

UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI

**FACULTATEA CALCULATOARE, INFORMATICĂ ȘI
MICROELECTRONICĂ
CATEDRA AUTOMATICĂ ȘI TEHNOLOGII
INFORMAȚIONALE**

MODELARE ȘI IDENTIFICARE

Ghid pentru proiectarea de curs

**Chișinău
Editura „Tehnica-UTM”
2015**

CZU 681.5(075.8)

C 61

Acest ghid este destinat studenților specialității 526.3 - *Automatică și informatică*, Facultatea Calculatoare, Informatică și Microelectronică, Universitatea Tehnică a Moldovei, pentru elaborarea proiectului de curs la disciplina *Modelare și identificare*, cu forma de studii la zi.

Ghidul include analiza unor procese industriale cu prezentarea modelelor matematice analitice și exemple de calcul. Sunt prezentate principiile teoretice de bază ale metodologiei de identificare parametrică cu aplicații în pachetul de programe MATLAB Simulink.

Autori: conf. univ., dr. Irina COJUHARI

conf. univ., dr. B. IZVOREANU

Redactor responsabil: prof. univ., dr. hab. A. GREMALSCHI

Recenzent: dr., conf. univ. V. ABABII

DESCRIEREA CIP A CAMEREI NAȚIONALE A CĂRȚII

Cojuhari, Irina.

Modelare și identificare: Ghid pentru proiectarea de curs/ Irina Cojuhari, B. Izvoreanu; red. resp.. A Gremalschi; Univ.Tenh. a Moldovei, Fac. Calculatoare, Informatică și Microelectronică, Cat. Automatică și Tehnologii Informaționale. – Chișinău: Tehnica-UTM, 2015. – 120 p.

Bibliogr: 105 (7 tit.) – 60 ex.

ISBN 978-9975-45-376-9.

681.5(075.8)

C 61

Redactor: Eugenia BALAN

Bun de tipar 08.05.15
Hârtie ofset. Tipar RISO
Coli de tipar 7,5

Formatul 60x84 1/16
Tirajul 60 ex.
Comanda nr. 43

2004, UTM, Chișinău, bd. Ștefan cel Mare și Sfânt, 168
Editura „Tehnica-UTM”
2068, Chișinău, str. Studenților 9/9

ISBN 978-9975-45-376-9.

© UTM, 2015

INTRODUCERE

Scopul proiectului de curs este de a aplica în practică cunoștințele obținute în cadrul orelor de curs și de laborator la disciplina *Modelare și identificare* și de a căpăta noi cunoștințe și abilități practice în ceea ce privește obținerea modelelor matematice care descriu procesele industriale cu o precizie ridicată.

Modelarea și identificarea proceselor este o disciplină fundamentală din domeniul automatizării. Obiectul de studiu al identificării proceselor îl constituie modelarea matematică a proceselor fizice folosind datele experimentale obținute în cursul exploatării procesului fizic. A modela procese fizice înseamnă a determina un set de relații între variabilele fizice specifice sub forma unor structuri matematice de tipul ecuațiilor diferențiale. Prin determinarea unui model matematic al unui proces fizic se urmărește obținerea unei caracterizări cantitative a funcționării procesului cât mai aproape de realitate. Reprezentarea unui proces fizic printr-un model matematic a devenit o necesitate pentru proiectarea instalațiilor tehnologice, studiul comportamentului unui proces fizic sub acțiunea diverselor excitații sau pentru reglarea și optimizarea regimului de funcționare a procesului [4].

Identificarea proceselor industriale (fizice) reprezintă estimarea parametrilor și structurii modelului matematic, cu asigurarea coincidenței celei mai bune a semnalului de ieșire din model cu cel din cadrul procesului la antrenarea intrărilor cu același semnal de intrare.

Pe parcursul procedurii de identificare, procesul fizic este privit ca o entitate, unde entitatea este văzută ca o *cutie neagră*, structura internă a căreia nu este cunoscută în detalii. Modelele matematice utilizate în cadrul identificării proceselor sunt denumite *modele de identificare* și sunt determinate pe baza măsurărilor efectuate asupra variabilelor de intrare și ieșire ce caracterizează evoluția procesului într-un anumit regim de funcționare. Modelele matematice cu care se operează în procesul identificării sunt bazate

pe conceptele de *ecuație diferențială* (pentru procesele cu evoluție în timp continuu), *funcție de transfer* și *ecuație cu diferențe* (pentru procesele cu evoluție în timp discret). Construcția modelelor de identificare se bazează pe datele experimentale furnizate de cutia neagră (figura 1).

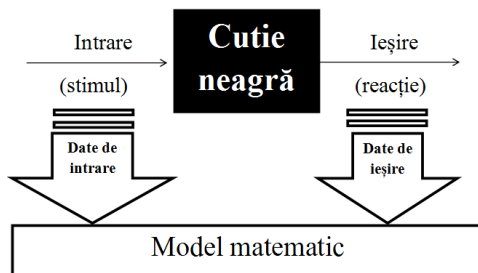


Figura 1. Principiul fundamental al identificării

Problema de identificare se reduce de regulă la stabilirea structurii modelului matematic și estimarea parametrilor lui. Ca bază pentru estimarea parametrilor trebuie știut gradul de cunoaștere apriorică a procesului.

În funcție de informația apriorică cunoscută, procesele se grupează astfel:

1. Procese pentru care sunt cunoscute ecuațiile ce descriu dinamica lor cu cunoașterea aproximativă a valorilor parametrilor lor.
2. Procese pentru care sunt cunoscute ecuațiile ce descriu dinamica lor, dar nu sunt cunoscute valorile parametrilor.
3. Procese pentru care nu sunt cunoscute ecuațiile și parametrii procesului, dar este cunoscută o anumită informație apriorică despre proces.
4. Procese despre care nu se cunoaște nimic și care sunt privite ca „cutie neagră”.

Există două categorii de tehnici de identificare a modelului matematic al procesului fizic supus identificării, și anume:

1. *Identificarea analitică*. În acest caz modelul de identificare se obține pe baza legilor fizico-chimice, care generează dinamica procesului.

Pentru obținerea unui model de identificare pe cale analitică se impune parcurgerea următoarelor etape:

- a) stabilirea conexiunilor procesului cu mediul înconjurător;
- b) stabilirea ecuațiilor de bilanț pentru masele, energiile și impulsurile care apar în cadrul procesului;
- c) stabilirea ecuațiilor de stare fizico-chimice;
- d) stabilirea ecuațiilor fenomenologice, în cazul proceselor ireversibile (procese de propagare a căldurii, procese de difuzie, reacții chimice);
- e) obținerea modelului matematic sub forma ecuațiilor diferențiale sau funcții de transfer.

2. *Identificarea experimentală*, care presupune obținerea modelului de identificare pe baza prelucrărilor variabilelor de intrare și ieșire asociate procesului. Modelele de identificare obținute pe cale experimentală, în comparație cu modelele obținute pe cale analitică, au următoarele proprietăți:

- a) se caracterizează prin validitate limitată, fiind construite pentru un anumit punct de funcționare, un anumit tip de intare și un anumit proces;
- b) modelele obținute au semnificație fizică redusă, deoarece parametrii modelului obținut nu au legătură directă cu reacțiile fizice care decurg în proces;
- c) modelele obținute sunt relativ ușor de construit și de utilizat.

În procesul identificării modelului matematic nu poate fi utilizată doar o singură tehnică de identificare – analitică sau experimentală, ci se utilizează o combinație a acestor două tehnici.

Modelele matematice de identificare pot fi de două tipuri: *neparametrice* și *parametrice*. *Modelele neparametrice* sunt utilizate pentru obținerea descrierilor apriorice (preliminare), mai mult de ordin calitativ, ale procesului ce trebuie să fie identificat. În acest caz, datele achiziționate sunt privite ca date statistice

referitoare la dinamica procesului. Metodele statistice sunt aplicate datelor pentru obținerea modelelor atât în domeniul timpului, cât și în domeniul frecvențial. Aceste modele sunt descrise prin reprezentări grafice sau tabele, dar fără a apela la conceptul de parametru, fiind utile la analiza procesului din diferite perspective. Există patru metode de analiză care pot fi efectuate: analiza regimului tranzitoriu, analiza în domeniul frecvențial, analiza pe bază de autocorelație și analiza spectrală.

Modelele parametrice cele mai utilizate fac parte din clasa ARMAX (Auto-Regressive Moving Average with eXogenous control). Modelul general al clasei ARMAX arată de fapt că semnalul de ieșire se obține ca rezultat al superpoziției dintre un semnal util obținut prin filtrarea semnalului de intrare și un semnal parazită obținut prin filtrarea zgomotului alb. Cazurile particulare cele mai utilizate sunt modelele: ARX, AR, MA și ARMA. Primul model este tipic aplicațiilor de control numeric optimal (sau de reglare automată), în timp ce ultimele 3 sunt utilizate în special pentru modelarea și predicția seriilor de timp [3].

Parametrii necunoscuți ai unui model de identificare se determină pe baza *metodelor de identificare*, care propun fie relații directe de calcul, fie proceduri iterative. Necunoașterea nu numai a valorilor parametrilor modelului, ci și a numărului lor atrage după sine adoptarea unei strategii iterative în care complexitatea structurală a modelului este crescută treptat, până la nivelul la care se obține modelul matematic cu o precizie ridicată. În procesul iterativ de calcul ai parametrilor modelului mai întâi se pleacă de la un model mai simplu cu un număr mic de parametri, se determină parametrii și după aceea este evaluată eroarea față de proces (cu ajutorul unui criteriu predefinit). Dacă eroarea scade în mod semnificativ, se reia procedeul iterativ, adică este crescut numărul de parametri ai modelului, apoi se reevaluează aceștia și eroarea față de proces. Altfel, procedeul iterativ este stopat atunci când se obține cea mai mică eroare față de proces și se reține ultimul model determinat. Acest model în continuare este validat, folosind teste specifice [2].

Determinarea parametrilor necunoscuți ai unui model matematic poate fi realizată folosind metodele extrase din Teoria Optimizărilor și/sau din Teoria Estimației (Statistice). Metodele de identificare utilizate mai mult sunt cele rezultate din combinația optimizării cu estimarea. Fiind implementabile, permit caracterizarea statistică a parametrilor estimați. Prototipul îl constituie *Metoda celor mai mici pătrate* (MCMMP).

Metodele de identificare se clasifică în funcție de următoarele principii:

1. După modalitatea de prezentare a caracteristicilor procesului: în domeniul timpului; în domeniul frecvențial; în domeniul spectral.

2. După metodologia de realizare a experimentului există următoarele metode: active (metode care prevăd aplicarea la intrarea procesului a semnalelor de stimul); pasive (metode care utilizează semnale de intare existente în proces); mixte.

3. După criteriul de identificare.

4. În funcție de comparare a modelului obținut cu procesul: deschise; închise.

În literatura de specialitate metodele de identificare se grupează în următoarele categorii:

1. Metode clasice de identificare neparametrică a proceselor liniare dinamice.

2. Metode directe de identificare parametrică.

3. Metode de identificare bazate pe algoritmi de căutare pe baza modelului adaptiv.

4. Metode de identificare bazate pe algoritmi din teoria estimării.

5. Metode de identificare bazate pe algoritmi recurenți de identificare.

La planificarea etapelor de construire a modelului matematic asociat unui proces industrial trebuie să fie luate în considerație următoarele elemente:

1. Clasa de operatori ai modelului (ecuații diferențiale liniare

sau neliniare).

2. Erorile care pot apărea la măsurarea, discretizarea sau clasa de perturbații posibil existentă.
3. Modelul și metoda de identificare.
4. Conținutul părții experimentale de soluționare a problemei de identificare și realizare a experimentului.

În procesul de identificare un rol important îl joacă criteriul de identificare ce caracterizează gradul de echivalență a semnalului de ieșire din proces $y(t)$ cu semnalul de ieșire din model $y_M(t)$. În practică cel mai răspândit criteriu este cel al erorii pătratice:

$$Je(i) = \sum_{i=1}^N [y(i) - y_M(i)]^2.$$

Principalele etape ale procesului de identificare a modelului matematic sunt date în figura 2. Procesul de identificare începe prin colectarea informației preliminare despre proces care trebuie să cuprindă următoarea informație: tipul de proces, tipul de variație, existența timpului mort, variabilitatea în timp a procesului, clasele de semnale de stimul acceptate de proces, clasele de perturbații la care este expus procesul, scopul cu care se efectuează identificarea. După colectarea informației preliminare se trece la organizarea experimentului de identificare și se efectuează achiziția și prelucrarea primară a datelor, în paralel poate fi precizată clasa de modele de identificare.

În figura 3 este reprezentată schema-bloc a procesului de achiziție a datelor unde au fost utilizate următoarele notații: CNA – convertor numeric-analog; CAN – convertor numeric-analog.

Modelul matematic determină adesea și metoda pentru determinarea parametrilor modelului. Modelele obținute în continuare sunt evaluate folosind criteriile de adecvănță. În final, pentru ca un model de identificare adecvat să fie adoptat, acesta este supus testului de validare. Validarea constă în testarea funcționării modelului comparativ cu cea a procesului, atunci când este inițiată o nouă sesiune de stimulare a ambelor entități cu aceeași intrare.

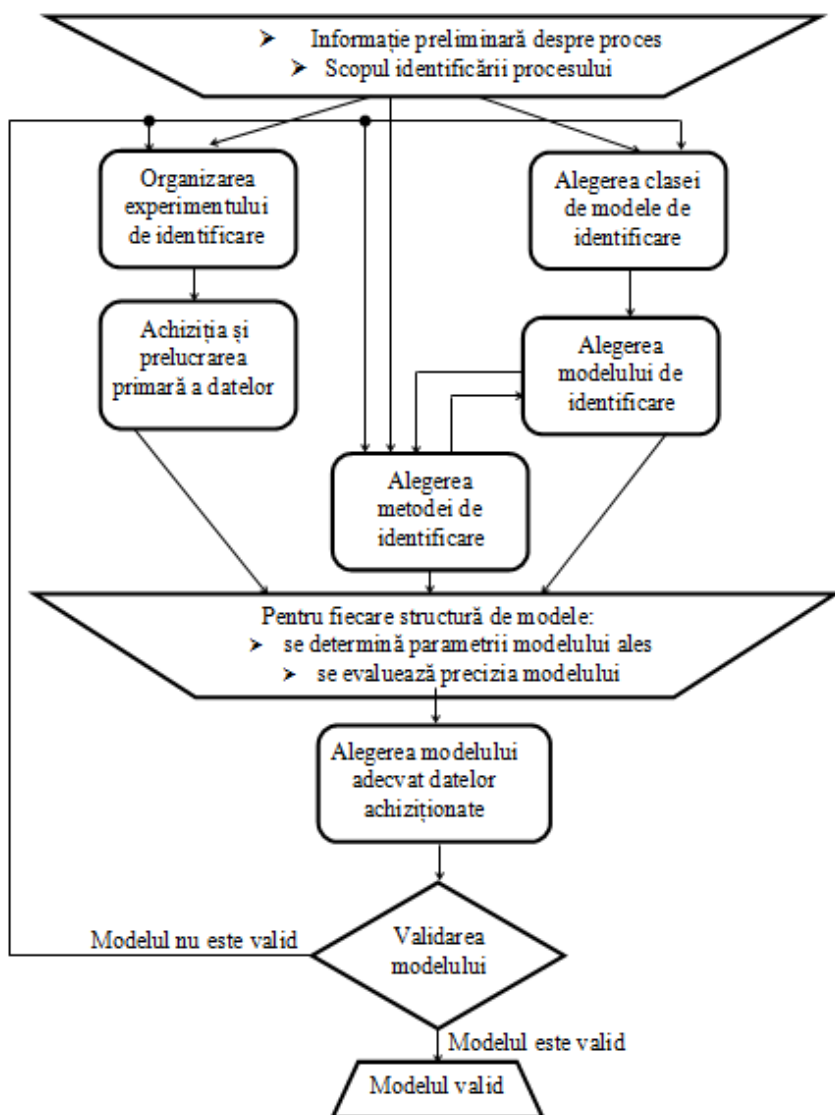


Figura 2. Principalele etape ale procesului de identificare

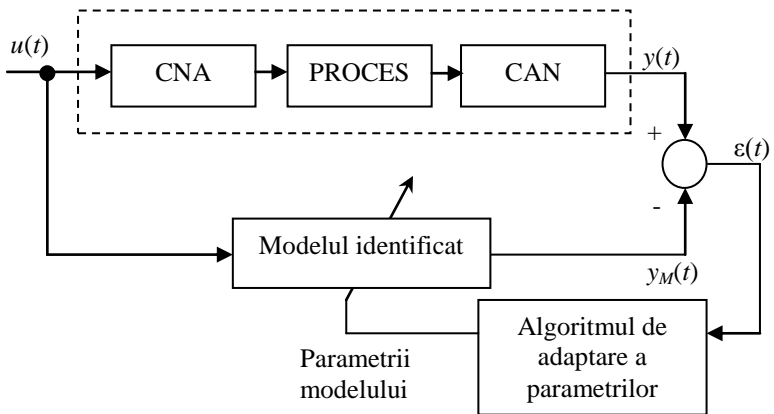


Figura 3. Schema-bloc a procesului de ridicare a curbelor experimentale

1. ECUAȚII DIFERENȚIALE ȘI FUNCȚII DE TRANSFER

Construcția unor modele matematice prin analiza teoretică a proceselor fizice are la bază evidențierea în structura proceselor a elementelor acumuloare și disipatoare de energie. Este evident faptul că prezența în structura sistemelor fizice a diferitor categorii de elemente acumuloare și disipatoare de energie, prin aplicarea legilor care descriu funcționarea acestor procese, rezultă diverse modele matematice [1].

În regim dinamic, la orice moment de timp bilanțul materială sau energetică pentru fiecare element acumulator sau disipator este descrisă de o ecuație diferențială de ordinul întâi. Dacă sistemul este alcătuit din n elemente acumuloare, atunci comportarea lui poate fi descrisă cu ajutorul a n ecuații diferențiale de ordinul întâi:

$$\dot{z}_i(t) = f_i[z_1(t), \dots, z_n(t), u_1(t), \dots, u_l(t)], \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1.1)$$

unde: $z_1(t), \dots, z_n(t)$ reprezintă variabilele de stare ale sistemului ce caracterizează conținutul materiei sau energiei în fiecare element acumulator în momentul de timp t ; $u_1(t), \dots, u_l(t)$ reprezintă acțiunile externe (de intrare) asupra sistemului care duc la schimbarea stării lui.

De regulă, în urma cercetărilor trebuie determinat nu caracterul schimbării variabilelor de stare a sistemului, dar al altor mărimi $y_1(t), \dots, y_p(t)$ numite mărimi de ieșire, care sunt legate cu variabilele de stare și acțiunile de intrare prin următoarea dependență:

$$y_j(t) = \phi_j[z_1(t), \dots, z_n(t), u_1(t), \dots, u_l(t)], \quad j = 1, 2, \dots, p. \quad (1.2)$$

După liniarizarea funcțiilor neliniare din partea dreaptă a expresiilor (1.1) și (1.2), adică înlocuirea lor cu funcții liniare aproximative, sistemul poate fi descris cu ajutorul unui sistem alcătuit din p ecuații diferențiale liniare de ordinul n , care leagă fiecare mărime de ieșire cu toate mărimile de intrare.

Deci, comportarea unui sistem dinamic liniar de ordinul n cu o singură intrare se descrie printr-o ecuație diferențială liniară de ordinul n de forma:

$$y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + \dots + a_{n-1} \dot{y}(t) + a_n y(t) = b_0 u^{(m)}(t) + \dots \quad (1.3)$$

$$\dots + b_{m-1} \dot{u}(t) + b_m u(t),$$

sau în forma:

$$y^{(n)} + \sum_{i=1}^n a_i y^{(n-i)}(t) = \sum_{j=0}^m b_j u^{(m-j)}(t), \quad (1.4)$$

unde:

$y^{(i)} = \frac{d^{(i)}y}{dt^i}$, $u^{(j)}(t) = \frac{d^{(j)}u}{dt^j}$ reprezintă derivate de ordinul i , respectiv j ale variabilelor de ieșire $y(t)$ și de intrare $u(t)$, iar $a_1, \dots, a_n, b_0, \dots, b_m$ sunt coeficienți constanți (cu condiția $a_0=1$).

În teoria sistemelor automate, una din metodele cele mai convenabile de soluționare a ecuațiilor diferențiale este metoda operațională, care se bazează pe transformata Laplace:

$$u(s) = \int_0^{\infty} u(t) e^{-st} dt. \quad (1.5)$$

Această relație stabilește concordanța dintre partea dreaptă (pentru $t \geq 0$), funcția de variabilă reală $u(t)$, numită originală și funcția $u(s)$, de variabilă complexă $s = \sigma + j\omega$ (σ, ω sunt variabile reale; $\sqrt{-1} = j$), numită imaginea lui $u(t)$.

În cazul când variabilele $y(t)$ și $u(t)$ admit transformarea Laplace, ținând cont de teorema liniarității și teorema derivării reale, ecuația (1.4) va avea următoarea formă:

$$\sum_{i=0}^n a_i s^{n-i} y(s) - R_y(s) = \sum_{j=0}^m b_j s^{m-j} u(s) - R_u(s), \quad (1.6)$$

unde:

- $R_y(s)$ reprezintă un polinom în variabila complexă s de gradul $(n-1)$ și conține toate condițiile inițiale asociate variabilei $y(t)$ și celor $(n-1)$ derivate ale acestei variabile;

- $R_u(s)$ reprezintă un polinom în variabila complexă s de gradul $(m-1)$ și conține toate condițiile inițiale asociate variabilei $u(t)$ și celor $(m-1)$ derivate ale acesteia.

Ieșirea $y(s)$ în acest caz poate fi exprimată în felul următor:

$$y(s) = \frac{\sum_{j=0}^m b_j s^{m-j}}{\sum_{i=1}^n a_i s^{n-i}} u(s) + \frac{R_y(s)}{\sum_{i=0}^n a_i s^{n-i}} - \frac{R_u(s)}{\sum_{i=0}^n a_i s^{n-i}}. \quad (1.7)$$

Dacă se consideră cazul în care $y(0) = \dot{y}(0) = \dots = y^{(n-1)}(0) = 0$ și $u(0) = \dot{u}(0) = \dots = u^{(m-1)}(0) = 0$, atunci polinoamele $R_y(s)$ și $R_u(s)$, care conțin aceste condiții inițiale, sunt identic nule, iar (1.7) devine:

$$y(s) = \frac{\sum_{j=0}^m b_j s^{m-j}}{\sum_{i=0}^n a_i s^{n-i}} u(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} u(s). \quad (1.8)$$

Prin definiție, funcția de transfer reprezintă raportul mărimii de ieșire la mărimea de intrare în transformata Laplace în condițiile inițiale nule:

$$H(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}. \quad (1.9)$$

Egalând cu zero polinomul de la numitorul funcției de transfer, obținem ecuația caracteristică a sistemului:

$$A(p) = 0. \quad (1.10)$$

Rădăcinile acestei ecuații se numesc poli funcției de transfer și se notează prin p_i , $i = \overline{1, n}$.

Dacă vom soluționa $B(p)=0$, atunci se obțin m rădăcini, care se numesc zerourile lui $H(s)$ și se notează cu z_j , $j = \overline{1, m}$.

Modelul intrare-ieșire în domeniul s se poate exprima prin mulțimea polilor și zerourilor sistemului. Reprezentările prin distribuții poli-zerouri în planul s (figura 1.1 cu însemnările x-poli, 0 - zerouri) presupune utilizarea funcțiilor de transfer de tipul:

$$H(s) = k \cdot \frac{\prod_{j=1}^m (s - z_j)}{\prod_{i=1}^n (s - p_i)}. \quad (1.11)$$

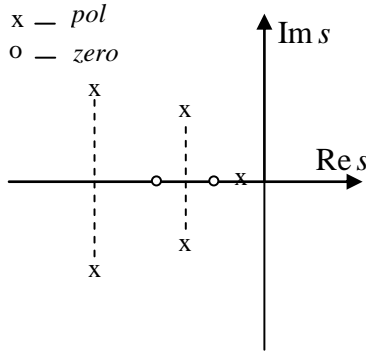


Figura 1.1. Distribuția poli-zerouri în plan complex

Funcția de transfer a sistemelor discrete

În cazul proceselor cu timp discret, dinamica acestora se descrie prin ecuații cu diferențe finite. Forma generală a unei ecuații cu diferențe liniare de ordinul n , care exprimă dependența dintre șirul valorilor de intrare $u(k)$ și cel de ieșire $y(k)$, se exprimă astfel:

$$\begin{aligned} y(k+n) + a_1 y(k+n-1) + \dots + a_{n-1} y(k+1) + a_n y(k) = \\ = b_0 u(k+m) + b_1 u(k+m-1) + \dots + b_{m-1} u(k+1) + b_m u(k), \end{aligned} \quad (1.12)$$

unde:

k prezintă timpul discret (în cazul dat $T=1$): $t=kT$, $k=0,1,2,\dots$; T – perioada de eșantionare.

Pornind de la ecuația în diferențe, prin aplicarea transformatei z în condiții inițiale nule, se obține:

$$y(z) + a_1 z^{-1} y(z) + a_2 z^{-2} y(z) \dots + a_n z^{-n} y(z) = \\ = b_1 z^{-1} u(z) + b_2 z^{-2} u(z) \dots + b_n z^{-n} u(z) ,$$

de unde rezultă:

$$H(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}}$$

sau în raport cu variabila z :

$$H(z) = \frac{b_1 z^{n-1} + b_2 z^{n-2} \dots + b_{n-1} z + b_n}{z^n + a_1 z^{n-1} + a_2 z^{n-2} + \dots + a_{n-1} z^{-1} + a_n} .$$

În mod similar, pentru un proces cu timp discret, funcția de transfer este raportul transformatei z ale variabilelor de ieșire și de intrare deduse în condiții inițiale nule:

$$H(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} .$$

2. MODELE ALE PROCESELOR INDUSTRIALE

2.1. Caracteristica generală a proceselor industriale

Prin noțiunea de proces industrial se subînțelege un proces în care se produc anumite transformări fizice, chimice, electrice, mecanice, electro-energetice ale materiei prime prelucrate astfel, încât starea produsului finit să corespundă unor indicatori prestabiliți și care este caracterizat prin mărimi de intrare ce sunt cauza și mărimi de ieșire ce reprezintă efectul. Procesul industrial poate fi reprezentat schematic ca și în figura 2.1 asupra căruia acționează următoarele mărimi:

U – vectorul de intrare (semnal de referință prescris);

Y – vectorul de ieșire;

P – vectorul perturbațiilor controlabile;

V – vectorul perturbațiilor necontrolabile.

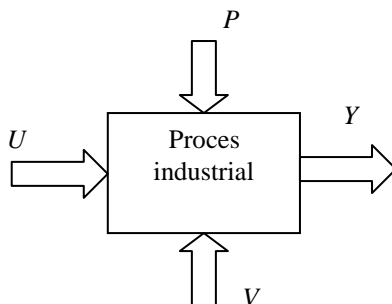


Figura 2.1. Prezentarea procesului industrial

Perturbațiile afectează buna funcționare a procesului industrial și deteriorează mărimea de ieșire a procesului [1].

