s)$ nu este o funcție rațională adecvată. Cu toate acestea, deoarece derivatele traiectoriei de referință $\theta_m^d(t)$ sunt cunoscute și precalculate, implementarea schemei de mai sus nu necesită diferențierea unui semnal curent.

Totodată, dacă $D(s)$ este o perturbație constantă, de tip treaptă unitară, atunci este ușor de observat că eroarea staționară este dată de aceeași expresie (3.17), independent de traiectoria de referință $\theta_m^d(s)$. În acest caz, ca și anterior, un regulator PID ar aduce la o eroare staționară nulă pentru o perturbație constantă.