

2. Modelul dinamic al manipulatorului

2.1. Structura modelului dinamic

Pentru proiectarea algoritmilor de conducere, este necesar să existe un model matematic care să descrie comportamentul dinamic al sistemului. Modelul dinamic reprezintă o descriere matematică adecvată a unui proces fizic/sistem tehnic, descriere care face apel la mărimile de stare, calitate, comandă, perturbatoare, de ieșire și exprimă legăturile cauzale dintre acestea.

În general, modelul dinamic este o aproximare a realității, care permite stabilirea unei relații cauzale în condițiile în care starea sistemului este cunoscută de un anumit timp. În acest mod, dinamica poate face predicții asupra viitorului doar dacă, pe lângă noile cauze care acționează asupra sistemului, sunt cunoscute și stările anterioare ale acestuia. Este nevoie deci, de cunoașterea unei istorii a ceea ce s-a întâmplat deja. Din punct de vedere matematic, ceea ce s-a întâmplat deja se coroborează cu cauzele din acest moment prin ecuații diferențiale.

Astfel, dinamica mecanică presupune o ecuație diferențială de ordinul doi între interacțiune (forță) și măsura inerției (masă)

$$\ddot{x} = F/m, \quad (2.1)$$

unde: x este deplasarea obiectului, $\ddot{x}$ este accelerația obiectului;

F este forța care acționează asupra obiectului (interacțiunea);

m este masa obiectului (măsura inerției acestuia: capacitatea lui de a se împotrivi la modificarea stării sale de mișcare).

În relația (2.1) apare implicită sintagma „stare de mișcare”, ceea ce este în concordanță cu faptul că rezolvarea ei presupune cunoașterea a două mărimi inițiale: viteza și poziția inițială $\dot{x}(0); x(0)$.

O imagine încă mai intuitivă asupra implicării stărilor trecute în

ecuația de dinamică poate fi obținută dacă ecuația (2.1) este transformată într-o ecuație cu diferențe finite. Se obține, astfel, o relație de recurență în baza discretizării Euler

$$x(k+2) = 2x(k+1) - x(k) + \frac{F(k+2)}{m},$$

unde $x(k)$ reprezintă starea numărul k .

Robotul este un sistem complex al cărui model dinamic este constituit din conectarea a trei modele dinamice. El exprimă o relație de cauzalitate dintre tensiunile cu care sunt alimentate motoarele care acționează cuplele robotului și coordonatele generalizate ale structurii

$$f(q, \dot{q}, \ddot{q}) = V. \quad (2.2)$$

Relația (2.2) poate fi interpretată în trei moduri, adică permite definirea celor trei probleme de dinamică

- **Problema de dinamică directă**, în care (2.2) este o ecuație diferențială, V – vectorul tensiunilor de alimentare ($n \times 1$) este cunoscut și se calculează cinematica coordonatelor generalizate $q, \dot{q}, \ddot{q}$;
- **Problema de dinamică inversă**, în care (2.2) este o ecuație algebrică, cinematica coordonatelor generalizate $q, \dot{q}, \ddot{q}$ este cunoscută și V se calculează;
- **Problema de dinamică mixtă**, în care o parte din componentele mărimilor menționate sunt cunoscute, iar o altă parte trebuie calculată. În această situație (2.2) devine o combinație de ecuații diferențiale și de ecuații algebrice.

Oricare ar fi problema de dinamică, modelul (2.2) se compune din următoarele modele dinamice

- **Modelul structurii mecanice** – al elementelor interconectate prin cuple – care este un model neliniar și cuplat, în sensul în care există interdependențe între mecanica cuplei i și momentul cu care este acționată cupla

j . Acest model reprezintă o relație cauzală între cinematica coordonatelor generalizate și momentul T cu care este acționată fiecare cuplă

$$f_s(q, \dot{q}, \ddot{q}) = T. \quad (2.3)$$

- **Modelul transmisiei mecanice**, în general un model liniar și decuplat (transmisia care acționează asupra cuplei i nu influențează cupla j). De cele mai multe ori se preferă un model cinematic de tipul

$$T(\dot{q}) = T_a(\dot{q}_a), \quad (2.4)$$

unde T_a este vectorul momentelor (de la arborii motoarelor de acționare) actuatorilor, iar $\dot{q}_a$ este vectorul vitezelor generalizate ale arborilor actuatorilor.

- **Modelul actuatorilor**, la rândul lui un model decuplat de tipul

$$T_a(q_a, \dot{q}_a, \ddot{q}_a) = V. \quad (2.5)$$

Schematic conexiunea celor trei modele, precum și caracterul lor cuplat sau decuplat, este prezentată în figura 2.1.

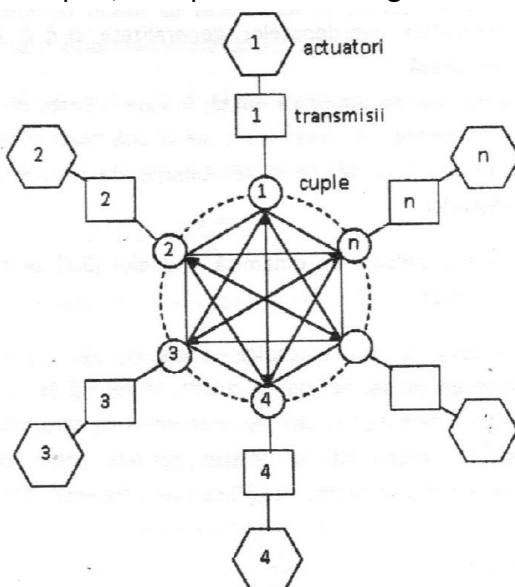


Figura 2.1: Structura modelului dinamic.

Coroborând cele trei modele (2.3-2.5) se poate obține modelul holist.