Dependența mărimii de ieșire Y față de mărimile U , V , P poate fi dată prin următoarea relație:

$$Y=f(U, P, V).$$

Satisfacerea performanțelor impuse și eliminarea efectelor negative ale semnalelor perturbătoare necesită utilizarea sistemelor de reglare automată, care să asigure conducerea acestora. Deoarece

calitatea funcționării unui proces poate fi asociată cu o anumită evoluție a mărimii de ieșire, sistemului automat îi revine rolul de a minimiza erorile ce apar între comportarea dorită (de referință) și evoluția ieșirii procesului. Pentru anularea erorii de reglare, se utilizează structuri de reglare cu reacție negativă în care regulatorul elaborează mărimea de comandă transmisă procesului pe baza erorii dintre valoarea referinței și valoarea măsurată a ieșirii. Performanțele sistemului automat pot fi modificate prin proceduri de acordare a reguletoarelor respective.

2.2. Modelarea proceselor de curgere

Pentru modelarea analitică a procesului de curgere se analizează un tronson de conductă tehnologică prin care curge un fluid (fig. 2.2) [3, 4].

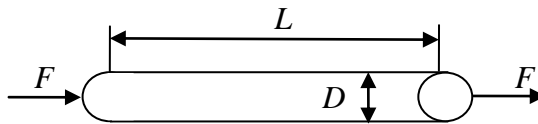


Figura 2.2. Schema unui proces de curgere

În figura 2.2 sunt utilizate următoarele notații: F – debitul de fluid pentru conductă; L – lungimea conductei; D – diametrul conductei; ΔP – căderea de presiune pe conductă; F_0 – valoarea debitului în regim staționar.

Se presupune curgerea prin conductă a unui lichid incompresibil și se folosește ecuația de conservare a impulsului, care acționează în sistem pentru două cazuri distincte întâlnite în practica industrială:

- a) conducte scurte cu $L \sim D$;
- b) conducte lungi cu $L \gg D$.

2.2.1. Determinarea modelului dinamic în cazul conductelor scurte

Se echivalează tronsonul de conductă scurtă, numită și restricție, cu o rezistență hidraulică pentru care este valabilă relația cunoscută:

$$F = \alpha S \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}, \quad (2.1)$$

unde: F este debitul care trece prin restricție; ΔP - căderea de presiune pe restricție; α - coeficientul de debit; ρ - densitatea fluidului; S - aria suprafeței transversale a conductei.

Pentru regimul staționar de curgere la debit constant F_0 se echilibrează forțele care acționează în sistem și se obține relația:

$$\Delta P_0 S - \frac{F_0^2 \rho}{2\alpha^2 S^2} S = 0, \quad (2.2)$$

unde: $\Delta P_0 S$ este forța activă de apăsare asupra lichidului din

conductă; $\frac{F_0^2 \rho}{2\alpha^2 S^2} S$ - forța de reacțiune datorată restricției.

În regim dinamic, diferența dintre cele două forțe este compensată de viteza de variație în timp a impulsului din sistem:

$$\Delta P(t) S - \frac{F^2(t) \rho}{2\alpha^2 S^2} S = \frac{d}{dt} (Mv). \quad (2.3)$$

În (2.3), M este masa de lichid din conductă, iar v este viteza sa de curgere, egală cu F/S .

Atunci relația (2.3) devine:

$$\Delta P(t) S - \frac{F^2(t) \rho}{2\alpha^2 S^2} S = \rho L S \frac{1}{S} \frac{d}{dt} (F(t)). \quad (2.4)$$

Mărimile care depind de timpul t în (2.4) se pot obține aplicând principiul micilor variații în jurul valorilor de regim staționar. Astfel, dacă:

$$\begin{aligned} \Delta P(t) &= \Delta P_0 + \Delta(\Delta P(t)) = \Delta P_0 + \Delta p(t); \\ F(t) &= F_0 + \Delta F(t), \end{aligned} \quad (2.5)$$

atunci din (2.4) și (2.5) se obține:

$$\Delta P_0 + \Delta p \cdot t \cdot S - \frac{\rho \cdot F_0 + \Delta F \cdot t^2}{2\alpha^2 S^2} \cdot S = \rho L \frac{d}{dt} (F_0 + \Delta F \cdot t) \quad (2.6)$$

Daca se extrage din (2.6) regimul staționar exprimat prin (2.2) și se neglijează termenul pătratic $\Delta F^2 \cdot t^2$, considerat infinit de mic de ordinul doi, se obține:

$$\Delta p(t)S - \frac{2\rho F_0 \Delta F \cdot t}{2\alpha^2 S^2} \cdot S = \rho L \frac{d}{dt} \Delta F \cdot t \quad (2.7)$$

Prin normare la valorile de regim staționar avem:

$$- y(t) \text{ ca m\u0103rime de ie\u0219ire, } y \cdot t = \frac{\Delta F \cdot t}{P_0};$$

$$- u(t) \text{ ca m\u0103rime de intrare, } u \cdot t = \frac{\Delta p \cdot t}{\Delta P_0}.$$

Atunci din (2.7) rezult\u0103 modelul liniarizat cu variabile adimensionale:

$$\alpha^2 \frac{V_0}{F_0} \frac{dy \cdot t}{dt} + y \cdot t = \frac{1}{2} u \cdot t, \quad (2.8)$$

unde: V_0 este volumul de fluid din conduct\u0103 ocupat \u00een regim staționar.

Din ecuația diferențiala (2.8), prin aplicarea transformatei Laplace, se obține funcția de transfer:

$$H_{pa}(s) = \frac{k_p}{T_{pa}s + 1}, \quad (2.9)$$

unde: k_p este coeficient de transfer; T_{pa} este constanta de \u00eent\u0103rziere a canalului considerat, $k_p = 0.5$ și $T_{pa} = \alpha^2 \frac{V_0}{F_0}$.

Exemplu: Este dat un tronson de conduct\u0103 tehnologic\u0103 prin care curge un fluid. S\u0103 se determine modelul matematic al sistemului fluid–conduct\u0103 \u00een cazul conductelor scurte ce se caracterizeaz\u0103 prin urm\u0103torii parametri:

- lungimea conductei $L=1$ m;
- diametrul conductei $d=1$ m;
- debitul de fluid în regim staționar $F_0=0,5$ m³/h;
- coeficientul de debit $\alpha=0,1$.

Constanta de timp și coeficientul de transfer se determină în baza următoarelor expresii de calcul:

$$k_p = 0.5; \quad T_{pa} = \alpha^2 \frac{V_0}{F_0} = 0,1 \frac{3,14 \cdot 0,5^2 \cdot 1}{0,5} = 565,2 \text{ s.}$$

Funcția de transfer a sistemului fluid–conductă este:

$$H_{pa}(s) = \frac{k_p}{T_{pa}s + 1} = \frac{0,5}{565,2s + 1}.$$

Răspunsul sistemului este dat în figura 2.3.

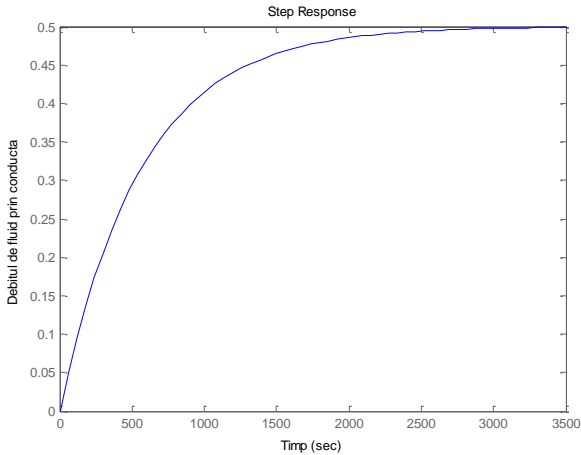


Figura 2.3. Procesul tranzitoriu

2.2.2. Modelul dinamic al unei conducte lungi

În acest caz se presupune că forța de reacțiune este forța de frecare a fluidului cu pereții conductei, debitul depinzând esențial de lungimea conductei L :

$$F = L^2 \sqrt{\frac{\Delta P}{k\rho}}, \quad (2.10)$$

unde: k este coeficientul de frecare cu conducta.

Regimul staționar al procesului de curgere este caracterizat de ecuația obținută prin echilibrarea forțelor de lucru în sistem:

$$\Delta P_0 S - k\rho L S \frac{F_0^2}{L^5} = 0. \quad (2.11)$$

Regimul dinamic este descris de relația:

$$\Delta P(t) S - k\rho L S \frac{F(t)^2}{L^5} = \frac{d}{dt} M v(t). \quad (2.12)$$

Mărimile variabile în timp $\Delta P(t)$ și $F(t)$ au semnificația din (2.5) și substituindu-le în (2.12) obținem:

$$\Delta P_0 + \Delta p(t) S - k\rho L S \frac{F_0 + \Delta F(t)}{L^5} = \rho L S \frac{1}{S} \frac{d}{dt} (F_0 + \Delta F(t)). \quad (2.13)$$

Dacă se extrage din (2.13) regimul staționar exprimat prin (2.11) și se neglijează pentru liniarizare termenul care conține $\Delta F^2(t)$, se obține:

$$\Delta p(t) S - \frac{2k\rho L S F_0 \Delta F(t)}{L^5} = \rho L \frac{d\Delta F(t)}{dt}. \quad (2.14)$$

Aplicând mărimile normate după procedeul din cazul anterior, se obține modelul matematic pentru o conductă lungă:

$$\frac{L^5}{2kF_0 S} \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{1}{2} u(t), \quad (2.15)$$

respectiv funcția de transfer:

$$H_{pb}(s) = \frac{k_p}{T_{pb}s + 1}, \quad (2.16)$$

unde

$$k_p = 0.5; \quad T_{pb} = \frac{L^5}{2kF_0 S}. \quad (2.17)$$

Exemplu: Este dat un tronson de conductă tehnologică prin care curge un fluid. Să se determine modelul matematic al sistemului în cazul conductelor lungi ce se caracterizează prin următorii parametri:

- lungimea conductei $L=5$ m;
- diametrul conductei $d=2$ m;
- debitul de fluid în regim staționar $F_0=0,5$ m³/h;
- coeficientul de frecare $k=75$.

Constanta de timp și coeficientul de transfer se determină în baza următoarelor expresii de calcul:

$$k_p = 0.5; \quad T_{pb} = \frac{L^5}{2kF_0S} = \frac{5}{2 \cdot 75 \frac{0,5}{3600} \frac{3,14 \cdot 1^2}{4}} = 305,73 \text{ s.}$$

Funcția de transfer a sistemului fluid–conductă este:

$$H_{pb} \text{ s} = \frac{k_p}{T_{pb} s + 1} = \frac{0,5}{305,73s + 1}.$$

Răspunsul sistemului este dat în figura 2.4.

2.3. Modelarea proceselor de umplere–golire

Admitem un rezervor cu secțiune constantă, alimentat cu debitul F_a din care se extrage lichid cu debitul F_e , reprezentat în figura 2.5. Pentru aceasta se va construi modelul dinamic al procesului de umplere–golire cu un lichid incompresibil [3, 4].

Mărimile care intervin în calculul bilanțului de masă din sistem sunt următoarele: F_a – debitul de alimentare; F_e – debitul de evacuare; ρ – densitatea lichidului vehiculat; L – nivelul lichidului din rezervor; p – presiunea este considerată cea atmosferică.

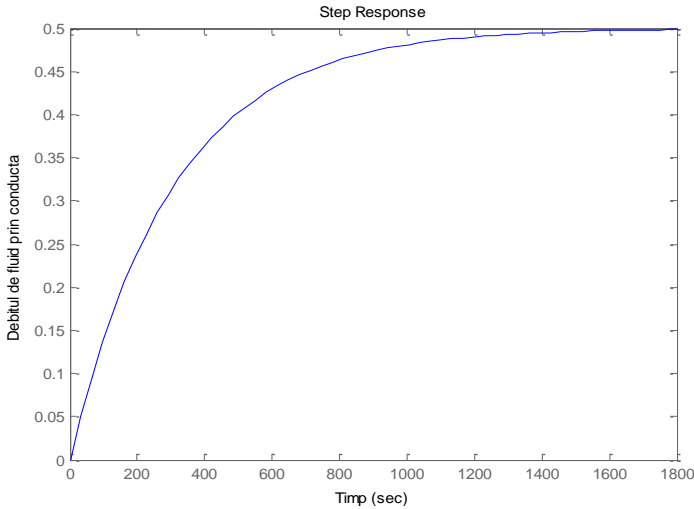


Figura 2.4. Procesul tranzitoriu

Fie L_0 valoarea în regim staționar a nivelului din rezervor.

Se consideră două cazuri posibile:

- a) evacuarea la debit constant, $F_e = \text{const.}$;
- b) evacuarea la debit variabil, în funcție de nivelul din rezervor, $F_e(L)$.

Estimarea parametrilor acestui model se bazează pe ecuația de conservare a cantităților de fluid care se vehiculează în proces.

2.3.1. Calculul modelului matematic pentru evacuare la debit constant

Pentru regimul staționar (acumulare nulă în sistem) cantitatea introdusă este egală cu cea extrasă din rezervor și descrisă de relația:

$$\rho F_{a0} - \rho F_{e0} = 0, \quad (2.18)$$

unde: F_{a0} este debitul de alimentare; F_{e0} - debitul de evacuare; ρ - densitatea lichidului vehiculat; p - presiunea este considerată cea atmosferică.

În regimul dinamic de umplire - golire, diferența dintre fluxul introdus și cel extras din rezervor, este compensată de cantitatea acumulată (dezafectată) în și din rezervor:

$$\rho F_{a0} - \rho F_{e0} = \frac{d}{dt} M \quad t = \rho S \frac{dL}{dt} \quad (2.19)$$

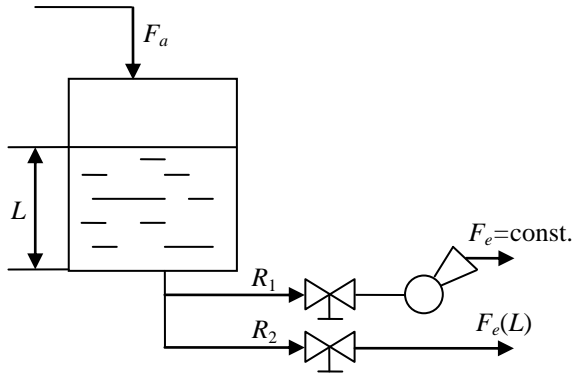


Figura 2.5. Schema simplificată a unui proces de umplere-golire

În (2.19) s-a notat prin S secțiunea rezervorului, iar prin $L(t)$ nivelul de lichid la momentul curent t , $M(t)$ reprezentând masa de lichid din rezervor tot la momentul t . Mărimile variabile în timp din (2.19) se obțin prin variații arbitrare, suficient de mici, adăugate valorilor în regim staționar:

$$\begin{aligned} L(t) &= L_0 + \Delta L(t); \\ F_a(t) &= F_{a0} + \Delta F_a(t). \end{aligned} \quad (2.20)$$

Din (2.19) și (2.20) rezultă:

$$\rho (F_{a0} + \Delta F_a) \quad t - \rho F_{e0} = \rho S \frac{d (L_0 + \Delta L)}{dt}, \quad (2.21)$$

iar prin extragerea condiției de regim staționar exprimată prin (2.18) avem:

$$\Delta F_a \quad t = S \frac{d\Delta L}{dt}. \quad (2.22)$$

Prin normarea cu valorile de regim staționar se definesc următoarele variabile adimensionale:

$$y_t = \frac{\Delta L}{L_0} \quad - \quad \text{mărima de ieșire;}$$

$$u_t = \frac{\Delta F_a}{F_{a0}} \quad - \quad \text{mărima de intrare.}$$

Cu aceste noi variabile adimensionale, ecuația (2.22) devine:

$$u_t = \frac{SL_0}{F_{a0}} \frac{dy_t}{dt} = \frac{V_0}{F_{a0}} \frac{dy_t}{dt} \quad (2.23)$$

sau prin integrare obținem:

$$y_t = \frac{F_{a0}}{V_0} \int_0^t m_t dt. \quad (2.24)$$

Din (2.23) rezultă funcția de transfer pentru procesul analizat, de la variația debitului de alimentare la variația nivelului din rezervor:

$$H_{pa}(s) = \frac{1}{T_{pa}s}, \quad (2.25)$$

unde: $T_{pa} = \frac{V_0}{F_{a0}}$.

Relația (2.24) dovedește că procesul de umplere-golire cu evacuare la debit constant se comportă ca un element integrator, motiv pentru care se numește proces fără autostabilizare.

Exemplu: Este dat un proces de umplere-golire într-un rezervor la debit constant, caracterizat prin următorii parametri:

- înălțimea rezervorului $L=0,8$ m;
- diametrul rezervorului $d=1$ m;
- debitul de alimentare $F_{a0}=10$ m³/h.

Constanta de timp se determină în baza următoarelor expresii de calcul:

$$T_{pa} = \frac{V_0}{F_{a0}} = \frac{3,14 \cdot 0,8 \cdot 0,5^2}{\frac{10}{3600}} = 226,08 \text{ s.}$$

Funcția de transfer a sistemului este

$$H_{pa} \text{ s} = \frac{1}{226,08 \text{ s}}.$$

Răspunsul sistemului se dă în figura 2.6.

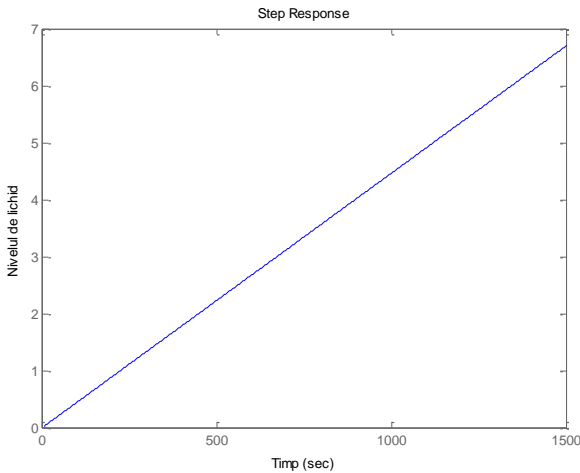


Figura 2.6. Procesul tranzitoriu

2.3.2. Calculul modelului matematic pentru evacuare la debit variabil

Pentru regimul staționar al procesului este valabila relația (2.18) în care mărimile își păstrează semnificația. În regimul dinamic, diferența dintre cantitățile introduse și cele extrase sunt acumulate în rezervor după cum urmează:

$$\rho F_a \dot{t} - \rho F_e \dot{t} = \frac{dM}{dt} \dot{t} = \rho S \frac{dL}{dt} \dot{t}. \quad (2.26)$$

Debitul F_e depinde de nivelul L din rezervor după o relație neliniara de tipul:

$$F_e = a\sqrt{2gL}, \quad (2.27)$$

unde a este o constantă ce depinde de secțiunea de evacuare din rezervor, iar g este accelerația gravitațională.

Prin dezvoltare în seria Taylor, în jurul punctului staționar de funcționare ($L=L_0$) și admițând că $\Delta L=L-L_0$, se obține:

$$F_e = F_{e0} + \left(\frac{\partial F_e}{\partial L}\right) \frac{\Delta L}{1!} + \left(\frac{\partial^2 F_e}{\partial^2 L}\right) \frac{\Delta L}{2!} + \dots \quad (2.28)$$

Dacă se trunchiază dezvoltarea (2.28) după partea liniară, se obține relația:

$$F_e \approx F_{e0} + \left(\frac{\partial F_e}{\partial L}\right) \cdot \Delta L, \quad (2.29)$$

valabilă pentru orice L , deci, la orice moment de timp t . Astfel se obține:

$$F_e(t) - F_{e0} = \left(\frac{\partial F_e}{\partial L}\right) (L(t) - L_0) \quad (2.30)$$

sau

$$\Delta F_e(t) = \left(\frac{\partial F_e}{\partial L}\right) \Delta L \quad t . \quad (2.31)$$

Dacă se reia ecuația (2.26) și se consideră mărimile variabile în timp exprimate prin:

$$\begin{aligned} L \quad t &= L_0 + \Delta L \quad t ; \\ F_a \quad t &= F_{a0} + \Delta F_a \quad t ; \\ F_e \quad t &= F_{e0} + \Delta F_e \quad t , \end{aligned} \quad (2.32)$$

atunci avem:

$$F_{a0} + \Delta F_a \quad t - F_{e0} + \Delta F_e \quad t = S \frac{d L_0 + \Delta L \quad t}{dt} . \quad (2.33)$$

După extragerea regimului staționar exprimat în (2.18), se ajunge la o ecuație descrisă prin variația mărimilor de calcul:

$$\Delta F_a \cdot t - \Delta F_e \cdot t = S \frac{d \Delta L}{dt} \cdot t. \quad (2.34)$$

Prin normare se obțin mărimile adimensionale ale modelului dinamic:

$$y \cdot t = \frac{\Delta L}{L_0} \cdot t - \text{mărimia de ieșire};$$

$$u \cdot t = \frac{\Delta F_a}{F_{a0}} \cdot t - \text{mărimia de intrare}.$$

Prin înlocuirea derivatei ΔF_e în raport cu ΔL , obținută din (2.31), forma finală liniarizată a ecuației (2.34) este:

$$\frac{2V_0}{F_{a0}} \frac{dy}{dt} + y \cdot t = 2u \cdot t. \quad (2.35)$$

Din expresia (2.35) se obține cu ușurință funcția de transfer al procesului de umplere–golire:

$$H_{pb}(s) = \frac{k_{pb}}{T_{pb}s + 1}, \quad (2.36)$$

în care: $T_{pb} = 2 \frac{V_0}{F_{a0}}$, $k_{pb} = 2$ sunt parametrii modelului matematic estimat.

Exprimarea din (2.35) denotă că procesul de umplere–golire cu evacuare prin cădere liberă (debitul variabil cu nivelul L din rezervor) se comportă ca un element cu inerție de ordinul unu, de aceea se numește proces cu autostabilizare.

Exemplu: Este dat un proces de umplere–golire într-un rezervor la debit variabil, caracterizat prin următorii parametri:

- înălțimea rezervorului $L=3$ m;
- diametrul rezervorului $d=1$ m;
- debitul de alimentare $F_{a0}=10$ m³/h.

Constanta de timp și coeficientul de transfer se determină pe baza următoarelor expresii de calcul:

$$k_{pb} = 2, T_{pa} = \frac{2V_0}{F_{a0}} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 0,5^2}{\frac{10}{3600}} = 1695,6 \text{ s.}$$

Funcția de transfer a sistemului este:

$$H_{pa} \text{ s} = \frac{2}{1695,6s + 1}.$$

Răspunsul sistemului se dă în figura 2.7.

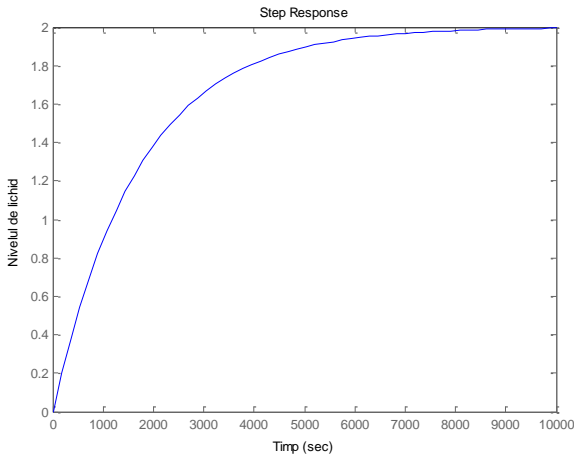


Figura 2.7. Procesul tranzitoriu

2.4. Modelarea proceselor cu transfer de căldură

Temperatura este un parametru reprezentativ pentru procesele industriale cu transfer de căldură. Se va construi modelul matematic pentru un proces de transfer de căldură de la un agent termic la un produs care urmează a fi încălzit (fig. 2.8) [3, 4].

Se consideră că temperatura este uniform distribuită în volumul ocupat de produsul încălzit. De asemenea, transferul de căldură între agentul termic și produs are loc prin amestecare (convecție) perfectă în fază lichidă, într-un volum V . Procesul de transfer termic este caracterizat de mărimile: F_p - debitul

produsului; T_{pi} - temperatura produsului; F_a - debitul agentului termic; T_{ai} - temperatura agentului termic; F_e - debitul amestecului la ieșirea din schimbătorul de căldură; T_e - temperatura amestecului; c_a - căldura specifică a agentului termic; c_p - căldura specifică a produsului; c_e - căldura specifică a amestecului; ρ_a - densitatea agentului termic; ρ_p - densitatea produsului; ρ_e - densitatea amestecului.

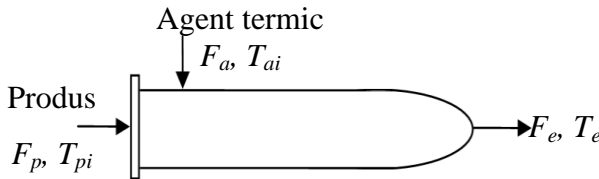


Figura 2.8. Schema simplificată a unui proces elementar de transfer de căldură

Pentru regimul staționar, mărimilor specifice li se atribuie indicele de referință 0 (zero). Ecuația de bilanț energetic (cu neglijarea pierderilor exterioare de căldură) se prezintă astfel:

$$\rho_a F_{a0} c_a T_{a0} + \rho_p F_{p0} c_p T_{p0} - \rho_e F_{e0} c_e T_{e0} = 0, \quad (2.37)$$

unde:

$$F_{e0} = F_{a0} + F_{p0}. \quad (2.38)$$

În regim dinamic de funcționare, diferența dintre fluxurile calorice introduse și cele extrase din schimbător este compensată de cantitatea de căldură acumulată (degajată):

$$\rho_a F_a t c_a T_{a0} + \rho_p F_{p0} c_p T_{p0} - \rho_e F_e t c_e T_e t = \rho_e V c_e \frac{dT_e t}{dt}; \quad (2.39)$$

$$F_e t = F_a t + F_{p0}. \quad (2.40)$$

Aplicând principiul micilor variații, mărimile variabile în timp $T_e(t)$ și $F_a(t)$ devin:

$$\begin{aligned} T_e t &= T_{e0} + \Delta T_e t \\ F_a t &= F_{a0} + \Delta F_a t \end{aligned} \quad (2.41)$$

Din (2.39), (2.40) și (2.41) rezultă:

$$\begin{aligned} \rho_a c_a T_{a0} + \Delta F_a t - c_a T_{a0} + \rho_p F_{p0} c_p T_{p0} - \\ - \rho_e c_e F_{e0} + \Delta F_a t + F_{p0} T_{e0} + \Delta T_e t - c_e = \rho_e V c_e \frac{d T_{e0} + \Delta T_e t}{dt} \end{aligned} \quad (2.42)$$

Prin extragerea condițiilor de regim staționar exprimate în (2.37) și (2.38) și prin neglijarea infinitului mic de ordinul doi $\Delta F_a t - \Delta T_e t$, se obține:

$$\rho_a c_a T_{a0} \Delta F_a t + \rho_e c_e F_{e0} \Delta T_e t - \rho_e c_e T_{e0} \Delta F_a t = \rho_e V c_e \frac{d \Delta T_e t}{dt}, \quad (2.43)$$

sau:

$$\rho_e c_e V \frac{d \Delta T_e t}{dt} + \rho_e c_e F_{e0} \Delta T_e t = \rho_a c_a T_{a0} - \rho_e c_e T_{e0} \Delta F_a t. \quad (2.44)$$

Prin normare cu valorile de regim staționar se obține:

$$y t = \frac{\Delta T_e t}{T_{e0}} - \text{mărima de ieșire};$$

$$u t = \frac{\Delta F_a t}{F_{a0}} - \text{mărima de intrare}.$$

Dacă introducem însemnările de mai sus în (2.44), se obține:

$$\frac{V}{F_{e0}} \frac{dy t}{dt} + y t = \frac{\rho_a c_a T_{a0} - \rho_e c_e T_{e0}}{\rho_e c_e T_{e0}} \frac{F_{a0}}{F_{e0}} u t. \quad (2.45)$$

Ecuatiei diferențiale (2.45) îi corespunde funcția de transfer:

$$H_t s = \frac{k_t}{T_t s + 1}, \quad (2.46)$$

în care:

$$k_t = \frac{\rho_a c_a T_a - \rho_e c_e T_e}{\rho_e c_e T_e} \frac{F_{a0}}{F_{e0}},$$
$$T_t = \frac{V}{F_{e0}}.$$
(2.47)

Exemplu: Este dat un proces de transfer de căldură caracterizat prin următorii parametri:

- căldura specifică a agentului termic $c_a = 4019 \text{ J/kgK}$;
- căldura specifică a amestecului la ieșirea din rezervor $c_e = 4179 \text{ J/kgK}$;
- densitatea agentului termic $\rho_a = 998,2 \text{ kg/m}^3$;
- densitatea amestecului $\rho_e = 945 \text{ kg/m}^3$;
- temperatura agentului termic $T_a = 20 \text{ }^\circ\text{C}$;
- temperatura amestecului $T_{e0} = 10 \text{ }^\circ\text{C}$;
- debitul amestecului la ieșirea din schimbătorul de căldură $F_{e0} = 10 \text{ m}^3/\text{h}$;
- debitul agentului termic $F_{a0} = 10 \text{ m}^3/\text{h}$;
- volumul rezervorului $V = 10 \text{ m}^3$.

Constanta de timp și coeficientul de transfer se determină pe baza următoarelor expresii de calcul:

$$k_p = \frac{\rho_a c_a T_a - \rho_e c_e T_e}{\rho_e c_e T_e} \frac{F_{a0}}{F_{e0}} = \frac{998,2 \cdot 4019 \cdot 20 - 945 \cdot 4179 \cdot 10}{945 \cdot 4179 \cdot 10} = 1,032;$$

$$T_p = \frac{V}{F_{e0}} = \frac{10}{\frac{10}{3600}} = 3600.$$

În baza relației (2.46), funcția de transfer are forma următoare:

$$H_p \ s = \frac{k_p}{T_p s + 1} = \frac{1,032}{3600s + 1}.$$

Răspunsul sistemului se dă în figura 2.9.

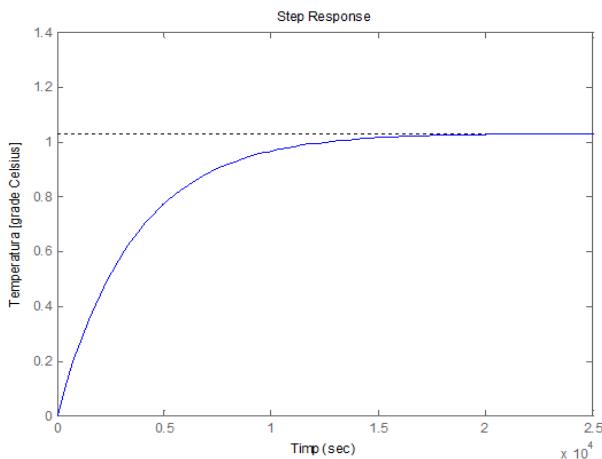


Figura 2.9. Procesul tranzitoriu

2.5. Modelarea proceselor de amestecare fără reacție chimică

Concentrația este un parametru de caracterizare a proceselor de amestecare cu sau fără reacție chimică între componenți. Calculul modelului matematic pentru astfel de procese se bazează pe ecuații de conservare a masei pe componenți [3, 4].

Admitem un proces de amestecare într-un rezervor de volum V între o substanță *diluant* și o altă substanță de aceeași natură *concentrat*, prezentat în figura 2.10. Astfel, se obține un amestec cu o concentrație intermediară. Să se construiască modelul dinamic al procesului de amestecare.

Mărimile care intervin în calcul au următoarele semnificații: F_d - debitul diluantului; c_d - concentrația diluantului; F_c - debitul concentratului; c_c - concentrația substanței ce trebuie diluată (adică a concentratului); F_e - debitul de evacuare din rezervor; c_e - concentrația amestecului; c_{e0} - valoarea prescrisă pentru concentrația amestecului; ρ - densitatea substanței.

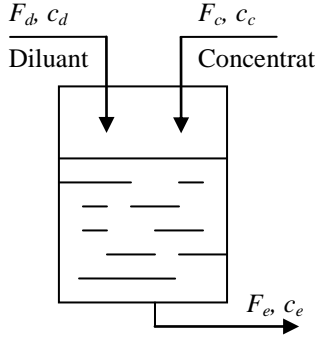


Figura 2.10. Schema simplificată a unui proces de amestecare fără reacție chimică

Pentru calculul modelului dinamic, se pornește de la ecuația de regim staționar pentru conservarea masei și, adăugând indicii zero tuturor mărimilor caracteristice, se obține:

$$\rho F_{d0} c_{d0} + \rho F_{c0} c_{c0} - \rho F_{e0} c_{e0} = 0; \quad (2.48)$$

$$F_{d0} + F_{c0} = F_{e0}. \quad (2.49)$$

Regimul dinamic este descris de relația:

$$\rho F_d(t) c_{d0} + \rho F_{c0} c_{c0} - \rho F_e(t) c_e(t) = \rho V \frac{dc_e(t)}{dt}. \quad (2.50)$$

Aplicând principiul micilor variații, se pot considera următoarele mărimi fizice:

$$c_e(t) = c_{e0} + \Delta c_e(t); \quad (2.51)$$

$$F_d(t) = F_{d0} + \Delta F_d(t).$$

Înlocuim (2.51) în (2.50) și se obține:

$$\begin{aligned} \rho F_{d0} + \Delta F_d(t) c_{d0} + \rho F_{c0} c_{c0} - \rho F_{e0} + F_{d0} + \Delta F_d(t) c_{e0} + \Delta c_e(t) &= \\ &= \rho V \frac{d c_{e0} + \Delta c_e(t)}{dt}. \end{aligned} \quad (2.52)$$

Extragerea regimului staționar exprimat prin ecuațiile (2.48) și (2.49) și neglijarea infinitului mic $\Delta F_d(t) \Delta c_e(t)$ de ordin superior conduce la rezultatul:

$$c_{d0}\Delta F_d(t) - c_{e0}\Delta F_d(t) - F_{e0}\Delta c_e(t) = V \frac{d\Delta c_e(t)}{dt}. \quad (2.53)$$

Prin normare la valorile de regim staționar se obține:

$$y(t) = \frac{\Delta c_e(t)}{c_{e0}} - \text{marimea de ieșire};$$

$$u(t) = \frac{\Delta F_d(t)}{F_{d0}} - \text{marimea de intrare}.$$

Utilizând notațiile de mai sus, se obține modelul final în forma:

$$\frac{V}{F_{e0}} \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{c_{d0} - c_{e0}}{c_{e0}} \frac{F_{d0}}{F_{e0}} u(t). \quad (2.54)$$

Prin calcul operațional se deduce funcția de transfer a modelului dinamic:

$$H_c(s) = \frac{k_c}{T_c s + 1}, \quad (2.55)$$

în care:

$$k_c = \frac{c_{d0} - c_{e0}}{c_{e0}} \frac{F_{d0}}{F_{e0}}; \quad (2.56)$$

$$T_c = \frac{V}{F_{e0}}.$$

Rezultă că procesul de amestecare considerat de la variația debitului de diluant $\Delta F_d(t)$ la variația concentrației la ieșire $\Delta c_e(t)$ se comportă ca un element de întârziere de ordinul unu.

Exemplu: Este dat un proces de amestecare a două substanțe ce se caracterizează prin următorii parametri:

- concentrația prescrisă a amestecului $c_{e0} = 0,4$ g/ml;
- concentrația prescrisă diluantului $c_{d0} = 0,6$ g/ml.
- înălțimea rezervorului $L = 0,8$ m;
- diametrul rezervorului $d = 1$ m;
- debitele: $F_{e0} = 0,5$ m³/s, $F_{d0} = 0,6$ m³/s.

În baza relației (2.55), funcția de transfer are forma următoare:

$$H_{Pa} s = \frac{k_{Pa}}{T_{Pa}s + 1} = \frac{0,6}{1,256s + 1}.$$

Răspunsul sistemului se dă în figura 2.11.

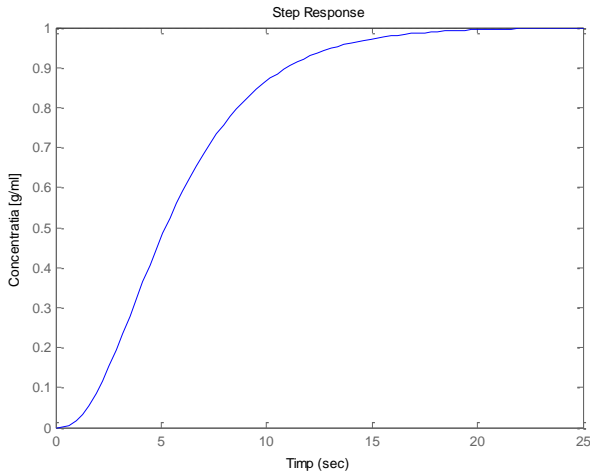


Figura 2.11. Procesul tranzitoriu

2.6. Modelarea matematică a motorului de curent continuu

Motorul de curent continuu (MCC) cu magnet permanent este un element de execuție des utilizat în sistemele automate de reglare a mișcării. În cazul dat, motorul este privit ca un proces industrial în care se efectuează reglarea turațiilor motorului.

Reprezentarea schematică a circuitului electric pentru MCC este dată în figura 2.12.

Parametrii fizici ai unui MCC sunt următorii:

- momentul de inerție a axului rotoric – J , kgm^2/s^2 ;
- coeficientul de frecare vâscoasă – b , Nms ;
- constanta tensiunii electromotoare induse - k_e , Nm/A ;
- constanta de cuplu a motorului - k_m , Nm/A ;

- rezistența electrică a armăturii – R , Ω ;
 - inductivitatea electrică a armăturii – L , H.
- Mărimile de intrare și respectiv de ieșire pentru MCC sunt:
- mărimea de intrare U_a : tensiunea de alimentare;
 - mărimea de ieșire $\dot{\theta} = \omega$: viteza axului rotoric;
 - mărimea de ieșire θ : poziția axului rotoric.

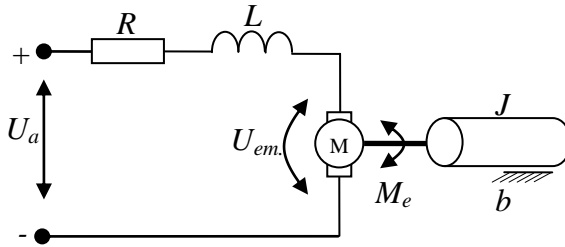


Figura 2.12. Schema electrică de principiu a motorului de curent continuu cu magnet permanent

Relațiile dintre cuplul electromagnetic al motorului M_e și curentul înfășurării mobile (de armătură) i , poate fi exprimat prin relația:

$$M_e = k_m \cdot i(t), \quad (2.57)$$

iar din tensiunea electromotoare indusă U_{em} și viteza de rotație $\dot{\theta} = \omega$ se poate scrie:

$$U_{em} = k_e \dot{\theta}. \quad (2.58)$$

Funcționarea motorului se descrie prin ecuațiile care s-au obținut, aplicând legea a II-a a dinamicii lui Newton și, respectiv, prin aplicarea legii a II-a a lui Kirchoff.

$$J \ddot{\theta} + b \dot{\theta} = k_m i; \quad (2.59)$$

$$L \frac{di}{dt} + Ri = U_a - k_e \dot{\theta}.$$

Aplicând transformata Laplace ecuațiilor de mai sus (2.57)-(2.59), se poate scrie:

$$\begin{aligned} s(Js + b)\theta(s) &= k_m i(s); \\ (Ls + R)i(s) &= U_a - k_e \theta(s). \end{aligned} \quad (2.60)$$

Prin eliminarea lui $i(s)$ se obține funcția de transfer în buclă deschisă în care mărimea condusă este viteza de rotație a axului rotoric $\dot{\theta} = \omega$ (mărimea de ieșire), iar tensiunea aplicată înfășurărilor de armatură U_a este mărimea de intrare:

$$\frac{\dot{\theta}(s)}{U_a(s)} = \frac{k_m}{(Ls + R)(Js + b) + k_e k_m}. \quad (2.61)$$

În cazul în care mărimea condusă este poziția θ a axului rotoric al motorului, funcția de transfer se obține prin înmulțirea cu $1/s$ a funcției de transfer (2.62), adică poziția se poate obține prin integrarea vitezei $\dot{\theta}$, rezultând astfel relația:

$$\frac{\theta(s)}{U_a(s)} = \frac{k_m}{s((Ls + R)(Js + b) + k_e k_m)}. \quad (2.62)$$

Exemplu: Parametrii fizici ai unui motor de curent continuu sunt următorii:

- momentul de inerție a axului rotoric: $J=0,001 \text{ kgm}^2/\text{s}^2$;
- coeficientul de frecare vâscoasă $b=0,1 \text{ Nms}$;
- constanta tensiunii electromotoare $k_e=0,01 \text{ Nm/A}$;
- constanta de cuplu a motorului $k_m=0,01 \text{ Nm/A}$;
- rezistența electrică a armăturii $R=1 \text{ }\Omega$;
- inductivitatea electrică a armăturii $L=0,5 \text{ H}$.

În baza relației (2.61) funcția de transfer are forma următoare:

$$H(s) = \frac{\dot{\theta}(s)}{U_a(s)} = \frac{k_m}{(Ls + R)(Js + b) + k_e k_m} = \frac{0,01}{0,0005s^2 + 0,051s + 0,1001}.$$

Răspunsul sistemului în bucla deschisă se dă în figura 2.13.

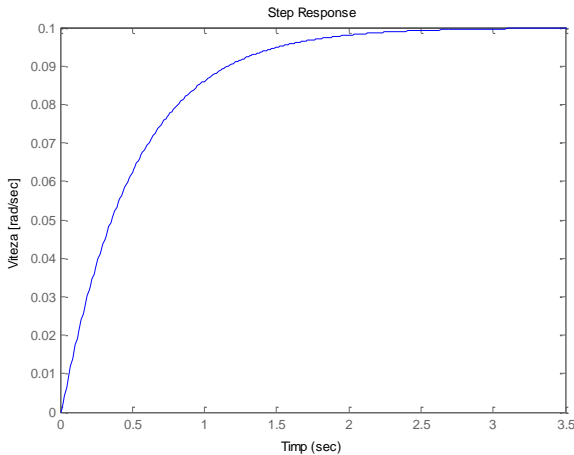


Figura 2.13. Procesul tranzitoriu

2.7. Performanțele proceselor

În procesul dinamic de funcționare procesul industrial este caracterizat prin anumite performanțe, atunci când la intrare se aplică un semnal prescris și respectiv când perturbațiile aparțin unei anumite clase precizate. În acest context, se poate preciza că performanțele reprezintă indici de calitate prin care se caracterizează calitativ și cantitativ răspunsul unui proces. Pentru procesele liniare în timp continuu cele mai utilizate performanțe în regim tranzitoriu, care se definesc pe baza răspunsului indicial al sistemului, când la intrare se aplică semnal treaptă unitară, sunt (fig.2.14):

1. Eroarea staționară care reprezintă valoarea erorii de reglare în regim staționar (neperturbat, stabilizat):

$$\varepsilon_{st} = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (y_r(t) - y(t)) = \lim_{s \rightarrow 0} s\varepsilon(s).$$

2. Durata regimului tranzitoriu t_r care reprezintă timpul necesar ca răspunsul sistemului să intre în zona de $\pm 5\% y_{st}$.

3. Suprareglajul se determină din următoarea relație:

$$\sigma = \frac{y_{\max} - y_{st}}{y_{st}} 100\% .$$

În cazul sistemelor cu regim tranzitoriu aperiodic, suprareglajul este nul.

4. Numărul de oscilații λ , dacă răspunsul traversează de un număr finit de ori componenta staționară.

5. Timpul de creștere t_c indică viteza de creștere a mărimii de ieșire pe parcursul primei oscilații a regimului tranzitoriu și reprezintă intervalul de timp în care mărimea de ieșire se modifică de la valoarea $0,1 y_{st}$ la valoarea $0,95 y_{st}$.

6. Timpul primului maxim sau de atingere a abaterii maxime a mărimii de ieșire în regim tranzitoriu t_σ .

Perioda oscilațiilor T pentru regimul oscilant amortizat $T = \frac{1}{\omega_n}$.

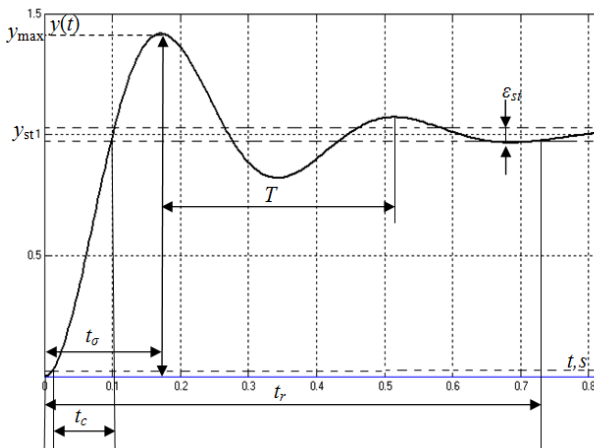


Figura 2.14. Performanțele procesului tranzitoriu

Exemplul 1. Este dat un proces tranzitoriu prezentat în figura 2.15 pentru care trebuie determinate performanțele.

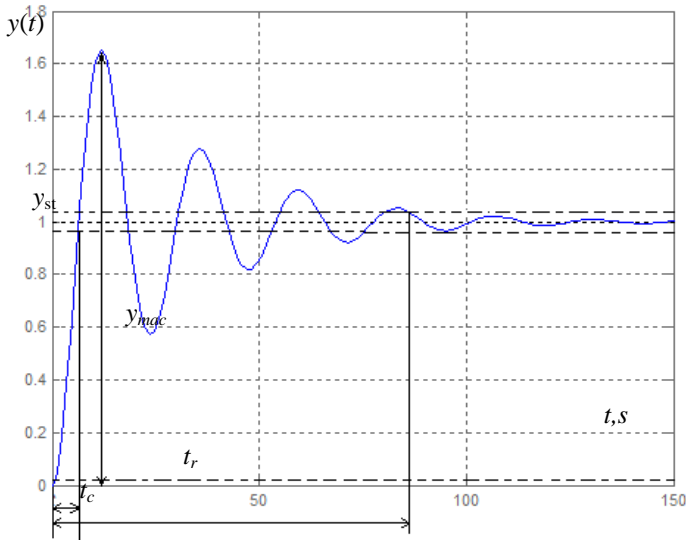


Figura 2.15. Procesul tranzitoriu

Procesul tranzitoriu din figura 2.15 se caracterizează prin următoarele performanțe:

- eroarea staționară $\varepsilon = \pm 5\%$ din regim staționar y_{st} ;
- timpul de reglare $t_r = 85,4$ s;
- timpul de creștere $t_c = 6,27$ s;
- suprareglajul:

$$\sigma = \frac{y_{\max} - y_{st}}{y_{st}} 100\% = \frac{1,64 - 1}{1} 100\% = 64\%;$$

- numărul de oscilații $\lambda = 9$.

Exemplul 2. Este dat un proces tranzitoriu prezentat în figura 2.16 pentru care trebuie determinate performanțele.

Procesul tranzitoriu din figura 2.16 se caracterizează prin următoarele performanțe:

- eroarea staționară $\varepsilon = \pm 5\%$;
- timpul de reglare $t_r = 12$ s ;
- timpul de creștere $t_c = 12$ s ;

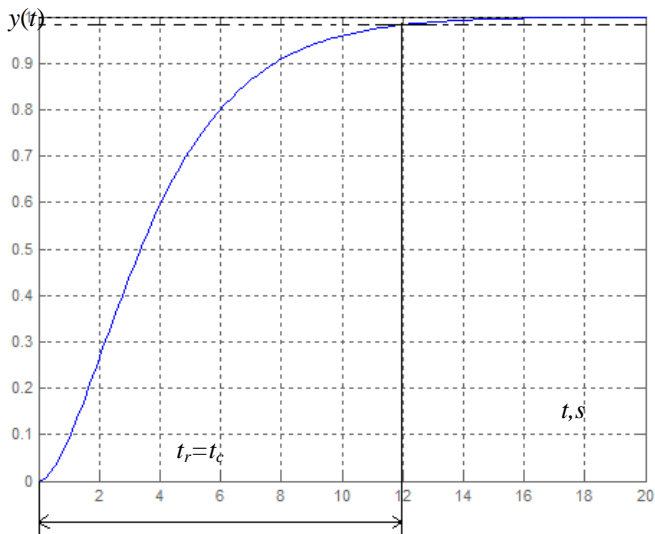


Figura 2.16. Procesul tranzitoriu

3. IDENTIFICAREA PROCESULUI PE BAZA RĂSPUNSULUI TRANZITORIU

Identificarea proceselor pe baza răspunsului tranzitoriu presupune cunoscută înregistrarea ieșirii (curba experimentală) procesului când la intrare se aplică un semnal treaptă unitară, procesul fiind identificat în buclă deschisă. Pe baza procesării datelor obținute se determină parametrii sistemului. În general, pentru sistemele simple indentificarea pe baza procesului tranzitoriu reprezintă o metodă simplă care furnizează rapid parametrii sistemului.

În procesul identificării pe baza curbelor experimentale se utilizează des *modele cu funcții de transfer tipice*, de dimensiune redusă, acceptabile pentru un număr destul de mare de procese tehnologice. Modelele date sunt folosite în cazul proceselor lente și foarte lente, la care răspunsul sistemului este supraamortizat. Drept funcții de transfer tipice (de ordin redus) se utilizează de regulă una din formele:

$$H_F(s) = \frac{k_F}{(T_F s + 1)} e^{-\tau s}; \quad (3.1)$$

$$H_F(s) = \frac{k_F}{(T_F s + 1)^n} e^{-\tau s}; \quad (3.2)$$

$$H_F(s) = \frac{k_F}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}; \quad (3.3)$$

$$H(s) = \frac{k_F}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-\tau s}. \quad (3.4)$$

În modelele (3.1-3.4) se utilizează următoarele notații: k_F - coeficientul de transfer; T_F , T_1 , T_2 - constantele de timp; τ - timp mort, n - numărul de elemente identice.

3.1. Identificarea prin metoda Küpfmuller

Metoda presupune obținerea pe cale experimentală a graficului curbei experimentale a părții fixate și trasarea tangentei la grafic prin punctul de inflexiune I al acestuia (fig. 3.1). Se stabilesc

punctele de intersecție A și B ale acestei tangente cu axa timpului, respectiv cu orizontala valorii staționare $y(\infty) = y_{st}$. Se consideră că procesul tranzitoriu real poate fi aproximat cu o funcție de transfer caracterizată de un timp mort echivalent τ valoarea căruia este egală cu intervalul OA și o constantă de timp T_F , valoarea căruia este egală cu intervalul AB' .

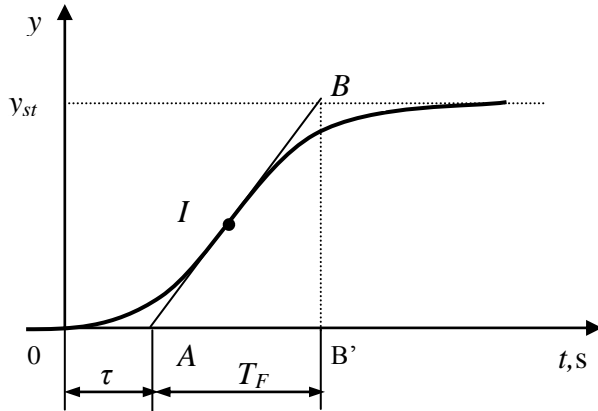


Figura 3.1. Curba experimentală a unui proces

Astfel, pentru un proces tranzitoriu de tipul celui prezentat în figura 3.1 se poate aproxima funcția de transfer a procesului identificat conform metodei Kűpfmuller în forma:

$$H_F(s) = \frac{k_F \cdot e^{-\tau \cdot s}}{T_F s + 1}, \quad (3.5)$$

unde coeficientul de transfer al părții fixate k_F se calculează cu ajutorul relației:

$$k_F = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\Delta y}{\Delta u} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{y_{st} - y_{initial}}{u - u_{initial}}. \quad (3.6)$$

3.2. Identificarea prin metoda Strejc

Metoda K upfmuller este caracterizată cu un grad redus de precizie. Un grad mai ridicat de precizie îl prezintă identificarea care conduce la aproximarea procesului tranzitoriu cu următoarea funcție de transfer tipică:

$$H_F(s) = \frac{k_F \cdot e^{-\tau \cdot s}}{(T_F s + 1)^n}. \quad (3.7)$$

Această aproximare se bazează pe faptul că funcția de transfer a unui proces este caracterizată de n constante de timp, adică conține n elemente identice.

Pentru a calcula ordinul n al funcției de transfer (3.7) la început se determină raportul T_b/T_c , care se determină din curba experimentală (fig. 3.2).

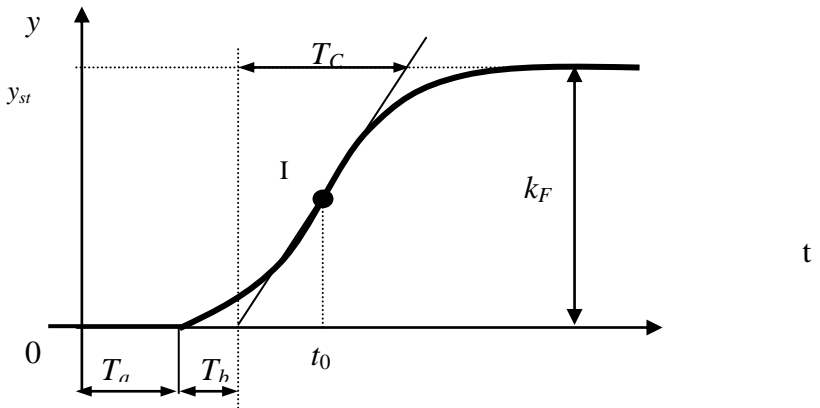


Figura 3.2. Curba experimentală a unui proces

Pe baza raportului obținut T_b/T_c , utilizând tabelul 3.1, este determinat ordinul n al funcției de transfer (3.7).

Tabelul 3.1. Valorile de calcul a ordinului n

T_b/T_c	0	0,104	0.218	0.319	0.410	0.493	0.570
n	1	2	3	4	5	6	7

Timpul mort pur al părții fixate este $\tau = T_a$, iar constanta de timp T_F se calculează prin relația:

$$T_F = \frac{t_0 - T_a}{n - 1}. \quad (3.8)$$

Identificarea prin metoda Strejc poate fi utilizată cu o precizie mai bună decât metoda de identificare Kűpfmuller, dar și aici există dezavantajul unei stabiliri imprecise a poziției punctului de inflexiune I pe graficul procesului tranzitoriu. De aceea este recomandată varianta de identificare Strejc prezentată în continuare, care nu ține seama de poziția punctului de inflexiune pe grafic.

Funcția de transfer a părții fixate este dată de aceeași relație (3.7), dar procesul tranzitoriu de la care pornește procedura de identificare se prelucrează conform figurii 3.3.

Timpul mort este dat de lungimea segmentului a :

$$\tau = a.$$

Ordinul n al sistemului se stabilește cu ajutorul relației:

$$n = 10 \cdot \frac{b}{c} + 1. \quad (3.9)$$

Se stabilesc grafic valorile a , b , c și se calculează ordinul n al funcției de transfer, se determină constanta de timp T_F a procesului folosind tabelul 3.2.

Tabelul 3.2. Valorile de calcul ale constantei de timp T_F

n	1	2	3	4	5	6
c/T_F	1	2.7	3.7	4.46	5.12	5.7

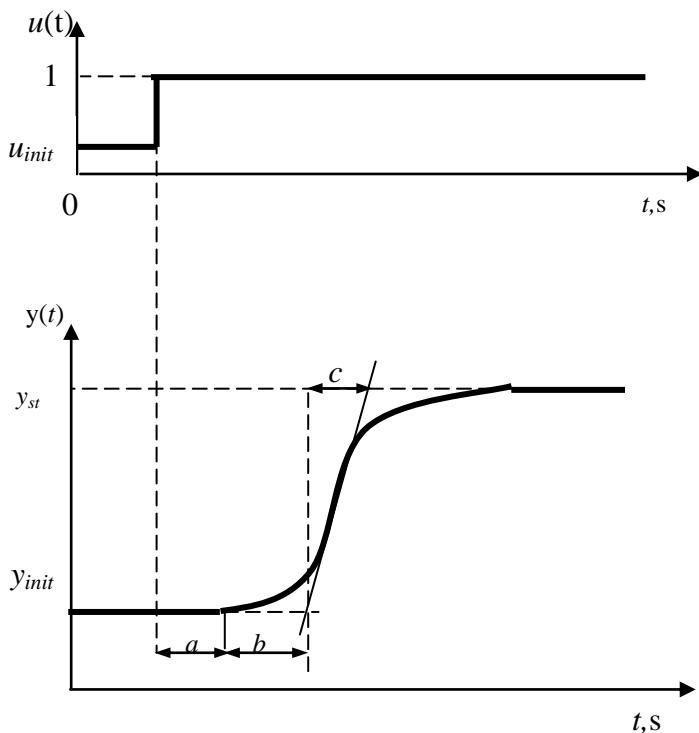


Figura 3.3. Curba experimentală a procesului

Coeficientul de transfer a părții fixate se determină folosind relația (3.6).

Ambele metode de identificare Strejc au dezavantajul aproximărilor specifice metodelor grafice și al aproximării ordinului n al procesului.

3.3. Aproximarea procesului tranzitoriu cu funcție de transfer cu inerție de ordinul doi

Deseori procesul identificat este aproximat cu funcția de transfer cu inereție de ordinul doi cu sau fără timp mort:

$$H_F(s) = \frac{k_F}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}; \quad (3.10)$$

$$H(s) = \frac{k_F}{(T_1s+1)(T_2s+1)} e^{-\tau s}. \quad (3.11)$$

În acest caz problema identificării se reduce la găsirea parametrilor modelului k_F , T_1 , T_2 , τ .

Acești parametrii pot fi obținuți pe baza curbei experimentale obținute (fig. 3.4).

Coefficientul de transfer k_F , în jurul unui punct de funcționare, se poate aproxima prin relația (3.6).

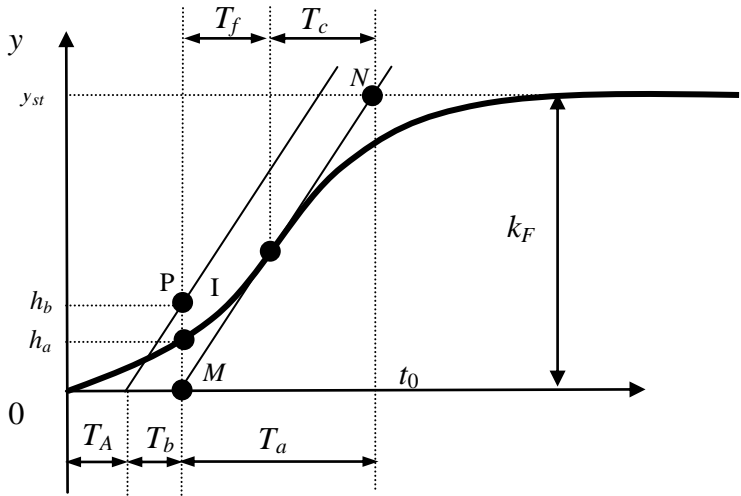


Figura 3.4. Curba experimentală

Pentru curba experimentală obținută (fig. 3.4) se determină mai întâi punctul de inflexiune I , apoi se duce o tangentă la curbă care determină punctele M și N . Verticalele duse prin punctele M , N și I delimitează segmentele T_f , T_c , T_a și h_a . Cu ordonata h_a și se calculează h_p :

$$h_p = h_a \left[2.73 + \frac{0.53}{1 + (150h_a)^{-3}} \right]. \quad (3.12)$$

Constantele de timp T_1 și T_2 se determină astfel:

- pentru $h_a \leq 0.005$:

$$T_1 = T_b \left[1 + 10h_a + 1.73(30h_a)^2 \right]^2. \quad (3.13)$$

– pentru $h_a > 0.005$:

$$T_1 = (T_b + T_f) \left\{ 1 - 200(0.032 - h_a) \left[1 + \left(0.086 + \frac{0.0015}{0.0032 - h_a} \right)^{-1} \right]^{-1} \right\}, \quad (3.14)$$

iar

$$T_2 = T_c - T_1. \quad (3.15)$$

Constantele de timp T_1 și T_2 pot fi determinate și pe baza curbei experimentale, reprezentate în figura 3.5.

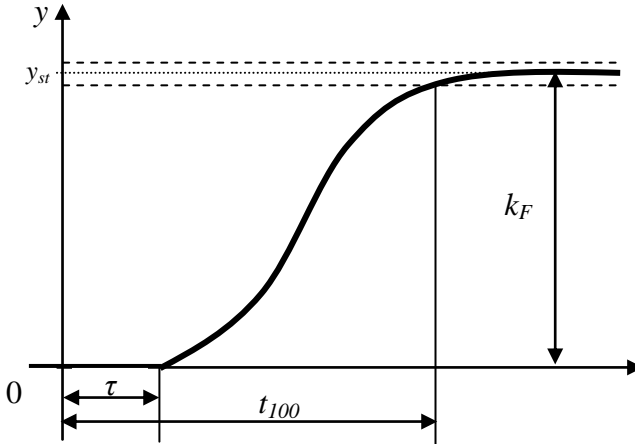


Figura 3.5. Curba experimentală

În acest caz, constantele de timp se determină pe baza relațiilor:

$$\begin{cases} T_1 + T_2 = \frac{t_{70}}{1.2}; \\ T_1 - T_2 = \frac{t_{30} + t_{70}}{0.6} \left(0.45 - \frac{t_{30}}{t_{70}} \right), \end{cases} \quad (3.16)$$

unde t_{30} și t_{70} reprezintă timpii necesari ca mărimea de ieșire să atingă 30%, respectiv 70% din valoarea t_{100} , rezultată în urma aplicării treptei de variație a mărimii de intrare.

3.4. Exemplu de identificare a procesului de umplere–golire pe baza răspunsului tranzitoriu

Este dat un rezervor cu secțiunea constantă, alimentat cu debitul F_a , unde răspunsul sistemului este determinat experimental prin aplicarea unui semnal treaptă de debit $\Delta F_a = 1 \text{ m}^3/\text{h}$ și debitul de alimentare $F_{a0} = 10 \text{ m}^3/\text{h}$. Datele experimentale de variație a debitului în rezervor sunt prezentate în tabelul 3.3.

Tabelul 3.3. Datele experimentale

T	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100
$\Delta h(t)$	0,01	0,03	0,048	0,062	0,072	0,081	0,09	0,098	0,104	0,108	0,11

Factorul de amplificare se calculează în baza relației:

$$k_f = \frac{\Delta h / h_0}{\Delta F_a / F_{a0}} = \frac{\Delta h}{\Delta F_a} \frac{F_{a0}}{h_0} = \frac{0,10}{1} \frac{10}{1} = 1,0.$$

Identificarea prin metoda Kűpfmuller

În baza curbei experimentale reprezentată în figura 3.6 au fost determinate valorile constantei de timp și timpului mort, astfel încât funcția de transfer a procesului identificată în baza metodei Kűpfmuller se prezintă în modul următor:

$$H_F(s) = \frac{k_F \cdot e^{-\tau \cdot s}}{T_F s + 1} = \frac{1 \cdot e^{-40 \cdot s}}{560s + 1}.$$

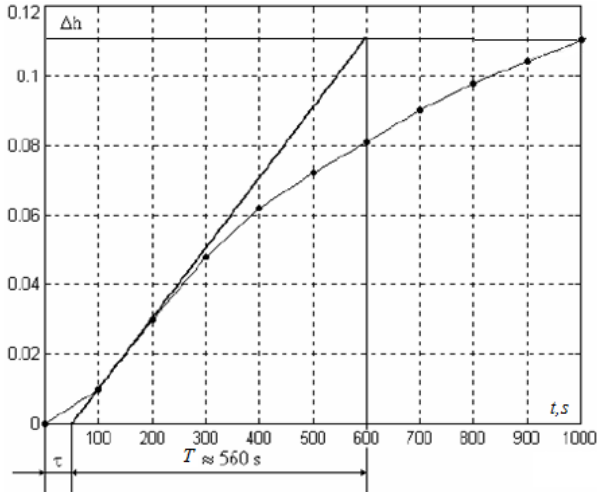


Figura 3.6. Variația nivelului în vas la o variație treaptă a debitului la intrare

Identificarea prin metoda Strejc

În baza curbei experimentale prezentate în figura 3.7 a fost determinat raportul:

$$\frac{T_b}{T_c} = 0.0714.$$

Din tabelul 3.1 rezultă că $n=2$, iar constanta de timp T_F se determină în baza relației:

$$T_F = \frac{t_0 - T_a}{n - 1} = \frac{180 - 0}{2 - 1} = 180 \text{ s.}$$

Cu calculele de mai sus funcția de transfer a procesului se prezintă în modul următor:

$$H_F(s) = \frac{k_F \cdot e^{-\tau \cdot s}}{(T_F s + 1)^n} = \frac{e^{-40 \cdot s}}{(180s + 1)^2}.$$

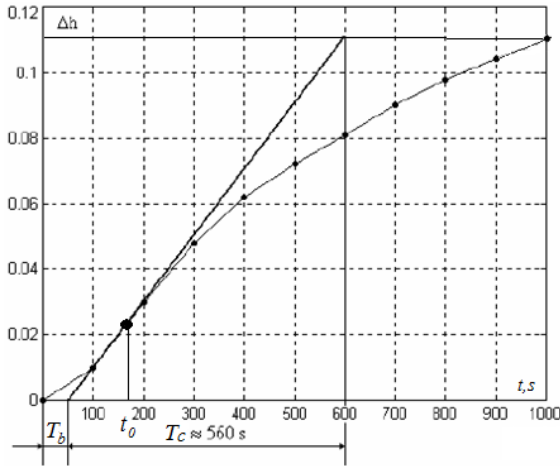


Figura 3.7. Variația nivelului în vas la o variație treaptă a debitului la intrare

Aproximarea procesului tranzitoriu cu funcție de transfer cu inerție de ordinul doi

Pentru aproximarea curbei experimentale cu funcția de transfer de ordinul doi s-a folosit sistemul de ecuații (3.6). Din curba experimentală prezentată în figura 3.6 au fost determinați $t_{30}=315$ s. și $t_{70}=735$ s. Înlocuind aceste valori în sistemul de ecuații (3.6) s-a obținut:

$$\begin{cases} T_1 + T_2 = \frac{t_{70}}{1.2}; \\ T_1 - T_2 = \frac{t_{30} + t_{70}}{0.6} \left(0.45 - \frac{t_{30}}{t_{70}} \right). \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 + T_2 = 612.5; \\ T_1 - T_2 = 33.8826. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = 323.19; \\ T_2 = 289.30. \end{cases}$$

Ținând cont de calculele de mai sus, funcția de transfer a procesului se prezintă în modul următor:

$$H_F(s) = \frac{k_F}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} = \frac{e^{-40s}}{(323.19s + 1)(289.30s + 1)}$$

În figura 3.8 sunt date procesele tranzitorii obținute în cadrul procedurii de identificare și suprapuse cu curba originală.

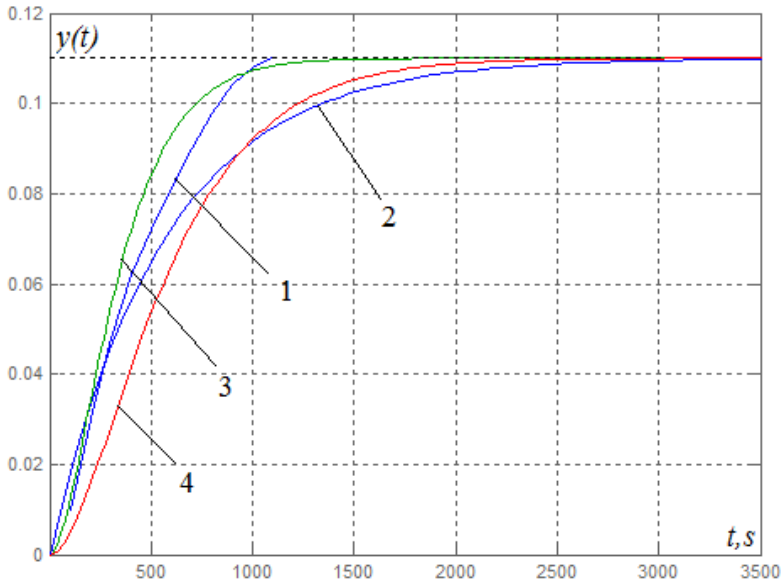


Figura 3.8. Compararea proceselor tranzitorii:

1 – curba experimentală originală; 2 – procesul tranzitoriu identificat în baza metodei Küpfmuller; 3 – procesul tranzitoriu identificat în baza metodei Strejc; 4 – procesul tranzitoriu obținut în urma aproximării curbei experimentale cu funcția de transfer de ordinul doi.

Din figura 3.8 se observă că cele mai bune rezultate au fost obținute în cazul utilizării metodei Strejc.

4. MODELE PARAMETRICE UTILIZATE LA IDENTIFICAREA PROCESELOR

Modelele matematice utilizate în procesul identificării pot fi parametrice și neparametrice.

Modelele neparametrice sunt utilizate în special pentru a obține descrierea priorică mai mult de ordin calitativ a procesului ce trebuie să fie identificat. În acest caz datele achiziționate sunt privite ca date statistice referitoare la dinamica procesului.

Modelele parametrice cele mai utilizate fac parte din clasa ARMAX. Cazurile particulare ale clasei ARMAX sunt modelele: ARX, AR, MA, ARMA.

Clasa ARMAX

Ecuția generală a clasei **ARMAX** $[na, nb, nc, nk]$ (o ecuație cu diferențe) are următoarea formă:

$$\underbrace{A(q^{-1})y[n]}_{AR} = \underbrace{B(q^{-1})u[n]}_X + \underbrace{C(q^{-1})e[n]}_{MA}, \quad \forall n \in N, \quad (4.1)$$

unde:

- u - semnalul de intrare sau de stimul;
- y - semnalul de ieșire sau răspunsul sistemului;
- e - semnalul stocastic ideal numit *zgomot alb*, din punct de vedere statistic, zgomotul alb este prototipul semnalelor total neautocorelate, adică:

$$E\{e[n]e[m]\} = \lambda^2 \delta_0[n-m], \quad \forall n, m \in Z, \quad (4.2)$$

unde: E - operatorul de mediere statistică; δ_0 - impulsul unitar centrat în origine (*simbolul lui Kronecker*); λ^2 - dispersia zgomotului, necunoscută; q^{-1} - operatorul de întârziere cu un pas (de eșantionare), definit prin: $(q^{-1}f)[n] = f[n-1], \forall n \in Z$ pentru orice șir de date f (scalar sau vectorial); A, B, C - polinoame de grade finite:

$$\begin{cases} A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{na} q^{-na} \\ B(q^{-1}) = (b_1 q^{-1} + \dots + b_{nb} q^{-nb}) q^{1-nk}, \\ C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{nc} q^{-nc} \end{cases} \quad (4.3)$$

pentru care coeficienții $\{a_i\}_{i \in \overline{1, na}}$, $\{b_i\}_{i \in \overline{1, nb}}$, $\{c_i\}_{i \in \overline{1, nc}}$ (parametrii modelului), gradele na , nb , nc (indicii structurali ai modelului) (și, uneori, nk – întârzierea intrinsecă a modelului) sunt variabile necunoscute.

Parametrii polinoamelor A, B, C se determină pe baza metodei celor mai mici pătrate.

Clasa ARMAX poate fi prezentată și în felul următor:

$$\begin{cases} y_n = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u_n + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} e_n; \\ E e_n e_m = \lambda^2 \delta_0 \delta_{n-m}. \end{cases} \quad \forall n, m \in N; \quad (4.4)$$

Astfel, se utilizează notațiile:

$$H(q^{-1}, \theta) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} = H(q^{-1}); \quad G(q^{-1}, \theta) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} = G(q^{-1}),$$

unde $H(q^{-1})$ reprezintă funcția de transfer a datelor utile (filtru datelor utile), $G(q^{-1})$ reprezintă funcția de transfer a zgomotului (filtru de zgomot).

Parametrii necunoscuți ai modelului pot fi grupați într-un θ de dimensiune $n\theta = na + nb + nc + 1$ care are următoarea configurație:

$$\theta^T = [a_1 a_2 \dots a_{na} | b_1 b_2 \dots b_{nb} | c_1 c_2 \dots c_{nc} | \lambda^2]. \quad (4.5)$$

Definiția (4.5) este însă rareori folosită. De regulă, vectorul parametrilor necunoscuți are dimensiunea $n\theta = na + nb + nc$ și include numai coeficienții polinoamelor, în timp ce dispersia zgomotului alb este considerată separat de acesta.

Cele mai utilizate modele din clasa ARMAX sunt următoarele:

- Modelul **ARX** [na, nb, nk]:

$$\begin{cases} A(q^{-1})y_n = B(q^{-1})u_n + e_n ; \\ E e_n e_m = \lambda^2 \delta_0^{n-m} . \end{cases} \quad \forall n, m \in N; \quad (4.6)$$

Acest model este utilizat în special în comanda numerică a proceselor și reglarea automată. Se observă că modelul zgomotului nu mai are zerouri ($C(q^{-1}) \equiv 1$). Deși nu atât de precis ca alte modele, modelul ARX este adesea preferat pentru simplitatea sa și pentru faptul că nu necesită metode de identificare complicate. În plus, modelul poate fi folosit și în aplicații de timp real, beneficiind de metode de identificare adaptive extrem de eficiente.

- Modelul **AR** [na]:

$$\begin{cases} A(q^{-1})y_n = e_n ; \\ E e_n e_m = \lambda^2 \delta_0^{n-m} . \end{cases} \quad \forall n, m \in N; \quad (4.7)$$

Acest model este utilizat în predicția optimală a datelor (fiind un model de zgomot), în aplicații de predicție a seriilor de timp, de estimare spectrală, de compresie a datelor, de prelucrare a semnalului vocal.

- Modelul **MA** [nc]:

$$\begin{cases} y_n = C(q^{-1})e_n ; \\ E e_n e_m = \lambda^2 \delta_0^{n-m} . \end{cases} \quad \forall n, m \in N; \quad (4.8)$$

Utilitatea acestui model este destul de redusă din cauza preciziei sale extrem de scăzute sau a numărului mare de parametri necesari pentru a asigura o precizie satisfăcătoare.

- Modelul **ARMA** [na, nc]:

$$\begin{cases} A(q^{-1})y_n = C(q^{-1})e_n ; \\ E e_n e_m = \lambda^2 \delta_0^{n-m} . \end{cases} \quad \forall n, m \in N; \quad (4.9)$$

Dacă se dorește modelarea unui filtru de zgomot cu poli și zerouri, atunci se apelează la acest model. Acest model înglobează modelul AR, prezența zerourilor făcându-l mai precis.

- Modelul **FIR** [nb, nk]:

$$\begin{cases} y_n = B(q^{-1})u_n + e_n ; \\ E e_n e_m = \lambda^2 \delta_0 n-m . \end{cases} \quad \forall n, m \in N; \quad (4.10)$$

Acesta este un model al datelor utile în care se ține cont numai de zerourile filtrului aferent. Precizia sa este redusă, dar modelul este adesea utilizat pentru a detecta ordinul minim de persistență al intrărilor necesar pentru obținerea de date corecte și consistente.

- Modelul **OE** [na, nb, nk]:

$$\begin{cases} A(q^{-1})y_n = B(q^{-1})u_n + A(q^{-1})e_n ; \\ E e_n e_m = \lambda^2 \delta_0 n-m . \end{cases} \quad \forall n, m \in N; \quad (4.11)$$

Denumirea în limba română a acestui model este *eroare de ieșire*, în traducere de la sintagma englezească *output error* (care a condus la eticheta „OE”). Acest nume este sugerat de următoarea ecuație echivalentă cu ecuația principală din (4.11):

$$y_n - \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u_n = e_n ; \quad \forall n, m \in N. \quad (4.12)$$

Se observă că în (4.12) zgomotul alb este asociat direct cu eroarea dintre datele de ieșire măsurate pentru o anumită intrare și datele de ieșire simulate, adică generate folosind filtrul util și aceeași intrare.

Clasa RSISO

Clasa RSISO [na, nb, nc, nd, nf, nk] extinde clasa ARMAX anterioară prin posibilitatea de a preciza polii diferiți ai filtrelor de sistem și de zgomot. Ecuațiile generale ale clasei sunt:

$$\begin{cases} A(q^{-1})y_n = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}u_n + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}e_n ; \\ E e_n e_m = \lambda^2 \delta_0 n-m . \end{cases} \quad \forall n, m \in N; \quad (4.13)$$

unde noile notații se referă la două polinoame:

$$\begin{cases} D(q^{-1}) = 1 + d_1 q^{-1} + \dots + d_{nd} q^{-nd}; \\ F(q^{-1}) = 1 + f_1 q^{-1} + \dots + f_{nf} q^{-nf}. \end{cases}$$

Parametrii $\{a_i\}_{i \in \overline{1, na}}$, $\{b_i\}_{i \in \overline{1, nb}}$, $\{c_i\}_{i \in \overline{1, nc}}$, $\{d_i\}_{i \in \overline{1, nd}}$, $\{f_i\}_{i \in \overline{1, nf}}$, λ^2 , indicii structurali na , nb , nc , nd , nf și întârziere intrinsecă nk sunt necunoscutele modelului.

Cele mai utilizate modele din clasa RSISO sunt următoarele:

- Modelul **OE** [na , nb , nk] care coincide cu cel din clasa **ARMAX**.
- Modelul **FIFN** [nb , nc , nd , nf , nk] sau **BJ** [nb , nc , nd , nf , nk]:

$$\begin{cases} y_n = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})} u_n + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} e_n; \\ E e_n e_m = \lambda^2 \delta_0^{n-m}. \end{cases} \quad \forall n, m \in N; \quad (4.14)$$

Denumirea modelului provine de la sintagma *Filtered Inputs Filtered Noise*, adică *model cu intrare și zgomot filtrate independent* (o altă denumire este cea de *model Box-Jenkins* (BJ)). Se observă că ieșirea reprezintă suma a două semnale obținute independent de la filtre cu poli (eventual și zerouri) diferiți, deoarece polinomul A este unitar.

5. IDENTIFICAREA PARAMETRICĂ

5.1. Metoda celor mai mici pătrate

În cadrul metodei celor mai mici pătrate (MCMMP), sistemul se consideră descris de următoarea ecuație cu diferențe (modelul ARX):

$$A q^{-1} y t = B q^{-1} u t + e t , \quad (5.1)$$

unde: $u t$ - mărimea de intrare;

$y t$ - mărimea de ieșire;

$e t$ - zgomotul alb de medie zero și dispersie λ^2 ;

q^{-1} - operatorul de întârziere;

$$A q^{-1} = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n\hat{a}} q^{-n\hat{a}} ;$$

$$B q^{-1} = 1 + b_1 q^{-1} + \dots + b_{n\hat{b}} q^{-n\hat{b}} .$$

Modelul se consideră descris de o ecuație cu diferențe care are aceeași structură ca și ecuația de mai sus:

$$\bar{A} q^{-1} y t = \bar{B} q^{-1} u t + \varepsilon t , \quad (5.2)$$

unde: $u t$ - mărimea de intrare;

$y t$ - mărimea de ieșire;

εt - reziduu modelului;

q^{-1} - operatorul de întârziere;

$$\bar{A} q^{-1} = 1 + \bar{a}_1 q^{-1} + \dots + \bar{a}_{n\hat{a}} q^{-n\hat{a}} ; \quad (5.3)$$

$$\bar{B} q^{-1} = 1 + \bar{b}_1 q^{-1} + \dots + \bar{b}_{n\hat{b}} q^{-n\hat{b}} . \quad (5.4)$$

Se fac următoarele notații:

$$\bar{\theta} = \left[\bar{a}_1 \dots \bar{a}_{n\hat{a}} \quad \bar{b}_1 \dots \bar{b}_{n\hat{b}} \right]^T ; \quad (5.5)$$

$$\bar{\varphi}^T t = \left[-y_{t-1} \dots -y_{t-n\hat{a}} \quad u_{t-1} \dots u_{t-n\hat{b}} \right]^T. \quad (5.6)$$

Ținând cont de aceste notații, mărimea de ieșire dată de model este:

$$y_m t = \varphi^{-T} t \bar{\theta} + \varepsilon t. \quad (5.7)$$

Având disponibilă structura modelului (na, nb) , se impune condiția ca media pătratică a erorii de predicție să fie minimă. Estimația celor mai mici pătrate a lui $\bar{\theta}$, bazată pe n date, este prin definiție

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\bar{\theta}} V \bar{\theta}, \quad (5.8)$$

unde:

$$V \bar{\theta} = \sum_{i=1}^n \left[y_{t_i} - \varphi^{-T} t_i \bar{\theta} \right]^2. \quad (5.9)$$

Din condiția de mai sus rezultă:

$$\hat{\theta} = \left(\sum_{i=1}^N \bar{\varphi}^T t_i \bar{\varphi}^T t_i \right)^{-1} \sum_{i=1}^N \bar{\varphi}^T t_i y_{t_i}. \quad (5.10)$$

În continuare, vor fi enunțate câteva rezultate referitoare la existența matricei inverse:

$$V_{\theta\theta} = \sum_{i=1}^N \bar{\varphi}^T t_i \bar{\varphi}^T t_i \quad (5.11)$$

și a consistenței estimatorului $\hat{\theta}$.

Problema consistenței estimatorului și a existenței matricei inverse de mai sus este strâns corelată cu persistența semnalului de intrare u . Dacă se notează:

$$\theta = \left[\bar{a}_1 \dots \bar{a}_{na} \quad \bar{b}_1 \dots \bar{b}_{nb} \right]^T - \text{parametrii modelului,}$$

iar cu

$$\varphi^T t = \left[-y_{t-1} \dots -y_{t-n_a} \quad u_{t-1} \dots u_{t-n_b} \right]^T - \text{vectorul care}$$

conține *istoria* procesului (intrările și ieșirile anterioare), atunci ecuația principală ia forma următoare:

$$y_t = \varphi^T t \theta + \varepsilon_t . \quad (5.12)$$

Modelul va fi descris printr-o ecuație de aceeași formă

$$y_m t = \bar{\varphi}^T t \bar{\theta} + \varepsilon_t , \quad (5.13)$$

unde: $\bar{\theta}$ - parametrii estimați, iar

$$\bar{\varphi} t = \left[-y_{t-1} \dots -y_{t-\bar{n}_a} \quad u_{t-1} \dots u_{t-\bar{n}_b} \right]^T . \quad (5.14)$$

Estimarea parametrilor modelului $\bar{\theta}$ presupune în primul rând stabilirea \bar{n}_a , \bar{n}_b , apoi determinarea vectorului θ pe baza datelor de intrare și ieșire.

De fapt, esența metodei constă în presupunerea că modelul este determinist:

$$y_m t = \bar{\varphi}^T t \bar{\theta} , \quad (5.15)$$

situație în care $\hat{\theta}$ se calculează impunându-se următoarea condiție:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\bar{\theta}} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y_t - y_m t^2 = \arg \min_{\bar{\theta}} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left(y_t - \bar{\varphi}^T t \bar{\theta} \right)^2 . \quad (5.16)$$

Expresia explicită a lui $\hat{\theta}$ se obține din condiția de anulare a gradientului funcției-criteriu:

$$\begin{aligned} V_{\bar{\theta}} \hat{\theta} = 0, \quad \frac{\partial V}{\partial \bar{\theta}} \Big|_{\bar{\theta}=\hat{\theta}} = -2 \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \bar{\varphi}^T t \left(y_t - \bar{\varphi}^T t \hat{\theta} \right)^2 = 0; \Rightarrow \\ \sum_{t=1}^N \bar{\varphi}^T t y_t = \sum_{t=1}^N \bar{\varphi}^T t \bar{\varphi}^T t \hat{\theta}; \Rightarrow \quad (5.17) \\ \hat{\theta} = \left[\sum_{t=1}^N \bar{\varphi}^T t \bar{\varphi}^T t \right]^{-1} \sum_{t=1}^N \bar{\varphi}^T t y_t . \end{aligned}$$

Dacă se notează:

$$Y = \left[y_1 \dots y_N \right]^T , \quad \Phi^T = \left[\bar{\varphi}_1 \dots \bar{\varphi}_N \right] , \quad (5.18)$$

atunci se obține

$$\Phi^T \Phi = \sum_{t=1}^N \bar{\varphi}^T t \bar{\varphi} t , \quad (5.19)$$

$$\Phi^T Y = \begin{bmatrix} \bar{\varphi}^T 1 & \dots & \bar{\varphi}^T N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y 1 \\ \vdots \\ y N \end{bmatrix} = \sum_{t=1}^N \bar{\varphi}^T t y t , \quad (5.20)$$

$$Y = \Phi \theta + \varepsilon . \quad (5.21)$$

Ținând cont de aceste notații, estimatorul se poate scrie sub forma următoare:

$$\hat{\theta} = \left[\Phi^T \Phi \right]^{-1} \Phi^T Y . \quad (5.22)$$

Estimatorul dat prin relația de mai sus reprezintă *estimatorul celor mai mici pătrate* care s-a obținut pe baza datelor de intrare $u 1, \dots, u N$ și a celor de ieșire $y 1, \dots, y N$.

5.2. Metoda variabilei instrumentale

Metoda variabilei instrumentale poate fi privită ca o generalizare a metodei celor mai mici pătrate ce furnizează numai partea deterministă a modelului.

Fie sistemul descris de următoarea ecuație cu diferențe:

$$A q^{-1} y t = B q^{-1} u t + \varepsilon t , \quad (5.23)$$

sau de ecuația:

$$y t = \varphi^T t \cdot \theta + \varepsilon t , \quad (5.24)$$

unde s-a notat:

$$\varphi t = \left[-y t-1 \dots -y t-n_{na} \quad u t-1 \dots u t-n_{nb} \right]^T ,$$

$$\theta = \left[a_1 \dots a_{na} \quad b_1 \dots b_{nb} \right]^T . \quad (5.25)$$

Estimația se poate obține și euristic, înmulțindu-se relația (5.25) la stânga cu φt :

$$\varphi t \cdot y t = \varphi t \cdot \varphi^T t \cdot \theta + \varphi t \cdot \varepsilon t ,$$

$$\sum_{t=1}^N \varphi t \cdot y t = \sum_{t=1}^N \varphi t \cdot \varphi^T t \cdot \theta + \sum_{t=1}^N \varphi t \cdot \varepsilon t , \quad (5.26)$$

$$\hat{\theta} = \left[\sum_{t=1}^N \varphi t \cdot \varphi^T t \right]^{-1} \cdot \sum_{t=1}^N \varphi t \cdot y t .$$

În această relație s-a neglijat termenul

$$\left[\sum_{t=1}^N \varphi t \cdot \varphi^T t \right]^{-1} \cdot \sum_{t=1}^N \varphi t \cdot \varepsilon t . \quad (5.27)$$

Dacă φ și ε sunt necorelate, atunci termenul de mai sus care s-a neglijat în relația respectivă este ne semnificativ, ceea ce înseamnă ca y și ε respectiv u și ε sunt necorelate.

Observație:

Aspectul care intervine în analiza ce urmează se referă la faptul că u și ε sunt necorelate, iar y și ε sunt corelate, deoarece $y = \varphi^T \cdot \theta + \varepsilon$. Deci, ε se adaugă la ieșire. Pornind de la această constatare, se înmulțește relația care descrie procesul (a doua expresie din 5.26) cu $z t$ format numai din valori ale lui $u t$,

situație în care $\sum_{t=1}^N z t \cdot \varepsilon t$ se poate neglija, deoarece $u t$ și εt sunt necorelate.

Datorită acestei observații relația ia forma următoare:

$$\sum_{t=1}^N z t \cdot \varepsilon t = \left(\sum_{t=1}^N z t \cdot \varphi^T t \right) \hat{\theta} , \quad (5.28)$$

unde $\hat{\theta}$ se numește **estimație de variabilă instrumentală**, iar $z t$ este **vector de variabilă instrumentală** care nu are o semnificație fizică, constituind doar un instrument de lucru.

Dacă se consideră $\dim z = \dim \theta = n_a + n_b = n_\theta$, atunci

$$\hat{\theta} = \left(\sum_{t=1}^N z_t \cdot \varphi^T t \right)^{-1} \sum_{t=1}^N z_t \cdot y_t . \quad (5.29)$$

În relația anterioară s-a considerat că există inversa matricei

$$\left(\sum_{t=1}^N z_t \cdot \varphi^T t \right) . \quad (5.30)$$

Un vector de variabilă instrumentală frecvent utilizat în conjuncție cu relația precedentă este și vectorul următor:

$$z_t = F q^{-1} \cdot \left[u_{t-1} \dots u_{t-n_\theta} \right]^T , \quad (5.31)$$

unde $F q^{-1}$ este un filtru stabil.

Dacă nu există informații despre proces, atunci se consideră $F q^{-1} = 1$. Dacă sunt disponibile informații (de exemplu se cunosc estimățiile inițiale \tilde{A} , \tilde{B} pentru polinoamele A și B), atunci se poate alege:

$$F q^{-1} = 1 / \tilde{A} q^{-1} . \quad (5.32)$$

Introducerea lui $F q^{-1}$ are o mare importanță în ceea ce privește precizia și stabilitatea numerică a algoritmului de identificare.

O transformare liniară a vectorului z_t nu afectează estimăția. Pentru a demonstra această afirmație se consideră următoarea transformare liniară și nesingulară a lui z_t :

$$\tilde{z}_t = S \cdot z_t , \quad (5.33)$$

unde S este o matrice de dimensiune $n_\theta \times n_\theta$.

Utilizându-se transformarea de mai sus, relația lui $\hat{\theta}$ ia forma:

$$\begin{aligned}
 \tilde{\theta} &= \left(\sum_{t=1}^N \tilde{z}_t \cdot \varphi^T t \right)^{-1} \sum_{t=1}^N \tilde{z}_t \cdot y_t = \\
 &= \left(S \cdot \sum_{t=1}^N z_t \cdot \varphi^T t \right)^{-1} \left(S \cdot \sum_{t=1}^N z_t \cdot y_t \right) = \quad (5.34) \\
 &= \left(\sum_{t=1}^N z_t \cdot \varphi^T t \right)^{-1} \left(\sum_{t=1}^N z_t \cdot y_t \right) = \hat{\theta},
 \end{aligned}$$

ceea ce justifică faptul că transformarea respectivă nu afectează estimăția.

Pentru a pune în evidență anumite aspecte ale estimatorului de variabilă instrumentală se consideră transformarea următoare:

$$\tilde{z}_t = S \cdot z_t = \begin{bmatrix} -\frac{\tilde{B} q^{-1}}{\tilde{A} q^{-1}} u_{t-1} \\ \vdots \\ -\frac{\tilde{B} q^{-1}}{\tilde{A} q^{-1}} u_{t-n_a} \\ u_{t-1} \\ \vdots \\ u_{t-n_b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\tilde{y}_{t-1} \\ \vdots \\ -\tilde{y}_{t-n_a} \\ u_{t-1} \\ \vdots \\ u_{t-n_b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\tilde{z}_{t-1} \\ \vdots \\ -\tilde{z}_{t-n_b} \\ u_{t-1} \\ \vdots \\ u_{t-n_b} \end{bmatrix}. \quad (5.35)$$

În relația de mai sus s-a considerat $\tilde{A} q^{-1} \tilde{y}_t = \tilde{B} q^{-1} u_t + \tilde{\varepsilon}_t$, unde s-a neglijat reziduul aleator $\tilde{\varepsilon}_t$, iar $\tilde{A} q^{-1}$ și $\tilde{B} q^{-1}$ reprezintă estimății inițiale (aproximative) ale părții deterministe a modelului.

Se poate demonstra că dacă $\tilde{A} q^{-1}$ și $\tilde{B} q^{-1}$ sunt prime, atunci mărimea S este nesingulară. Utilizându-se transformarea de mai sus, se poate afirma că pentru aproximații bune ale părții deterministe $\tilde{A}; \tilde{B} \cong A; B$ și pentru un N suficient de mare putem scrie următoarea relație:

$$\sum_{t=1}^N \tilde{z} t \cdot \varphi^T t \cong \sum_{t=1}^N \tilde{z} t \cdot \tilde{z}^T t, \quad (5.36)$$

deci, matricea care se inversează tinde, pe măsură ce estimațiile \tilde{A} , \tilde{B} se corectează, la o matrice simetrică, pozitiv definită și mai bine condiționată decât o matrice nesimetrică și indefinită. În acest caz, estimatorul variabilă instrumentală obținut este mai precis, ceea ce justifică calculele efectuate prin transformarea $\tilde{z} t = S \cdot z t$.

O problemă analizată în cele ce urmează este și consistența estimatorului de variabilă instrumentală. Se consideră sistemul stocastic monovariabil (S) definit prin ecuația următoare:

$$A q^{-1} y t = B q^{-1} u t + v t, \quad (5.37)$$

iar modelul descris prin ecuația:

$$\bar{A} q^{-1} y t = \bar{B} q^{-1} u t + \bar{v} t, \quad (5.38)$$

unde:

$$v t = H q^{-1} e t, \quad \bar{v} t = \bar{H} q^{-1} \varepsilon t;$$

$e t$ - zgomot alb;

εt - reziduurile modelului.

După cum se știe, $H q^{-1}$ și $\bar{H} q^{-1}$ reprezintă modelul zgomotului, iar în cele ce urmează se consideră de forma următoare:

$$H q^{-1} = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{nc} q^{-nc}; \quad (5.39)$$

$$\bar{H} q^{-1} = 1 + \bar{c}_1 q^{-1} + \dots + \bar{c}_{nc} q^{-nc}. \quad (5.40)$$

Se definește vectorul variabilă instrumentală de forma:

$$z_t = \left[-y_{t-1-\hat{n}_c} \dots -y_{t-n_c-\hat{n}_c} \quad u_{t-1} \dots u_{t-\hat{n}_b} \right]^T. \quad (5.41)$$

În aceste condiții, estimăția $\hat{\theta}$ este dată de relația următoare:

$$\hat{\theta} = \theta + \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N z_t \cdot \varphi^T t \right]^{-1} \cdot \left(\sum_{t=1}^N z_t \cdot v_t \right). \quad (5.42)$$

Termenul $\sum_{t=1}^N z_t \cdot v_t \rightarrow 0$ din relația anterioară tinde la zero dacă N tinde la infinit, deoarece z_t nu mai este corelat cu v_t . Aceasta se justifică prin faptul că v_t conține eșantioane până la momentul $t - \hat{n}_c$, iar z_t conține eșantioanele $-y_{t-1-\hat{n}_c} \dots -y_{t-n_c-\hat{n}_c}$ care nu mai sunt corelate cu ε_{t-i} $_{i=1, n_c}$.

În cele ce urmează se face următoarea notație

$$\tilde{n} = \min \hat{n}_a - n_a, \hat{n}_b - n_b, \hat{n}_c - n_c, \quad (5.43)$$

necesară estimării teoremei de mai jos.

În continuare este prezentat algoritmul metodei variabilei instrumentale pentru cazul când vectorul \tilde{z} are forma:

$$\begin{aligned} \tilde{z} &= \left[\tilde{z}_{t-1} \dots \tilde{z}_{t-\bar{n}_a} \quad \tilde{z}_{t-\bar{n}_a-1} \dots \tilde{z}_{t-\bar{n}_a-\bar{n}_b} \right]^T = \\ &= \left[\tilde{z}_{t-1} \dots \tilde{z}_{t-\bar{n}_a} \quad u_{t-1} \dots u_{t-\bar{n}_b} \right]^T, \end{aligned} \quad (5.44)$$

unde:

$$\tilde{z}_{t-i} = \frac{\tilde{B} q^{-1}}{\tilde{A} q^{-1}} \cdot u_{t-1} \quad i = \overline{1, \bar{n}_a}. \quad (5.45)$$

Înregistrările obținute de la proces se presupun cunoscute și se notează cu u_t, y_t $_{t=\overline{1, N}}$

Algoritmul metodei de variabilă instrumentală

Pasul 1: se determină \hat{A}° și \hat{B}° , utilizând metoda celor mai mici pătrate.

Pasul 2: se inițializează contorul $i = 1$.

Pasul 3: se determină estimația de variabilă instrumentală:

$$\hat{\theta}^i = \left(\sum_{t=1}^N \tilde{z}^i_t \cdot \varphi^T_t \right)^{-1} \cdot \sum_{t=1}^N \tilde{z}^i_t \cdot y_t, \quad (5.46)$$

unde:

$$\hat{\theta}^i = \left[\hat{a}_1^i \dots \hat{a}_{na}^i \quad \hat{b}_1^i \dots \hat{b}_{nb}^i \right]^T; \quad (5.47)$$

$$\tilde{z}^i = \left[-\frac{\hat{B}^{i-1} q^{-1}}{\hat{A}^{i-1} q^{-1}} \cdot u_{t-1} \dots -\frac{\hat{B}^{i-1} q^{-1}}{\hat{A}^{i-1} q^{-1}} \cdot u_{t-\hat{n}_a} \quad u_{t-1} \dots u_{t-\hat{n}_b} \right]^T;$$

$$\varphi_t = \left[-y_{t-1} \dots -y_{t-\hat{n}_a} \quad u_{t-1} \dots u_{t-\hat{n}_b} \right]^T,$$

iar \hat{B}^{i-1} , \hat{A}^{i-1} reprezintă estimațiile obținute pentru valoarea contorului egală cu $i-1$.

Pasul 4: se incrementează contorul $i = i+1$.

Pasul 5: dacă $M \left[z_t \cdot v_t \right] \leq \mathcal{E}_{impuls}$, atunci – STOP, altfel – continuă.

Pasul 6: dacă $i < M_{impuls}$, atunci – salt la pasul 3, altfel STOP.

După cum se observă, algoritmul se oprește dacă este îndeplinită una din următoarele condiții de STOP:

- $M \left[z_t \cdot v_t \right] \leq \mathcal{E}_{impuls}$, ceea ce înseamnă că vectorul estimatelor $\hat{\theta}$ s-a obținut cu o precizie bună.
- $i < M_{impuls}$, ceea ce înseamnă că după parcurgerea unui număr M_{impuls} de iterații nu s-a îndeplinit criteriul anterior.

6. MEDIUL MATLAB PENTRU MODELAREA SISTEMELOR DINAMICE

6.1. Caracteristici principale ale mediului Matlab

MATLAB este un software performant destinat calculelor tehnice, având o interfața comodă cu utilizatorul. Acesta oferă inginerilor, cercetătorilor și tehnicienilor un sistem unitar și interactiv, care include calcule numerice și vizualizări grafice, prin aceasta sprijinind creativitatea și creșterea productivității.

MATLAB condiționează dezvoltarea unei familii de aplicații sub forma toolbox-urilor. Aceste toolbox-uri facilitează învățarea și aplicarea tehnologiilor specializate din diverse domenii. Sunt disponibile toolbox-uri pentru domenii cum ar fi: procesarea numerică a semnalelor, sistemele de conducere automată, rețelele neurale, logica fuzzy, wavelet, simularea (SIMULINK), identificarea etc. MATLAB poate fi considerat un limbaj de programare adaptat pentru problemele științifice.

Sistemul MATLAB constă din cinci părți principale:

- **Limbajul MATLAB**
- **Mediul de lucru MATLAB**
- **Handle Graphics[®]**
- **Biblioteca de funcții matematice a MATLAB**
- **Interfața de aplicații program a MATLAB (API)**

Limbajul MATLAB: reprezintă un limbaj de nivel înalt de tip matrice/tablou cu instrucțiuni de control al salturilor, funcții, structuri de date, intrări/ieșiri și cu proprietăți de programare orientată pe obiecte.

Mediul de lucru MATLAB: reprezintă un set de facilități care ușurează manevrarea variabilelor în spațiul de lucru, importul și exportul de date, dezvoltarea, manipularea, editarea și depanarea fișierelor MATLAB (.m) și a aplicațiilor MATLAB.

Handle Graphics[®]: reprezintă sistemul grafic al MATLAB. Cuprinde comenzi de înalt nivel pentru vizualizarea datelor bi- și tridimensionale, procesarea imaginilor, animație, prezentări de

grafice. Permite, de asemenea, utilizarea unor comenzi de nivel scăzut pentru crearea unor interfețe grafice GUI.

Biblioteca de funcții matematice a MATLAB: reprezintă o colecție complexă de algoritmi de calcul pornind de la funcții elementare (sinus, cosinus etc.) până la funcții sofisticate (inversarea de matrice, valori proprii, funcții Bessel, FFT etc.).

Interfața de aplicații program a MATLAB (API) este o bibliotecă care permite scrierea de programe în C sau Fortran care interacționează cu MATLAB. Include facilități pentru apelarea rutinelor din MATLAB, apelarea MATLAB ca mașină de calcul, scrierea și citirea fișierelor de tip .MAT.

Pachetul SIMULINK

- SIMULINK[®] este un pachet software atașat MATLAB și reprezintă un sistem interactiv pentru simularea dinamicii sistemelor neliniare (bineînțelese și a celor liniare). Este conceput sub forma unei interfețe grafice care permite crearea unui model prin “trasarea” schemei-bloc a sistemului, apoi simularea dinamicii sistemului.
- SIMULINK poate lucra cu sisteme liniare, neliniare, continue, discrete, multivariabile etc.
- SIMULINK beneficiază de așa-numitele *Blockset* care sunt de fapt biblioteci suplimentare ce conțin aplicații specializate din domenii cum ar fi: comunicații, procesarea semnalelor etc.

În MATLAB se utilizează diferite tipuri de ferestre pentru introducerea de comenzi, date și vizualizarea acestora. Fereastra de comanda (fig. 6.1) este fereastra în care utilizatorul tastează instrucțiunile, iar MATLAB returnează rezultatele. În ferestrele grafice (fig. 6.2) MATLAB trasează graficele cu ajutorul funcțiilor predefinite în MATLAB. O serie de alte ferestre grafice sunt disponibile pentru bibliotecile de funcții speciale ale MATLAB, Simulink sau alte obiecte predefinite.

Versiunea 6.5 a MATLAB conține un ansamblu de diferite ferestre (fig. 6.3) pentru vizualizarea comenzilor MATLAB, fereastra cu istoricul de comenzi, fereastra spațiului de lucru, fereastra ce

afișează proprietățile variabilelor utilizate în sesiunea de lucru din MATLAB.

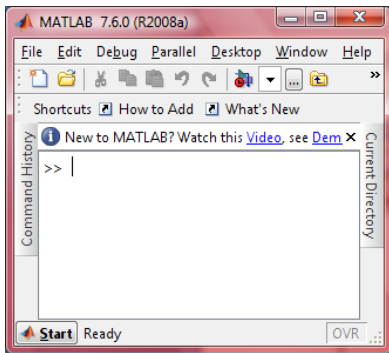


Figura 6.1. Fereastra de comandă

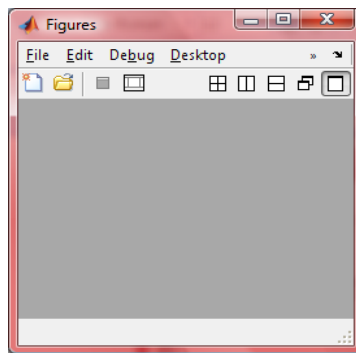


Figura 6.2. Fereastra pentru grafice

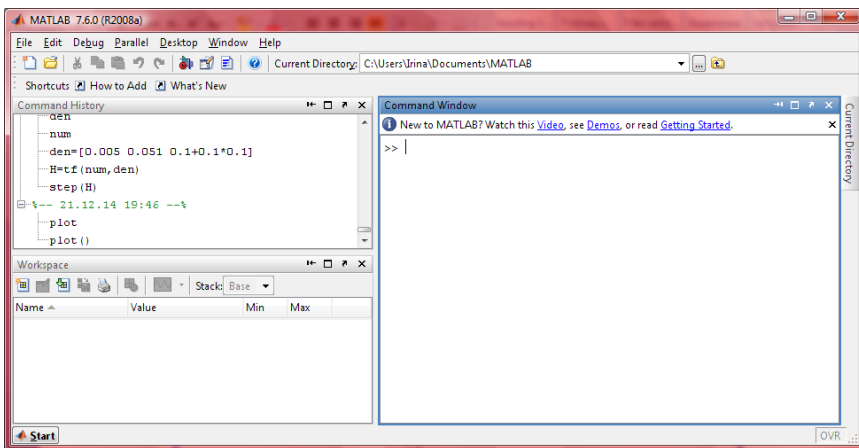


Figura 6.3. Spațiul de lucru MATLAB

În sesiunile de lucru ale pachetului de programe MATLAB se întâlnesc o serie de fișiere cu următoarea semnificație:

- **Fișierele cu extensia M:** sunt fișiere ce conțin linii de comandă MATLAB și pot fi apelate în linia de comandă MATLAB pentru a executa setul de comenzi conținute în aceste fișiere. Fișierele de tip M sunt elaborate de către utilizator într-o fereastră de editare de tipul celei din figura 6.4.

- **Fișierele cu extensia P:** reprezintă versiunea predefinită a fișierelor de tip M.
- **Fișierele cu extensia MDL:** sunt fișiere care reprezintă modele Simulink. Fereastra de editare a liniilor MDL este cea din figura 6.5.
- **Fișierele cu extensia MAT:** sunt fișierele utilizate pentru importul sau exportul de date în sau dinspre MATLAB.

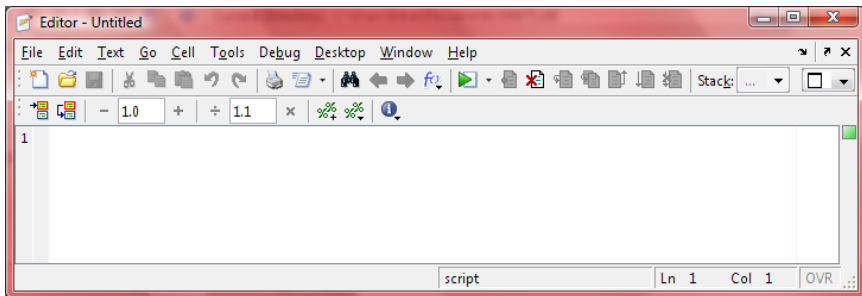


Figura 6.4. Fereastra de editare a fișierilor cu extensia “*.m”

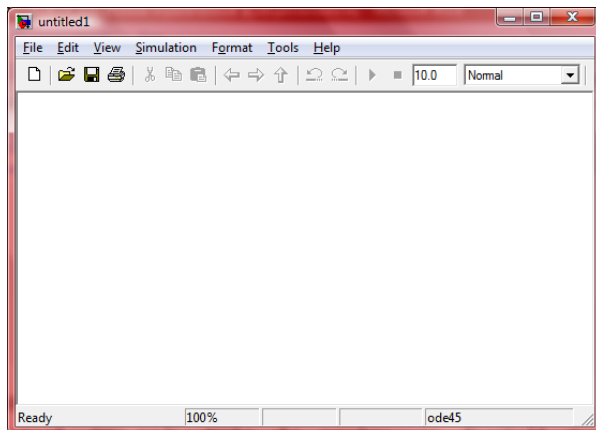


Figura 6.5. Fereastra de editare a modelelor Simulink

6.2. Modelarea în MATLAB a sistemelor dinamice liniare invariante în timp

Modelul unui sistem dinamic liniar invariant în timp (Linear Time Invariant – LTI) poate fi descris în MATLAB prin funcția de transfer (modelul TF), modelul de stare (modelul SS), model poli-zerouri–factor de amplificare (modelul ZPK), răspunsul în frecvență (modelul FRD). Pentru fiecare tip de model mediul MATLAB oferă o structură de date specifică, care încapsulează datele modelului și permite manipularea sistemelor LTI ca entități și nu ca o colecție de vectori sau matrice de date. Implementarea obiectelor LTI se bazează pe facilitățile de programare orientată obiect a MATLAB.

Obiectele LTI sunt structuri MATLAB care conțin un *flag* ce indică clasa modelului (TF, ZPK, SS sau FRD), precum și câmpuri predefinite ce reprezintă **proprietățile obiectului** (datele modelului, constante de timp de întârziere, numele semnalelor de intrare/ieșire). Funcțiile care se referă la un anumit obiect LTI reprezintă **metodele obiectului**. Un obiect LTI de tip TF, ZPK, SS sau FRD este creat prin invocarea funcției constructor specifice: *tf*, *zpk*, *ss* sau *frd*.

6.2.1. Modele LTI pentru sistemele continue în timp

Funcția de transfer (obiect TF)

Funcția de transfer de tulp:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (6.1)$$

poate fi prezentată în MATLAB prin următoarea modalitate:

- » *num* = [*bm ... b1 b0*]
- » *den* = [*an ... a1 a0*]
- » *G* = *tf(num, den)*

unde *num* și *den* reprezintă vectori-linie ce conțin coeficienții polinoamelor *B(s)* și respectiv *A(s)* în ordine descrescătoare a puterilor lui *s*.

Comanda $pzmap(G)$ afișează distribuția poli-zerouri în plan complex al funcției de transfer G .

Exemplu:

```
num=[1 2] % se inițializează coeficienții numărătorului
den=[1 2 5] % se inițializează coeficienții numitorului
sis=tf(num,den)
```

Răspunsul la ultima comandă este:
transfer function:

$$\frac{s + 2}{s^2 + 2s + 5}$$

Modele zerouri – poli – factor de amplificare (obiect ZPK)

Funcția de transfer de tipul:

$$H(s) = k \cdot \frac{\prod_{i=1}^{n-1} (s - z_i)}{\prod_{i=1}^n (s - p_i)} \tag{6.2}$$

poate fi prezentată în MATLAB prin unul din modurile:

- utilizând funcția constructor *zpk*:
 - » $z = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_m]$
 - » $p = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_n]$
 - » $H = zpk(z, p, k)$

unde: z și p reprezintă vectori-linie ce conțin zerourile, respectiv polii funcției de transfer $H(s)$, iar k este factorul de amplificare;

- ca o expresie rațională în variabila s , definită ca model ZPK:
 - » $s = zpk('s')$

Exemplu: Fie $k = 20$; $z_1 = -1$; $p_1 = -4$; $p_2 = -5$

```
%se generarea modelului cu funcția zpk
» z=[-1]; p=[-4 -5]
» sys=zpk(z,p,20)
```

» *step(sys)* % reprezintă procesul tranzitoriu când la intrare se
% aplică semnalul treaptă unitară

Rezultat:

Zero/pole/gain:

$$\frac{20(s + 1)}{(s + 4)(s + 5)}$$

% se convertește modelul sys din forma zpk în forma

» *sysI=tf(sys)*

Rezultat:

Transfer function:

$$\frac{20s + 20}{s^2 + 9s + 20}$$

Model de stare (obiect SS)

Fie sistemul dinamic liniar descris de ecuațiile de stare:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu; \\ y = Cx + Du, \end{cases} \quad (6.3)$$

unde:

$x \in R^n$ – vectorul de stare;

$u \in R^m$ – vectorul semnalelor de intrare;

$y \in R^p$ – vectorul semnalelor de ieșire;

A, B, C, D – matrice reale de dimensiuni adecvate.

Obiectul SS corespunzător se obține specificând matricele A, B, C, D și utilizând apoi funcția constructor *ss*:

» *sys = ss(A, B, C, D)*

Această comandă creează un obiect SS care conține matricele A, B, C, D , numele stărilor, semnalelor de intrare și de ieșire.

Exemplu:

Sistemul descris de ecuațiile de stare (6.3) cu valori:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} .$$

Comanda MATLAB:

» `sys = ss([0 1; -5 -2], [0 3], [0 1], 0)`

Model bazat pe datele răspunsului la frecvență (obiect FRD)

În anumite situații pot fi disponibile numai datele corespunzătoare răspunsului frecvențial al unui anumit sistem, date obținute prin simulare sau experimental. Un obiect FRD este un model care poate fi utilizat pentru a stoca datele răspunsului la frecvență, și anume, vectorul punctelor de frecvență utilizate,

$\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ și răspunsul complex la frecvență $G(j\omega_k)_{k=1, \dots, n}$.

Modelul FRD poate fi utilizat pentru a analiza un anumit sistem, folosind tehnici de analiză în frecvență sau pentru a obține modelul TF, ZPK sau SS, utilizând tehnici de identificare a sistemelor.

6.2.2. Modele LTI pentru sisteme discrete în timp

Crearea modelelor corespunzătoare sistemelor liniare discrete este similară creării sistemelor continue, fiind necesară în plus specificarea perioadei de eșantionare, notată cu T_s :

» `sys1 = tf(num, den, Ts)`

» `sys2 = zpk(Z, P, K, Ts)`

» `sys3 = ss(A, B, C, D, Ts)`

Prin convenție, perioada de eșantionare a unui sistem dinamic liniar continuu în timp este $T_s=0$. Considerând $T_s=-1$, se creează un model discret a cărui perioadă de eșantionare nu este precizată.

Modelele TF și ZPK ale sistemelor discrete pot fi specificate și definind variabila z ca model TF (respectiv ZPK) cu perioada de eșantionare corespunzătoare:

» `z = tf('z', Ts); % obiect TF`

sau:

» `z = zpk('z', Ts); % obiect ZPK`

Definind variabila z în unul din modurile de mai sus, orice expresie rațională în z creează un model discret de același tip cu z și cu aceeași perioadă de eșantionare.

Exemplu:

Comenzile:

```
» z = tf('z', 0.1); % obiect TF
» G = [ z/(z+0.1)/(z+0.2) ; (z^2+0.2*z+0.1)/
      (z^2+0.2*z+0.01)];
```

creează modelul ZPK:

$$H(z) = \left[\begin{array}{c} z \\ (z + 0.1)(z + 0.2) \\ \frac{z^2 + 0.2z + 0.1}{(z + 0.1)^2} \end{array} \right],$$

cu perioada de eșantionare $T_s=0.1$ secunde.

În mod uzual, în aplicațiile de prelucrare digitală a semnalelor se utilizează funcții discrete de transfer reprezentate ca expresii raționale în z^{-1} , numărătorul și numitorul fiind polinoame ordonate în ordinea crescătoare a puterilor lui, de exemplu:

$$H(z^{-1}) = \frac{1 + 0.5z^{-1}}{1 + 2z^{-1} + 3z^{-2}}.$$

Modelul MATLAB al unei asemenea funcții de transfer se obține utilizând funcția *filt*, a cărei sintaxă de apel este:

```
» sys = filt(num, den); % dacă nu se specifică Ts
```

```
» sys = zpk(num, den, Ts); % dacă se specifică Ts
```

unde *num* și *den* sunt vectori ce conțin coeficienții numărătorului și numitorului în ordinea crescătoare a puterilor lui z^{-1} .

Funcția de transfer $H(z^{-1})$ de mai sus în acest caz poate fi prezentată în felul următor:

```
» G = filt([1 0.5], [1 2 3])
```

dacă perioada de eșantionare este lăsată nespecificată.

6.2.3. Extragerea datelor din modele LTI

Funcțiile constructor *tf*, *zpk*, *ss* sau *frd* „împachetează” datele modelului și perioada de eșantionare într-un obiect LTI. Pentru a extrage datele dintr-un obiect LTI numit *sys* de tip TF, ZPK sau SS se poate utiliza una din comenzile:

- » *[num, den, Ts] = tfdata(sys);*
- » *[Z, P, K, Ts] = zpkdata(sys);*
- » *[A, B, C, D, Ts] = ssdata(sys).*

6.2.4. Conversia obiectelor LTI

Fiind dat un modelul *sys* de tip TF, ZPK sau SS, acesta poate fi convertit în mod explicit la un model de alt tip prin comenzile:

- » *sys = tf(sys) % Conversie la TF*
- » *sys = zpk(sys) % Conversie la ZPK*
- » *sys = ss(sys) % Conversie la SS*

Modelele FRD nu pot fi convertite în modele de alt tip.

6.2.5. Conversia modelelor LTI discret/continuu

Funcția *c2d* convertește modelul continuu în model discret, iar funcția inversă *d2c* convertește modelul discret în model continuu.

Sintaxa:

- » *sysd = c2d(sysc, Ts); % Ts = perioada de eșantionare în secunde*
- » *sysc = d2c(sysd);*

utilizează extrapolatorul de ordin 0 (Zero Order Hold – ZOH).

Exemplu:

- » *sisc=tf([1 -1],[1 2 5]) % se creează un sistem continuu în timp*
- » *step(sisc) % se reprezintă grafic răspunsul la treaptă unitară*
- » *sisd=c2d(sisc,0.01)*
- » *hold on % suprapunerea curbelor pe același grafic*
- » *step(sisd) % se reprezintă răspunsul la semnalul treapta unitară*

Exemplu:

- » *sisd=tf([1 -1],[1 2 5], 0.1) % se creează un sistem discret în*
% timp cu perioada de eșantionare 0.1

» *step (sisd)* % se reprezintă grafic răspunsul la treapta unitară
» *sisc=d2c (sisd)*
» *hold on* % suprapunerea curbelor pe același grafic
» *step (sisc)* % se reprezintă răspunsul la semnalul treapta unitară

6.2.6. Răspunsul unui model LTI

Mediul MATLAB dispune de funcții care permit analiza modelelor LTI atât în domeniul timp, cât și în domeniul frecvenței.

Răspunsuri în domeniul timp

Funcțiile utilizate pentru investigarea răspunsurilor în domeniul timpului al modelelor LTI continue sau discrete pentru diferite semnale de intrare sunt:

- *impulse* – răspuns la impuls;
- *initial* – răspuns la condițiile inițiale (numai pentru modelele SS);
- *gensig* – generator de semnal de intrare;
- *lsim* – răspuns la semnalul de intrare arbitrar;
- *step* – răspuns la semnalul treapta unitară.

Funcțiile *step*, *impulse* și *initial* generează în mod automat vectorul momentelor de timp de simulare pe baza caracteristicilor dinamice ale modelului. Sintaxa de apel a acestor funcții este:

» *step(sys)*

» *impulse(sys)*

» *initial(sys, x0)* % *x0* = vectorul de stare inițial, numai modele SS
unde *sys* este orice model LTI continuu sau discret. Utilizând aceste funcții, este generat automat procesul tranzitoriu al sistemului automat.

De asemenea, este permisă specificarea momentului de timp final de simulare, *Tfinal*, prin:

» *step(sys, Tfinal)*

» *impulse(sys, Tfinal)*

» *initial(sys, x0, Tfinal)*

sau precizarea vectorului momentelor de timp de simulare:

» *step(sys, t)*

» *impulse(sys, t)*

» *initial(sys, x0, t)*

Dacă vectorul momentelor de timp de simulare este de forma $t = [0 : dt : tf]$ trebuie de ținut cont de următoarele observații:

- pentru sistemele discrete dt trebuie să fie egal cu perioada de eșantionare;
- pentru sistemele continue dt trebuie să fie suficient de mic, încât să permită surprinderea caracteristicilor răspunsului tranzitoriu al sistemului.

Funcția *lsim* simulează răspunsul unui model LTI *sys* (continuu sau discret) la semnalele de intrare arbitrare. Sintaxa acestei funcții este:

$$\gg \text{lsim}(\text{sys}, u, t)$$

unde: t - vectorul momentelor de timp de simulare creat de regulă printr-o comandă de forma

$$\gg t = [0 : dt : tf];$$

u – matrice pentru care:

- numărul de linii este egal cu numărul de elemente din vectorul t , $\text{length}(t)$;
- numărul de coloane este egal cu numărul de intrări ale sistemului *sys*.

Fiecare linie $u(i, :)$ specifică valoarea semnalelor de intrare la momentul $t(i)$.

Pentru modele de stare, sintaxa:

$$\gg \text{lsim}(\text{sys}, u, t, x0)$$

specifică o condiție inițială nenulă $x0$ aplicată la momentul $t(1)$.

Semnalele de intrare utilizate de funcția *lsim* pot fi generate cu ajutorul funcției *gensig*. Forma de apel:

$$\gg [u, t] = \text{gensig}(\text{type}, \text{tau});$$

generează un semnal u scalar de tipul *type* cu perioada tau (în secunde) și amplitudine 1, unde:

$\text{type} = 'sin'$ – semnal sinusoidal;

$\text{type} = 'square'$ – semnal dreptunghiular;

$\text{type} = 'pulse'$ – impuls periodic (tren de impulsuri).

Funcția *gensig* returnează vectorul t al momentelor de simulare și vectorul u al valorilor semnalului la aceste momente de timp. Forma de apel:

» $[u, t] = \text{gensig}(\text{type}, \text{tau}, T_{\text{final}}, T_s);$

specifică de asemenea durata T_{final} a semnalului și perioada de eșantionare T_s .

Exemplu: Generarea unui semnal dreptunghiular cu perioada de 5 s, durata de 30 s și perioada de eșantionare 0.1 s:

» $[u, t] = \text{gensig}('square', 5, 30, 0.1);$

» $\text{plot}(t, u)$

» $\text{axis}([0 30 -1 2])$

Răspunsuri în domeniul frecvenței

Mediul MATLAB dispune de funcții care permit analiza în frecvență a sistemelor LTI:

- *bode* – trasează diagramele Bode;
- *margin* – determină marginea de amplificare și cea de fază;
- *nichols* – trasează diagrama Nichols;
- *ngrid* – trasează liniile grid pentru o diagramă Nichols;
- *nyquist* – trasează diagrama Nyquist;
- *sigma* – reprezintă grafic valorile singulare;
- *logspace* – generează un vector de frecvențe uniform spațiate logaritm.

Ca și pentru funcțiile de determinare a răspunsului în domeniul timpului, comenzile:

» $\text{bode}(\text{sys})$

» $\text{nichols}(\text{sys})$

» $\text{nyquist}(\text{sys})$

» $\text{sigma}(\text{sys})$

pot fi utilizate atât pentru sisteme continue, cât și discrete și determină reprezentarea grafică a răspunsului determinat.

Pentru a impune utilizarea unui anumit interval de frecvențe $[w_{\text{min}}, w_{\text{max}}]$ se utilizează sintaxa:

» $\text{bode}(\text{sys}, \{w_{\text{min}}, w_{\text{max}}\})$

Dacă se dorește și impunerea numărului N de puncte spațiate logaritm în intervalul $[10^{d1}, 10^{d2}]$, vectorul w al frecvențelor se poate genera prin:

» $w = \text{logspace}(d1, d2, N)$;

apoi:

» $\text{bode}(\text{sys}, w)$

Analog se procedează pentru funcțiile *nichols*, *nyquist* și *sigma*.

Aceste funcții pot fi apelate și cu argumente în partea stângă:

» $[\text{mag}, \text{phase}, w] = \text{bode}(\text{sys})$;

» $[\text{mag}, \text{phase}] = \text{bode}(\text{sys}, w)$;

» $[\text{mag}, \text{phase}, w] = \text{nichols}(\text{sys})$;

» $[\text{mag}, \text{phase}] = \text{nichols}(\text{sys}, w)$;

» $[\text{re}, \text{im}, w] = \text{nyquist}(\text{sys})$;

» $[\text{re}, \text{im}] = \text{nyquist}(\text{sys}, w)$;

6.3. Comenzile MATLAB pentru estimarea modelelor parametrice

Estimarea parametrilor pentru modelele parametrice de tipul ARMAX, ARX, OE, BJ în MATLAB este realizată pe baza următoarelor comenzi:

- Modelul de tip **ARMAX** are următoarea structură:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t-n_k) + C(q)e(t).$$

Identificarea în MATLAB este realizată cu funcția *arxmax*. Sintaxa acestei comenzi este următoarea:

» $\text{model} = \text{arxmax}(\text{data}, NN)$

în care:

- *data* = este un obiect de tip *iddata* și conține informații despre vectorul de ieșire *y*, vectorul de comandă *u* și perioada de eșantionare T_s ;
- $NN = [na \ nb \ nc \ nk]$, unde: *na* este ordinul polinomului $A(q)$; *nb* este ordinul polinomului $B(q)$; *nc* este ordinul polinomului $C(q)$;
- *nk* este timpul mort al procesului.

Rezultatul furnizat de funcția *arxmax* este un obiect *idpoly* și conține informații despre polinoamele $A(q)$, $B(q)$ și $C(q)$. Valorile coeficienților polinoamelor se pot extrage folosind funcția *polydata*.

Simularea pe modelul obținut se face prin funcția *idsim* care se apelează prin următoarea comandă:

$$\gg y = \text{idsim}(Z, \text{model});$$

în care $Z = [u \ e]$, unde u este vectorul intrare, iar e este vectorul zgomotului. În cazul în care vectorul e lipsește se obține o simulare neperturbată.

- Modelul de tip **ARX** are următoare structură:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t-n_k) + e(t).$$

Identificarea în MATLAB este realizată prin funcția *arx* (se utilizează metoda celor mai mici pătrate pentru estimarea parametrilor).

Sintaxa acestei comenzi este următoarea:

$$\gg \text{model} = \text{arx}(\text{data}, NN)$$

în care:

- *data* = este un obiect de tip *iddata* și conține informații despre vectorul de ieșire y , vectorul de comandă u și perioada de eșantionare T_s ;
- $NN = [na \ nb \ nk]$, unde: na este ordinul polinomului $A(q)$; nb este ordinul polinomului $B(q)$;
- nk este timpul mort al procesului.

- Modelul de tip **OE** are următoare structură:

$$y(t) = (B(q)/F(q))u(t-n_k) + e(t).$$

Identificarea în MATLAB este realizată cu funcția *oe*, sintaxa acestei comenzi fiind următoarea:

$$\gg \text{model} = \text{oe}(\text{data}, NN),$$

în care:

- *data* = este un obiect de tip *iddata* și conține informații despre vectorul de ieșire y , vectorul de comandă u și perioada de eșantionare T_s ;
- $NN = [nb \ nf \ nk]$, unde: nb este ordinul polinomului $B(q)$; nf este ordinul polinomului $F(q)$;
- nk este timpul mort al procesului.

- Modelul de tip **BJ** are următoarea structură:

$$y(t) = (B(q)/F(q))u(t-n_k) + (C(q)/D(q))e(t).$$

Identificarea în MATLAB este realizată prin funcția *bj*, sintaxa acestei comenzi fiind următoarea:

$$\gg \text{model} = \text{bj}(\text{data}, NN),$$

în care:

- *data* = este un obiect de tip *iddata* și conține informații despre vectorul de ieșire *y*, vectorul de comandă *u* și perioada de eșantionare *T_s*;

- *NN* = [*nb nc nd nf nk*], unde: *nb* este ordinul polinomului *B(q)*; *nc* este ordinul polinomului *C(q)*; *nd* este ordinul polinomului *D(q)*; *nf* este ordinul polinomului *F(q)*;

- *nk* este timpul mort al procesului.

Exemplu: Secvența care urmează execută un exemplu de identificare utilizând date „experimentale” generate prin simularea unui sistem dinamic de formă cunoscută.

```
sisc=tf([1 -1],[1 2 5]) % se creează un sistem continuu în timp
step(sisc) % se reprezintă grafic răspunsul la treapta unitară
sisd=c2d(sisc,0.01) % se convertește sistemul la timp discret
hold on % afișare pe același grafic
step(sisd) % se reprezintă răspunsul la treapta unitară
[y,t]=step(sisd); % se evaluează răspunsul la treapta unitară
u1=sign(randn(size(t))); % se creează o intrare binar -
%aleatoare
[y1,t]=lsim(sisd,u1,t); % se evaluează răspunsul prin simulare
z=[y1 u1];
m1=pem(z,[2 2 2 1 1 1])
plot(m1)
e=pe(z,m1); % se calculează erorile de reprezentare
plot(e)
m=iv4(z,[2 2 2]) % se aplică procedura de identificare în baza
% metodei variabilei instrumentale
plot(m)
e=pe(z,m); % se calculează erorile de reprezentare
plot(e)
thd=arx(z,[2 2 1]) % se aplică procedura de identificare
% modelul arx
plot(thd)
e=pe(z,thd); % se calculează erorile de reprezentare
plot(e)
```

```
thd1=armax(z, [2 2 2 1]) % se aplică procedura de identificare
                        % modelul arxmax
```

```
plot(thd1)
```

```
e=pe(z, thd1); % se calculează erorile de reprezentare
```

```
plot(e)
```

```
thd2=oe(z, [2 2 1]) % se aplică procedura de identificare
                    %modelul oe
```

```
plot(thd2)
```

```
e=pe(z, thd2); % se calculează erorile de reprezentare
```

```
plot(e)
```

```
thd3=bj(z, [2 2 1 1 1]) % se aplică procedura de identificare
                        %modelul bj
```

```
plot(thd3)
```

```
e=pe(z, thd3); % se calculează erorile de reprezentare
```

```
plot(e)
```

6.4. Interfața grafică System Identification Tool

Toolboxul de identificare a sistemelor din MATLAB pune la dispoziția utilizatorului o interfață grafică performantă destinată invocării procedurilor de identificare. Această interfață poate fi lansată prin comanda MATLAB *ident*:

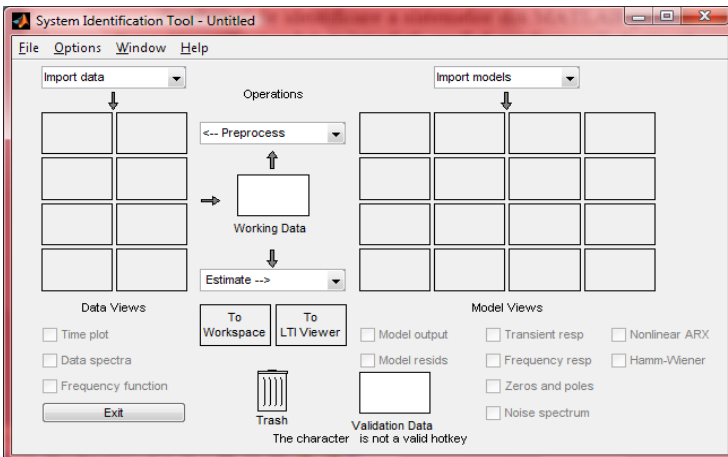


Figura 6.6. Interfața grafică System Identification Tool

GUI System Identification Tool asigură utilizatorilor proceduri de prelucrare a datelor, de estimare parametrică, de analiză și validare a modelului simultan, pentru toate seturile de date și de structurile de modelare necesare într-o sesiune de lucru. Datele și modele sunt reprezentate ca icoane poziționate în tabele de dimensiuni diferite.

Identificarea cu ajutorul interfeței grafice System Identification Tool se desfășoară prin parcurgerea a 6 pași:

- importarea datelor și modelelor;
- vizualizarea datelor și modelelor;
- crearea tabelelor cu date și modele;
- exportarea datelor și modelelor;
- preprocesarea datelor de lucru;
- estimarea neparametrică/parametrică.

6.4.1. Importul datelor

Toate sesiunile de lucru pot fi încărcate în GUI System Identification Tool de pe hard disk prin intermediul meniului *File*. În cazul importului setului de date din spațiul de lucru MATLAB se apelează la meniul *Import Data->Time Domain Data* (datele în domeniul timpului) sau *Frequency Domain Data* (datele în domeniul frecvențial) (fig. 6.7).

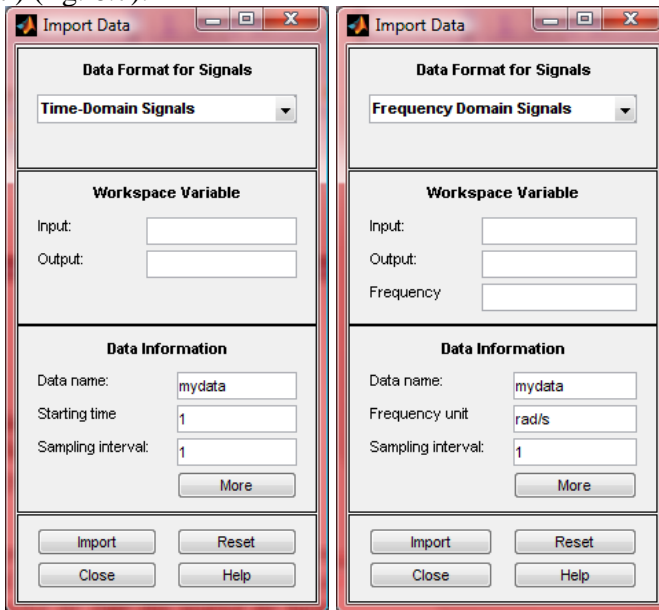


Figura 6.7. Ferestrele de importare a datelor

În cazul importului datelor în timp, se indică vectorul datelor de intare u (*Input*) și vectorul datelor de ieșire y (*Output*) din spațiul de lucru MATLAB, concomitent se indică timpul de start (*Starting time*) și perioada de eșantionare (*Sampling interval*). Pentru cazul importului datelor în domeniul frecvențial se indică vectorul datelor de intare u (*Input*) și vectorul datelor de ieșire y (*Output*) din spațiul de lucru MATLAB cu frecvența (*Frequency*), concomitent se indică unitățile de măsură (*Frequency unit*) și perioada de eșantionare (*Sampling interval*).

Interfața *ident* are, implicit, 8 icoane pentru date (din meniul *Options* se pot selecta un ecran cu ferestre suplimentare). Selectarea unui anume set se realizează printr-un *click* pe icoana aferentă. Se pot selecta, simultan, mai multe seturi de date; icoanele vor avea conturul îngroșat. Un nou *click* pe icoană va anula selectarea acesteia. Un *click* dreapta, dublu va deschide aceeași casetă de dialog ca și tasta *d*.

Seturile de date pot fi șterse prin tragerea icoanei de date peste icoana *Trash can*; în acest mod vor fi șterse și toate graficele asociate obiectului selectat. Pentru golirea în mod permanent a *Trash can* se va alege, din meniul *Options* opțiunea *Empty trash*.

Datele din *ident* nu generează variabile în spațiul de lucru, în mod automat. Exportul acestora, împreună cu informațiile specifice, se realizează prin tragerea icoanei aferente peste icoana *To Workspace*. Informațiile referitoare la date vor avea, în spațiul de lucru MATLAB, același nume, dar au sufixul *info*.

Setul de date ales ca set de lucru, la un anumit moment, va fi tras peste icoana *Working data*.

6.4.2. Vizualizarea datelor

Vizualizarea datelor experimentale încărcate în GUI System Identification Tool poate fi făcută în câteva modalități:

- Utilizarea opțiunii *Time Plot* – facilitează reprezentarea evoluției în timp a mărimilor de interes (fig. 6.8).

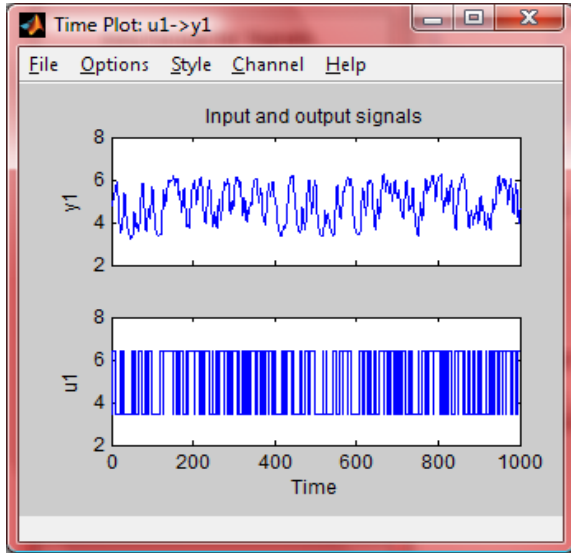


Figura 6.8. Caracteristici temporale

- Utilizarea opțiunii *Data Spectra* – afișează periodograme și alți estimatori ai densității spectrale de putere a mărimilor de interes (fig. 6.9).

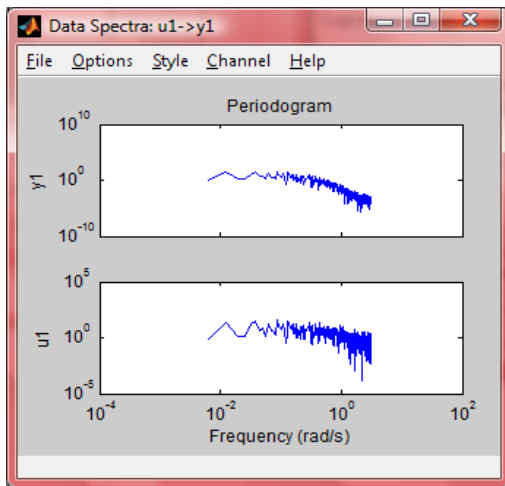


Figura 6.9. Caracteristici spectrale

- Utilizarea opțiunii *Frequency function* – afișează caracteristicile amplitudine–frecvență și fază–frecvență (fig. 6.10).

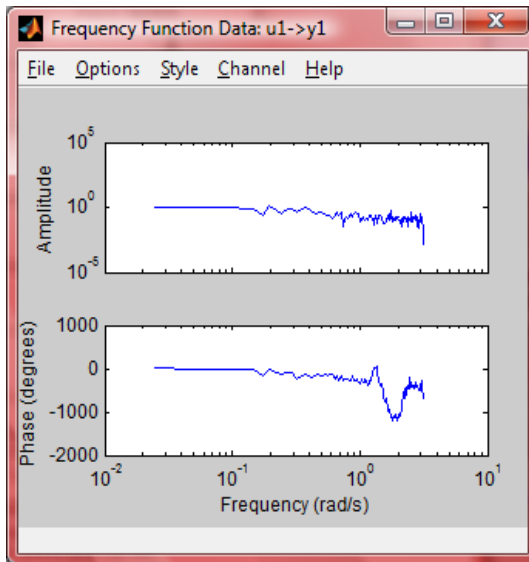


Figura 6.10. Caracteristici amplitudine - frecvență și fază –frecvență

6.4.3. Preprocesarea datelor I/E

Prelucrarea datelor se face prin apelarea meniului *Preprocess* și cuprinde următoarea succesiune de operații posibil a fi executate asupra seturilor de date importate:

- Selectarea de canale (*Select channels*) - intrările și ieșirile asociate unui anumit canal pot fi particularizate prin intermediul aceluiași identificator. Orice modificare poate fi anulată prin accesarea tastei *Revert* (fig. 6.11).

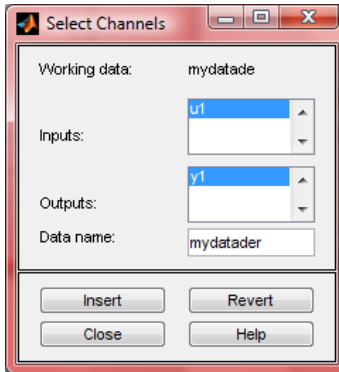


Figura 6.11. Fereastra de selectare a canalelor

- Selectarea experimentului (*Select Experiment*) (fig. 6.12).

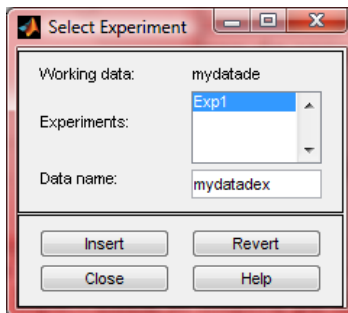


Figura 6.12. Fereastra de selectare a experimentului

- Selectarea domeniului de date (*Select range*) poate fi realizată prin specificarea $[t_{min}, t_{max}]$, $[indice_{minim}, indice_{maxim}]$ sau prin selectare de tip lupă – prin *click* și selectarea domeniului de date (fig. 6.8). Pentru câmpul nume se poate introduce orice șir. Inserarea datelor în *Data Board* se realizează prin comanda *Insert*.

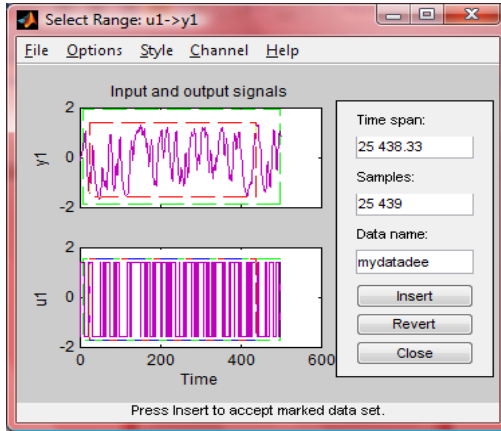


Figura 6.13. Fereastra de selectare a domeniului de date

- Înlăturarea valorii medii (*Remove means*) și a componentei liniare de tendință (*Remove trends*).
- Filtrarea datelor (*Filter*) (fig. 6.14).

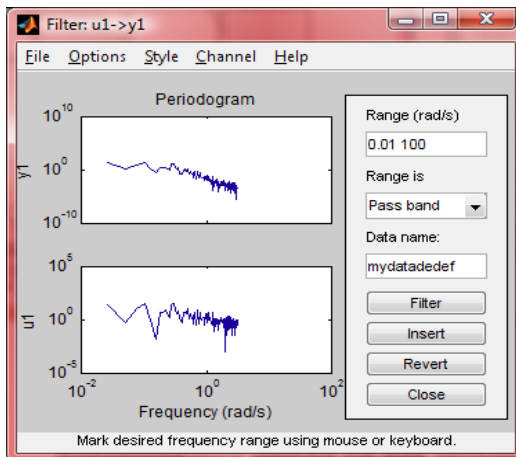


Figura 6.14. Fereastra de filtrare a datelor

- Reeșantionarea datelor (*Resample*) (fig. 6.15).

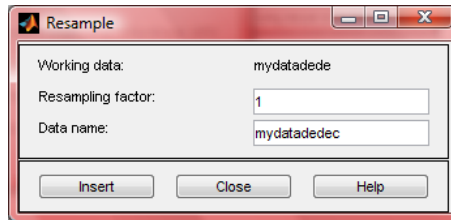


Figura 6.15. Fereastra de reeșantionare a datelor

6.4.4. Estimarea modelelor neparametrice

După importarea datelor de intrare/ieșire corespunzătoare unui anumit sistem și preprocesare a lor în GUI System Identification Tool, aceste date pot fi utilizate pentru estimarea modelului. Estimarea modelelor parametrice și neparametrice poate fi făcută accesând meniul *Estimate* din GUI System Identification Tool.

Estimarea răspunsului la impuls a sistemului se face alegând opțiunea *Estimate > Corelation Model* și selectând apoi *Estimate* din fereastra de dialog deschisă.

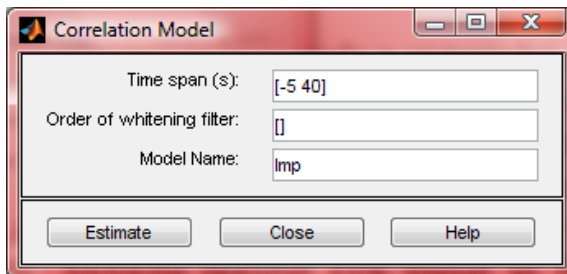


Figura 6.16. Fereastra de estimare a modelului la impuls

Se poate impune utilizarea unui filtru de „prealbire” a datelor. Implicit, datele de intrare/ieșire nu sunt filtrate. Modelul rezultat este plasat în fereastra *Model Board* sub numele implicit de *Imp*. Pentru examinarea modelului obținut se selectează din compartimentul *Model View* opțiunea *Transient Response* (proces tranzitoriu). În fereastra grafică care se deschide (fig. 6.17) apare

posibilitatea de a alege între reprezentarea răspunsului la impuls sau a procesului tranzitoriu când la intrare se aplică semnalul treaptă unitară (*Options > Step Response* sau *Impulse Response*). De asemenea, se poate reprezenta intervalul de încredere (*Options > Show 99% confidence intervals*) pentru un anumit nivel dorit (*Options > Set confidence level*).

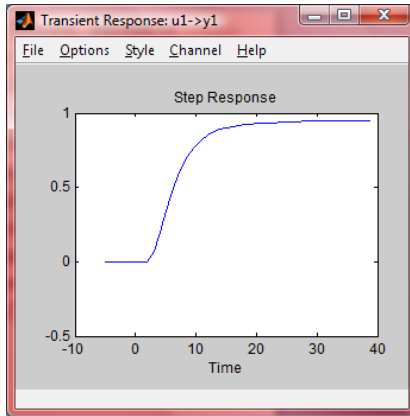


Figura 6.17. Fereastra grafică

Răspunsul la frecvență al unui sistem poate fi estimat alegând opțiunea *Estimate > Spectral Model*. Fereastra de dialog deschisă permite alegerea metodei de estimare, apelând funcția *ETFE*, *SPA*, *SPAFDR*. Accesând butonul *Estimate*, modelul rezultat este plasat în fereastra *Model Board* (fig. 6.18).

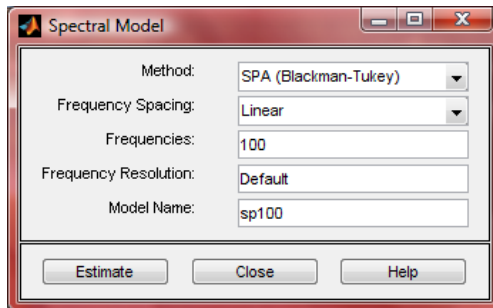


Figura 6.18. Estimarea modelului spectral

Pentru examinarea modelului obținut se selectează din compartimentul *Model View* opțiunea *Frequency Response*. Din meniul *Options* al ferestrei grafice deschise (fig. 6.19) se pot seta limitele axelor (*Set axes limits*), scările utilizate pe fiecare dintre axe (liniară sau logaritmică) sau intervalul de frecvențe reprezentat (*Frequency range*).

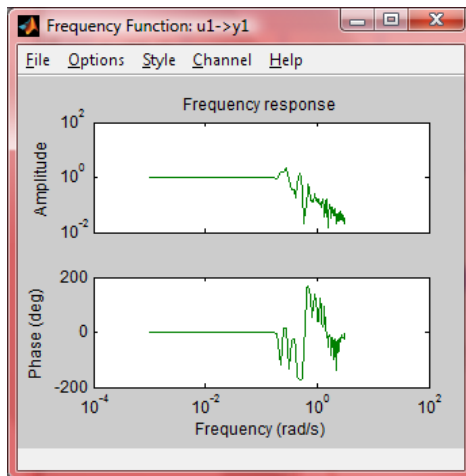


Figura 6.19. Carcateristicile amplitudine - frecvență, fază -frecvență

Dacă se dorește compararea unuia dintre modelele estimate cu un alt model (determinat, eventual, altă dată, prin altă metodă) aflat în spațiul de lucru MATLAB în format *idmodel*, modelul dorit poate fi importat în spațiul de lucru al GUI System Identification Tool, selectând din meniul *Import models* opțiunea *Import*.

6.4.5. Estimarea modelelor parametrice

GUI System Identification Tool permite estimarea parametrică pentru o gamă largă de modele parametrice. Modelele pot fi accesate prin intermediul meniului *Estimate > Linear Parametric Models...* (fig. 6.20). Selectarea acestei opțiuni deschide o fereastră de dialog în care pot fi setați principalii parametri ai estimării.

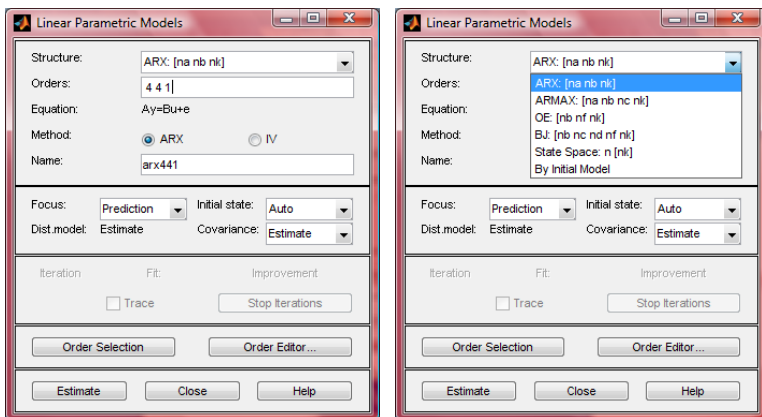


Figura 6.20. Fereastra pentru estimarea modelelor parametrice

Tipul de model estimat poate fi selectat din meniul *Structure*. Numele implicit al modelului estimat apare în edit box-ul *Name* și poate fi modificat de utilizator.

Ordinile polinoamelor modelului și timpul mort pot fi setate în edit box-ul *Orders*. Aici se poate introduce, dacă este necesar, numele unei variabile din spațiul de lucru MATLAB, variabilă ce conține valori consistente cu ordinele necesare ale structurii selectate. De asemenea, se poate selecta opțiunea *Order Editor* care deschide o altă fereastră de dialog ce permite alegerea ordinilor în funcție de structura modelului dorit (fig. 6.21).

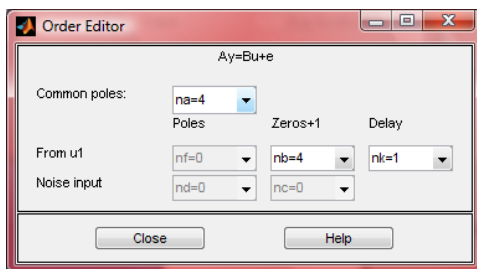


Figura 6.21. Fereastra de editare a ordinilor polinoamelor

Pentru estimarea parametrilor modelului ARX, GUI System Identification Tool permite alegerea uneia din următoarele două metode: metoda CMMP (echivalentă cu apelul funcției *ARX*) și metoda variabilelor instrumentale (echivalentă cu apelul funcției *IV4*). Metoda dorită poate fi aleasă prin selectarea butonului *ARX* sau *IV* din box-ul *Method*.

Modelul estimat este inserat în *Model Board*. O metodă foarte bună de a obține informații despre calitatea modelului estimat o constituie simularea acestuia cu un nou set de date și compararea ieșirii modelului estimat cu cea a sistemului real. Acest test se obține prin selectarea check box-ului *Model View Model Output* (fig. 6.22).

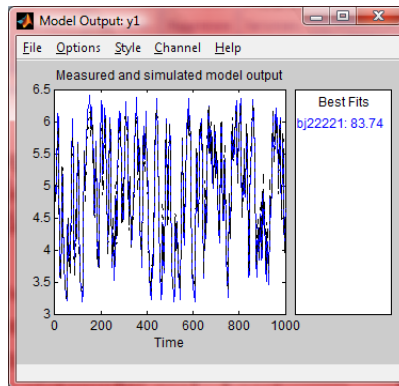


Figura 6.22. Fereastra de validare a rezultatelor

Datele aflate în box-ul *Validation Data* vor fi utilizate pentru comparație. Gradul de „potrivire” a ieșirii modelului estimat cu cea a sistemului real este de asemenea afișat. Acesta este calculat ca valoarea medie pătratică a diferenței dintre ieșirea măsurată și cea simulată.

Concomitent, pentru datele estimate prin selectarea check box-ului pot fi prezentate procese tranzitorii, răspunsul în domeniul frecvențial, distribuția poli-zero, spectrul zgomotului.

6.4.6. Aproximarea curbelor experimentale cu funcții de transfer de ordinul unu, doi și trei

GUI System Identification Tool permite aproximarea curbelor experimentale cu funcții de transfer de ordinul 1, 2, 3 cu sau fără timp mort. Blocul de aproximare a curbelor poate fi accesat prin intermediul meniului *Estimate > Process Models* (fig. 6.23).

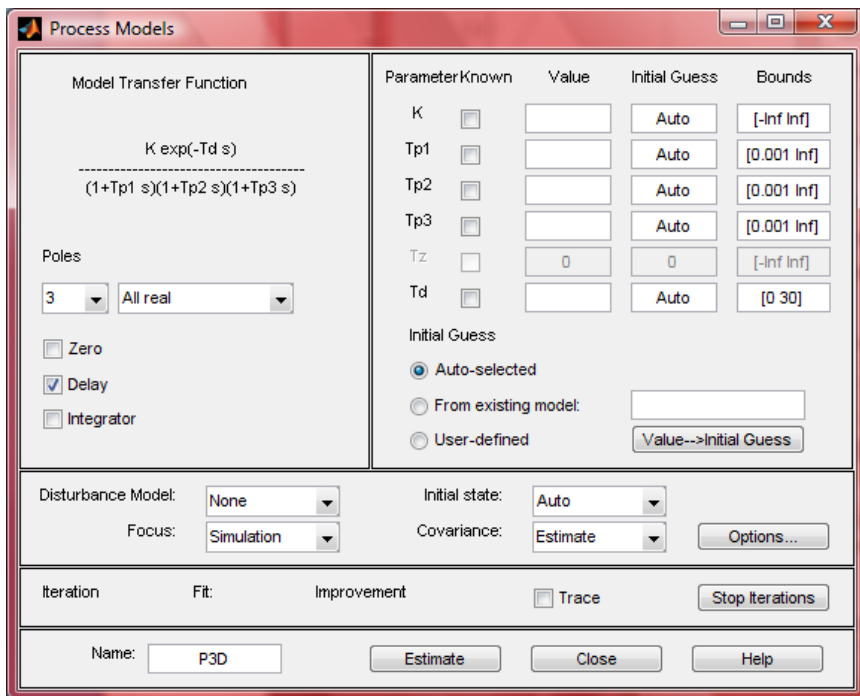


Figura 6.23. Interfața Process Models

În urma estimării parametrilor modelului selectat, parametrii identificați sunt vizualizați în același block *Process Models*.

Exemplu: Este dată curba experimentală de variație a temperaturii într-un cuptor electric prezentată în figura 6.24. Să se identifice funcția de transfer, utilizând blocul Process Models din System Identification Toolbox.

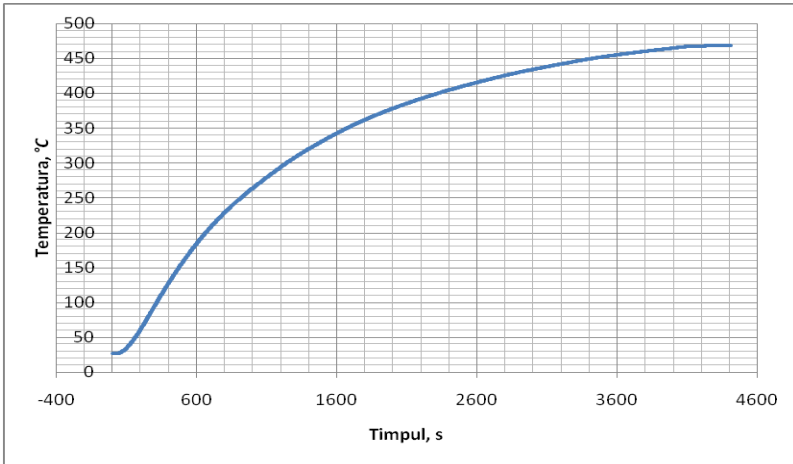


Figura 6.24. Curba experimentală

În figura 6.25 este prezentată interfața grafică a blocului System Identification Toolbox în care au fost încărcate datele experimentale.

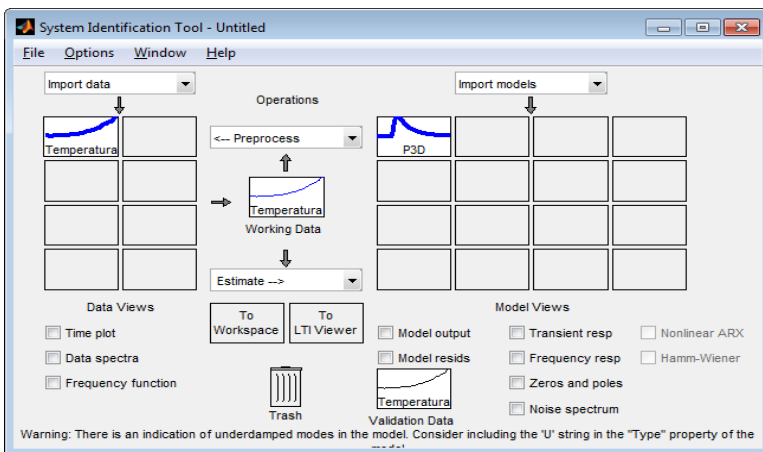


Figura 6.25. System Identification Toolbox

Pentru estimarea parametrilor modelului obiectului s-a utilizat Process Models din System Identification Toolbox, iar pentru identificare a fost ales modelul obiectului cu inerție de ordinul trei cu timp mort (fig. 6.26).

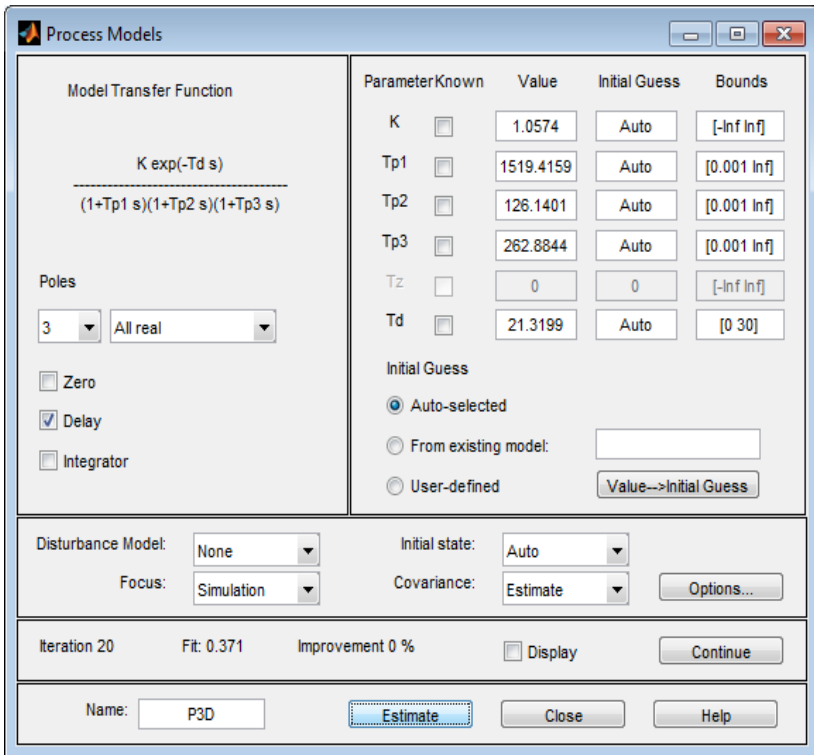


Figura 6.26. Fereastra de estimare a parametrilor

În figura 6.27 este dată compararea procesului tranzitoriu identificat cu curba experimentală. Din figură se observă că eroarea de identificare este practic egală cu zero.

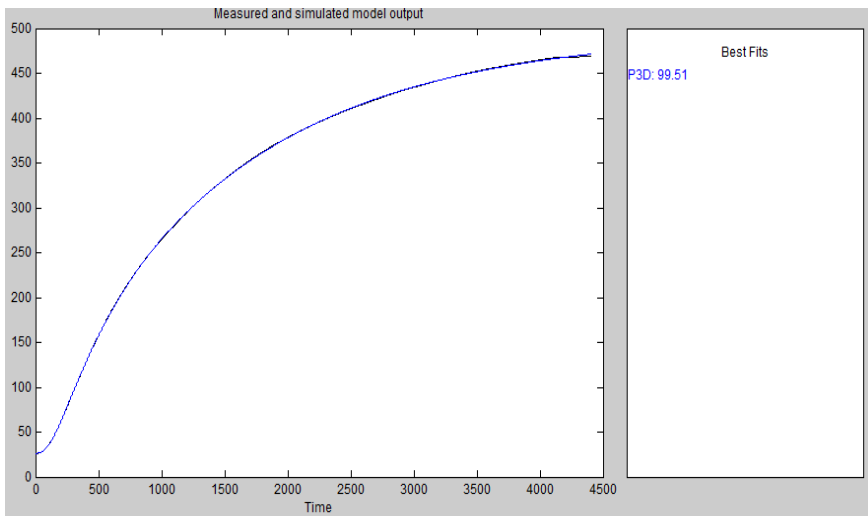


Figura 6.27. Compararea procesului tranzitoriu identificat cu curba experimentală a procesului termic

7. DESCRIEREA SARCINII PROIECTULUI DE CURS

Proiectul de curs are scopul de a consolida cunoștințele studenților acumulate în cadrul cursului *Modelare și identificare*. Pe parcursul elaborării proiectului de curs studentul trebuie să îndeplinească următoarele sarcini:

1. Studierea și descrierea unui proces industrial.
2. Alegerea tipului de traductor pentru măsurarea parametrului tehnologic (ieșirea din proces), prezentarea datelor tehnice și a modelului matematic al traductorului cu indecarea proprietăților.
3. Prezentarea și calculul modelului matematic al procesului industrial.
4. Simularea modelului procesului pe calculator în pachetul de programe MATLAB, Simulink.
5. Identificarea procesului industrial în baza răspunsului tranzitoriu.
6. Identificarea parametrică a procesului industrial.
7. Validarea rezultatelor și alegerea modelului identificat adecvat.
8. Analiza performanțelor procesului.
9. Elaborarea memoriului explicativ.

În tabelele 7.1–7.6 sunt prezentate variantele și datele tehnice pentru a calcula în formă analitică modelul matematic al procesului industrial.

Tabelul 7.1. Procesul de curgere în cazul conductelor scurte

Nr. var.	L, m	D, m	$F_0, m^3/h$	α
1	0.5	0.5	1	0.1
2	0.6	0.6	0.9	0.12
3	0.7	0.7	0.8	0.13
4	0.8	0.8	0.7	0.17
5	0.85	0.85	0.6	0.09
6	0.94	0.94	0.5	0.16
7	0.97	0.97	0.4	0.08
8	0.98	0.98	0.3	0.11
9	0.75	0.75	0.2	0.1
10	0.84	0.84	0.1	0.13

Tabelul 7.2. Procesul de curgere în cazul conductelor lungi

Nr. var.	L, m	d, m	$F_0, m^3/h$	k
1	0.45	0.15	1	55
2	0.5	0.13	0.9	60
3	0.55	0.12	0.8	65
4	0.57	0.09	0.7	70
5	0.6	0.08	0.6	75
6	0.65	0.07	0.5	71
7	0.7	0.085	0.4	72
8	0.8	0.075	0.3	58
9	0.75	0.11	0.2	64
10	0.85	0.06	0.1	73

Tabelul 7.3. Procesul de umplere-golire la evacuare la debit variabil

Nr. var.	h, m	d, m	$F_{a_0}, m^3/h$
1	2.5	0.5	5
2	2.4	0.6	10
3	2.7	0.7	15
4	2.8	0.8	20
5	3.1	0.9	25
6	3.2	1	18
7	3.3	1.2	22
8	3.4	1.3	27
9	3.5	1.4	18
10	3.6	1.5	23

Tabelul 7.4. Procesul de transfer de caldură

Nr. var.	c_a , J/kg K	c_e , J/kg K	ρ_a , kg/m ³	ρ_e , kg/ m ³	T_a , °C	T_{e0} , °C	F_{e0}, F_{a0} , m ³ /h	V_3 , m ³
1	4019	4179	998,2	945	20	5	20	3
2	4019	4179	998,2	945	22	6	10	4
3	4019	4179	998,2	945	24	7	30	5
4	4019	4179	998,2	945	27	8	25	6
5	4019	4179	998,2	945	28	9	15	7
6	4019	4179	998,2	945	29	10	35	8
7	4019	4179	998,2	945	30	11	5	9
8	4019	4179	998,2	945	31	12	10	10
9	4019	4179	998,2	945	32	14	20	11
10	4019	4179	998,2	945	35	15	25	15

Tabelul 7.5. Procesul de amestecare fără reacție chimică

Nr. var.	c_{e0} , g/ml	c_{d0} , g/ml	F_{e0} , m ³ /s	F_{d0} , m ³ /s	h , m	d , m
1	0.1	0.3	1.1	1	0.7	1
2	0.2	0.4	1.9	0.9	0.6	1.5
3	0.1	0.5	1.8	0.8	0.8	1.7
4	0.3	0.6	1.7	0.7	0.85	1.8
5	0.25	0.5	2.6	0.6	0.9	1.9
6	0.3	0.6	3.5	0.5	0.95	2.0
7	0.4	0.7	4.4	0.4	1.0	2.1
8	0.6	0.85	3.3	0.3	1.05	2.2
9	0.5	0.9	4.2	0.2	1.1	2.3
10	0.70	0.95	4.1	0.1	1.2	2.5

Tabelul 7.6. Motorul de curent continuu

Nr. var.	J, kgm^2/s^2	b, Nms	k_m, Nm/A	k_e, Nm/A	R, Ω	L, H
1	0.001	0.12	0.011	0.011	1.1	0.1
2	0.002	0.13	0.012	0.012	1.2	0.2
3	0.003	0.14	0.013	0.013	1.3	0.3
4	0.0035	0.15	0.014	0.014	1.4	0.4
5	0.0025	0.16	0.015	0.015	1.5	0.5
6	0.0015	0.17	0.016	0.016	1.6	0.6
7	0.0022	0.18	0.017	0.017	1.7	0.7
8	0.0011	0.19	0.018	0.018	1.8	0.8
9	0.0014	0.2	0.019	0.019	1.9	0.9
10	0.0017	0.21	0.011	0.011	2.0	1.0

BIBLIOGRAFIE

1. Dumitrache I., Dumitru S., Mișu I., Munteanu F., Muscă Gh., Calcev C. Automatizări electronice. București: Editura Didactică și Pedagogică, 1993. - 662p.
2. Popescu D., Ionescu F., Dobrescu R., Ștefănoiu D. Modelare în ingineria proceselor industriale. București: Editura AGIR, 2011. - 185 p.
3. Ștefănoiu D., Matei I., Stoica P. Aspecte practice în modelarea și identificarea sistemelor. București: Editura Printech, 2004. - 138 p.
4. Ștefănoiu D., Culița J., Stoica P. Fundamentele modelării și identificării sistemelor. București: Editura Printech, 2005. - 316 p.
5. Дьяконов В. П. MATLAB 6.5 SP1/ 7.0 Simulink 5/6 в математике и моделировании. Москва: СОЛОН-Пресс, 2005. - 576 с.
6. Ившин В., Перухин М. Современная автоматика в системах управления технологическими процессами. Москва: Инфра-М, 2013. – 400 с.
7. Методы классической и современной теории автоматического управления. Том 2. Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления. Под ред. Пупкова К.А., Егупова Н.Д. Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. - 640 с.

ANEXE

Anexa A

Caracteristici tehnice ale traductoarelor

Traductorul de debit ДРС.3 (Л) asigură convertirea fluxului mediu de lichid (volumul de consum al lichidului) în secvența de impulsuri de semnale electrice cu frecvența 0-250 Hz și semnalul de tact 4-20 mA.

Tabelul A.1. Caracteristici tehnice ale traductoarelor de debit [6]

Tipul traductorului de debit	Diametrul conductei, mm	Presiune, MPa	Fluxul minimal de lichid, m/s (m ³ /h), V* _{min} (Q* _{min})	Diapazonul de exploatare pentru fluxul de lichid, m/s (m ³ /h)	
				V* _{e.min} (Q* _{e.min})	V* _{e.max} (Q* _{e.max})
ДРС.3-100	100	1,6	0,18 (5)	0,36 (10)	7,075 (200)
ДРС.3-150	150	1,6	0,18 (10)	0,36 (20)	7,075 (450)
ДРС.3-200	200	1,6	0,18 (20)	0,36 (40)	7,075 (800)
ДРС.3-400	400	1,6	0,11 (50)	0,22 (100)	4,421 (2000)
ДРС.3-500	500	1,6	0,11 (80)	0,22 (160)	4,421 (3125)
ДРС.3-700	700	1,6	0,11 (150)	0,22 (300)	4,421 (6125)
ДРС.3-800	800	1,6	0,11 (200)	0,22 (400)	4,421 (8000)
ДРС.3-1000	1000	1,6	0,11 (300)	0,22 (600)	4,421 (12500)

Termocuplul (TC) asigură convertirea temperaturii în tensiune.

Tabelul A.2. Caracteristici tehnice ale traductoarelor de temperatură TC [6]

Tip termocuplu	Coeficient de temperatură, $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$	Diapazon de temperatură $^\circ\text{C}$ (pentru mai mult timp)	Diapazon de temperatură $^\circ\text{C}$ (pentru scurt timp)	Clasa de precizie 1 ($^\circ\text{C}$)	Clasa de precizie 2 ($^\circ\text{C}$)
K (Chromel-alumel)	41	0 ...1100	-180...1300	± 1.5 de la -40°C ... 375°C	± 2.5 de la -40°C ... 333°C
J (fier-constantan)	55.2	0 ...700	-180... 800	± 1.5 de la -40°C ... 375°C	± 2.5 de la -40°C ... 333°C
N (nichrosil-nisil)		0 ...1100	-270 ...1300	± 1.5 de la -40°C ... 375°C	± 2.5 de la -40°C ... 333°C
R (platinum-platină)		0 ...1350	-50... 1700	± 1.0 de la 0°C ... 1100°C	± 1.5 de la 0°C ... 600°C
S (platinum-platină)		0 ...1350	-50 ...1750	± 1.0 de la 0°C ... 1100°C	± 1.5 de la 0°C ... 600°C
B (platinum-platina-rodiu)		200 ...1500	0 ...1750		$\pm 0.0025 \times$ de la 600°C ... 1700°C
T (cupru-constantan)		-185 ...300	-250 ...400	± 0.5 de la -40°C ... 125°C	± 1.0 de la -40°C ... 133°C
E (chromel-constantan)	68	0 ...800	-40... +900	± 1.5 de la -40°C ... 375°C	± 2.5 de la -40°C ... 333°C

Traductorul de debit ДРС.3 (JI) asigură convertirea semnalului în curent a fluxului mediu de lichid (volumul de consum al lichidului) în secvența de impulsuri de semnale electrice cu frecvența 0-250 Hz și semnalul de tact 4-20 mA, 0-20 mA.

0-5 mA.

Tabelul A.3. Caracteristici tehnice ale traductoarelor acustice de nivel ЗОНД-3М [6]

Tipul	Limita superioară de presiune, MPa	Diapazonul maximal de măsurare, m	Nivelul nemăsurabil, m
АП-3Т	0	0 - 15,0	0,60
АП-4Т	0	0 - 30,0	1,0
АП-6Т	0,6 1,6 4,0	0 - 10,0 0 - 8,0 0 - 6,0	0,6 (0,5*)
АП-6Э*	0,6 1,6 4,0	0 - 10,0 0 - 8,0 0 - 6,0	1,2 (1,0*)
АП-9Т	0,15	0 - 10,0	0,6
АП-9КТ	0	0 - 10,0	0,6
АП-91Т	0,05	0 - 10,0	0,6
АП-7Т, АП-7ВТ	0	0 - 12,0	0,5
АП-7ВЭ*	0	0 - 12,0	1,5

Tabelul A.4. Caracteristici tehnice ale tahogeneratoarelor [6]

Date tehnice	Unitate de măsură	TMГ-30 Y3	TMГ-30 T3	TMГ-30П Y3	TMГ-30П T3
Puterea nominală	W	30	30	20	-
Rezistența nominală	κΩm	7,23+2%	1,76+2%	2,64+2%	4+2%
Frecvența de rotații nominală	rot./min.	4000	4000	4000	4000
Tensiunea de excitație	V	110	110	Excitație de la magneți permanenți	
Curentul nominal de excitație	mA	130+8	130+8	-	-
Neliniaritatea tensiunii de ieșire	%	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1
Asimetria tensiunii de ieșire	%	+ 2	+ 2	+ 2	+ 2
Pulsația tensiunii de ieșire (la frecvența de rotații de la 4000 până la 50 rot./min)	%	5	5	5	5

Date experimentale ale proceselor industrialeTabelul B.1. Date experimentale ale variației fluxului unui lichid (m³/h)

Nr. crt.	V1	V2	V3	V4	V5	V6
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
3	0,04	0,06	0,08	0,10	0,11	0,13
4	0,05	0,08	0,11	0,14	0,16	0,19
5	0,07	0,10	0,14	0,17	0,21	0,24
6	0,08	0,12	0,16	0,21	0,25	0,29
7	0,09	0,14	0,19	0,24	0,28	0,33
8	0,10	0,16	0,21	0,26	0,31	0,37
9	0,11	0,17	0,23	0,29	0,34	0,40
10	0,12	0,18	0,25	0,31	0,37	0,43
11	0,13	0,20	0,26	0,33	0,39	0,46
12	0,14	0,21	0,28	0,34	0,41	0,48
13	0,14	0,22	0,29	0,36	0,43	0,50
14	0,15	0,22	0,30	0,37	0,45	0,52
15	0,15	0,23	0,31	0,39	0,46	0,54
16	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56
17	0,16	0,24	0,33	0,41	0,49	0,57
18	0,17	0,25	0,33	0,42	0,50	0,58
19	0,17	0,26	0,34	0,43	0,51	0,60
20	0,17	0,26	0,35	0,43	0,52	0,61
21	0,18	0,26	0,35	0,44	0,53	0,62
22	0,18	0,27	0,36	0,45	0,54	0,62
23	0,18	0,27	0,36	0,45	0,54	0,63
24	0,18	0,27	0,37	0,46	0,55	0,64
25	0,18	0,28	0,37	0,46	0,55	0,64
26	0,19	0,28	0,37	0,46	0,56	0,65

Tabelul B.1 (continuare)

27	0,19	0,28	0,37	0,47	0,56	0,66
28	0,19	0,28	0,38	0,47	0,57	0,66
29	0,19	0,28	0,38	0,47	0,57	0,66
30	0,19	0,29	0,38	0,48	0,57	0,67
31	0,19	0,29	0,38	0,48	0,58	0,67
32	0,19	0,29	0,39	0,48	0,58	0,67
33	0,19	0,29	0,39	0,48	0,58	0,68
34	0,19	0,29	0,39	0,48	0,58	0,68
35	0,19	0,29	0,39	0,49	0,58	0,68
36	0,20	0,29	0,39	0,49	0,59	0,68
37	0,20	0,29	0,39	0,49	0,59	0,68
38	0,20	0,29	0,39	0,49	0,59	0,69
39	0,20	0,29	0,39	0,49	0,59	0,69
40	0,20	0,30	0,39	0,49	0,59	0,69
41	0,20	0,30	0,39	0,49	0,59	0,69
42	0,20	0,30	0,39	0,49	0,59	0,69
43	0,20	0,30	0,40	0,49	0,59	0,69
44	0,20	0,30	0,40	0,49	0,59	0,69
45	0,20	0,30	0,40	0,50	0,59	0,69
46	0,20	0,30	0,40	0,50	0,59	0,69
47	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,69
48	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70
49	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70
50	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70
51	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70
52	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70
53	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70
54	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70
55	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70
56	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70

Tabelul B.2. Date experimentale ale variației
nivelului unui lichid (mm)

Nr. crt.	V1	V2	V3	V4	V5	V6
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
7	0,05	0,08	0,09	0,10	0,12	0,18
8	0,10	0,15	0,17	0,19	0,23	0,34
9	0,14	0,22	0,25	0,27	0,33	0,49
10	0,17	0,28	0,31	0,35	0,41	0,62
11	0,21	0,33	0,37	0,41	0,49	0,74
12	0,24	0,38	0,42	0,47	0,56	0,85
13	0,26	0,42	0,47	0,52	0,63	0,94
14	0,29	0,46	0,51	0,57	0,69	1,03
15	0,31	0,49	0,55	0,61	0,74	1,11
16	0,33	0,52	0,59	0,65	0,78	1,18
17	0,34	0,55	0,62	0,69	0,83	1,24
18	0,36	0,58	0,65	0,72	0,86	1,30
19	0,37	0,60	0,67	0,75	0,90	1,35
20	0,39	0,62	0,70	0,77	0,93	1,39
21	0,40	0,64	0,72	0,80	0,96	1,43
22	0,41	0,65	0,73	0,82	0,98	1,47
23	0,42	0,67	0,75	0,83	1,00	1,50
24	0,43	0,68	0,77	0,85	1,02	1,53
25	0,43	0,69	0,78	0,87	1,04	1,56
26	0,44	0,70	0,79	0,88	1,06	1,58
27	0,45	0,71	0,80	0,89	1,07	1,61
28	0,45	0,72	0,81	0,90	1,08	1,63
29	0,46	0,74	0,83	0,92	1,11	1,66
30	0,46	0,74	0,84	0,93	1,12	1,67
31	0,47	0,75	0,84	0,94	1,12	1,69
32	0,47	0,75	0,85	0,94	1,13	1,70
33	0,47	0,76	0,85	0,95	1,14	1,71

Tabelul B.2 (continuare)

34	0,48	0,76	0,86	0,95	1,14	1,72
35	0,48	0,77	0,86	0,96	1,15	1,73
36	0,48	0,77	0,87	0,96	1,16	1,73
37	0,48	0,77	0,87	0,97	1,16	1,74
38	0,48	0,78	0,87	0,97	1,16	1,75
39	0,49	0,78	0,88	0,97	1,17	1,75
40	0,49	0,78	0,88	0,98	1,17	1,76
41	0,49	0,78	0,88	0,98	1,17	1,76
42	0,49	0,78	0,88	0,98	1,18	1,76
43	0,49	0,79	0,88	0,98	1,18	1,77
44	0,49	0,79	0,89	0,98	1,18	1,77
45	0,49	0,79	0,89	0,99	1,18	1,77
46	0,49	0,79	0,89	0,99	1,18	1,78
47	0,49	0,79	0,89	0,99	1,19	1,78
48	0,49	0,79	0,89	0,99	1,19	1,78
49	0,50	0,79	0,89	0,99	1,19	1,78
50	0,50	0,79	0,89	0,99	1,19	1,78
51	0,50	0,79	0,89	0,99	1,19	1,79
52	0,50	0,79	0,89	0,99	1,19	1,79
53	0,50	0,80	0,89	0,99	1,19	1,79
54	0,50	0,80	0,89	0,99	1,19	1,79
55	0,50	0,80	0,90	0,99	1,19	1,79
56	0,50	0,80	0,90	1,00	1,19	1,79
57	0,50	0,80	0,90	1,00	1,20	1,79
58	0,50	0,80	0,90	1,00	1,20	1,79
59	0,50	0,80	0,90	1,00	1,20	1,79
60	0,50	0,80	0,90	1,00	1,20	1,79

Tabelul B.3. Date experimentale ale variației temperaturii (°C)

Nr. crt.	V1	V2	V3	V4	V5	V6
1	5,00	15,00	15,00	20,00	22,00	20,00
2	5,00	15,00	15,00	20,00	22,00	20,00
3	5,00	15,00	15,00	20,00	22,00	20,00
4	5,00	15,00	15,00	20,00	22,00	20,00
5	5,00	15,00	15,00	20,00	22,00	20,00
6	5,00	15,00	15,00	20,00	22,00	20,00
7	5,00	15,00	15,00	20,00	22,00	20,00
8	5,00	15,00	15,00	20,00	22,00	20,00
9	5,00	15,00	15,00	20,00	22,00	20,00
10	5,03	15,08	18,00	25,14	30,16	40,22
11	9,55	28,65	20,11	47,75	57,29	76,39
12	13,62	40,85	38,20	68,08	81,70	108,93
13	17,27	51,82	54,46	86,37	103,65	138,20
14	20,56	61,69	69,10	102,82	123,39	164,52
15	23,52	70,57	82,26	117,62	141,15	188,19
16	26,19	78,56	94,10	130,93	157,12	209,49
17	28,58	85,74	104,75	142,90	171,48	228,65
18	30,73	92,20	114,32	153,67	184,41	245,87
19	32,67	98,01	122,94	163,36	196,03	261,37
20	34,41	103,24	130,69	172,07	206,48	275,31
21	35,98	107,94	137,65	179,90	215,88	287,85
22	37,39	112,17	143,92	186,95	224,34	299,12
23	38,66	115,97	149,56	193,29	231,95	309,27
24	39,80	119,40	154,63	198,99	238,79	318,39
25	40,82	122,47	159,19	204,12	244,95	326,59
26	41,75	125,24	163,30	208,73	250,48	333,97
27	42,58	127,73	166,99	212,88	255,46	340,61
28	43,32	129,97	170,31	216,62	259,94	346,58
29	43,99	131,98	173,29	219,97	263,97	351,96
30	44,60	133,79	175,98	222,99	267,59	356,79
31	45,14	135,42	178,39	225,71	270,85	361,13
32	45,63	136,89	180,57	228,15	273,78	365,04
33	46,07	138,21	182,52	230,35	276,42	368,55
34	46,46	139,39	184,28	232,32	278,79	371,72

Tabelul B.3 (continuare)

35	46,82	140,46	185,86	234,10	280,92	374,56
36	47,14	141,42	187,28	235,70	282,84	377,12
37	47,43	142,28	188,56	237,14	284,56	379,42
38	47,69	143,06	189,71	238,43	286,12	381,49
39	47,92	143,76	190,74	239,59	287,51	383,35
40	48,13	144,38	191,67	240,64	288,77	385,02
41	48,32	144,95	192,51	241,58	289,90	386,53
42	48,49	145,46	193,26	242,43	290,91	387,88
43	48,64	145,91	193,94	243,19	291,83	389,10
44	48,77	146,32	194,55	243,87	292,65	390,20
45	48,90	146,69	195,10	244,49	293,39	391,18
46	49,01	147,03	195,59	245,04	294,05	392,07
47	49,11	147,33	196,03	245,54	294,65	392,87
48	49,20	147,59	196,43	245,99	295,19	393,58
49	49,28	147,84	196,79	246,39	295,67	394,23
50	49,35	148,05	197,11	246,76	296,11	394,81
51	49,42	148,25	197,40	247,08	296,50	395,33
52	49,48	148,43	197,67	247,38	296,85	395,80
53	49,53	148,58	197,90	247,64	297,17	396,22
54	49,58	148,73	198,11	247,88	297,45	396,60
55	49,62	148,85	198,30	248,09	297,71	396,94
56	49,66	148,97	198,47	248,28	297,94	397,25
57	49,69	149,07	198,63	248,45	298,15	397,53
58	49,72	149,17	198,76	248,61	298,33	397,78
59	49,75	149,25	198,89	248,75	298,50	398,00
60	49,78	149,33	199,00	248,88	298,65	398,20
61	49,80	149,39	199,10	248,99	298,79	398,38
62	49,82	149,45	199,19	249,09	298,91	398,54
63	49,84	149,51	199,27	249,18	299,02	398,69

Tabelul B.4. Date experimentale ale variației concentrației unei substnțe (g/ml)

Nr. crt.	V1	V2	V3	V4	V5	V6
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
9	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10	0,22	0,25	0,30	0,35	0,40	0,42
11	0,42	0,48	0,57	0,67	0,76	0,80
12	0,60	0,68	0,82	0,95	1,09	1,14
13	0,76	0,86	1,04	1,21	1,38	1,45
14	0,90	1,03	1,23	1,44	1,65	1,73
15	1,04	1,18	1,41	1,65	1,88	1,98
16	1,15	1,31	1,57	1,83	2,09	2,20
17	1,26	1,43	1,71	2,00	2,29	2,40
18	1,35	1,54	1,84	2,15	2,46	2,58
19	1,44	1,63	1,96	2,29	2,61	2,74
20	1,51	1,72	2,06	2,41	2,75	2,89
21	1,58	1,80	2,16	2,52	2,88	3,02
22	1,65	1,87	2,24	2,62	2,99	3,14
23	1,70	1,93	2,32	2,71	3,09	3,25
24	1,75	1,99	2,39	2,79	3,18	3,34
25	1,80	2,04	2,45	2,86	3,27	3,43
26	1,84	2,09	2,50	2,92	3,34	3,51
27	1,87	2,13	2,55	2,98	3,41	3,58
28	1,91	2,17	2,60	3,03	3,47	3,64
29	1,94	2,20	2,64	3,08	3,52	3,70
30	1,96	2,23	2,68	3,12	3,57	3,75
31	1,99	2,26	2,71	3,16	3,61	3,79
32	2,01	2,28	2,74	3,19	3,65	3,83
33	2,03	2,30	2,76	3,22	3,69	3,87

Tabelul B.3 (continuare)

34	2,04	2,32	2,79	3,25	3,72	3,90
35	2,06	2,34	2,81	3,28	3,75	3,93
36	2,07	2,36	2,83	3,30	3,77	3,96
37	2,09	2,37	2,85	3,32	3,79	3,98
38	2,10	2,38	2,86	3,34	3,81	4,01
39	2,11	2,40	2,88	3,35	3,83	4,03
40	2,12	2,41	2,89	3,37	3,85	4,04
41	2,13	2,42	2,90	3,38	3,87	4,06
42	2,13	2,42	2,91	3,39	3,88	4,07
43	2,14	2,43	2,92	3,40	3,89	4,09
44	2,15	2,44	2,93	3,41	3,90	4,10
45	2,15	2,44	2,93	3,42	3,91	4,11
46	2,16	2,45	2,94	3,43	3,92	4,12
47	2,16	2,46	2,95	3,44	3,93	4,13
48	2,16	2,46	2,95	3,44	3,94	4,13
49	2,17	2,46	2,96	3,45	3,94	4,14
50	2,17	2,47	2,96	3,45	3,95	4,15
51	2,17	2,47	2,96	3,46	3,95	4,15
52	2,18	2,47	2,97	3,46	3,96	4,16
53	2,18	2,48	2,97	3,47	3,96	4,16
54	2,18	2,48	2,97	3,47	3,97	4,16
55	2,18	2,48	2,98	3,47	3,97	4,17
56	2,18	2,48	2,98	3,48	3,97	4,17
57	2,19	2,48	2,98	3,48	3,98	4,17
58	2,19	2,49	2,98	3,48	3,98	4,18
59	2,19	2,49	2,99	3,48	3,98	4,18
60	2,19	2,49	2,99	3,48	3,98	4,18
61	2,19	2,49	2,99	3,49	3,98	4,18
62	2,19	2,49	2,99	3,49	3,99	4,18

Tabelul B.5. Date experimentale ale variației turațiilor motorului de curent continuu (rot/min)

Nr. crt.	V1	V2	V3	V4	V5	V6
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	10,05	15,08	25,14	35,19	45,25	55,30
3	19,10	28,65	47,75	66,84	85,94	105,04
4	27,23	40,85	68,08	95,31	122,55	149,78
5	34,55	51,82	86,37	120,92	155,47	190,02
6	41,13	61,69	102,82	143,95	185,08	226,21
7	47,05	70,57	117,62	164,67	211,72	258,77
8	52,37	78,56	130,93	183,30	235,68	288,05
9	57,16	85,74	142,90	200,06	257,23	314,39
10	61,47	92,20	153,67	215,14	276,61	338,08
11	65,34	98,01	163,36	228,70	294,04	359,39
12	68,83	103,24	172,07	240,90	309,72	378,55
13	71,96	107,94	179,90	251,87	323,83	395,79
14	74,78	112,17	186,95	261,73	336,51	411,29
15	77,32	115,97	193,29	270,61	347,92	425,24
16	79,60	119,40	198,99	278,59	358,19	437,78
17	81,65	122,47	204,12	285,77	367,42	449,07
18	83,49	125,24	208,73	292,23	375,72	459,22
19	85,15	127,73	212,88	298,04	383,19	468,34
20	86,65	129,97	216,62	303,26	389,91	476,55
21	87,99	131,98	219,97	307,96	395,95	483,94
22	89,20	133,79	222,99	312,19	401,38	490,58
23	90,28	135,42	225,71	315,99	406,27	496,55
24	91,26	136,89	228,15	319,41	410,67	501,93
25	92,14	138,21	230,35	322,48	414,62	506,76
26	92,93	139,39	232,32	325,25	418,18	511,11
27	93,64	140,46	234,10	327,74	421,38	515,02
28	94,28	141,42	235,70	329,98	424,26	518,54
29	94,85	142,28	237,14	331,99	426,85	521,70
30	95,37	143,06	238,43	333,80	429,17	524,55
31	95,84	143,76	239,59	335,43	431,27	527,10
32	96,26	144,38	240,64	336,90	433,15	529,41
33	96,63	144,95	241,58	338,21	434,85	531,48

Tabelul B.5 (continuare)

34	96,97	145,46	242,43	339,40	436,37	533,34
35	97,28	145,91	243,19	340,46	437,74	535,01
36	97,55	146,32	243,87	341,42	438,97	536,52
37	97,80	146,69	244,49	342,29	440,08	537,88
38	98,02	147,03	245,04	343,06	441,08	539,10
39	98,22	147,33	245,54	343,76	441,98	540,19
40	98,40	147,59	245,99	344,39	442,78	541,18
41	98,56	147,84	246,39	344,95	443,51	542,07
42	98,70	148,05	246,76	345,46	444,16	542,86
43	98,83	148,25	247,08	345,91	444,75	543,58
44	98,95	148,43	247,38	346,33	445,28	544,23
45	99,06	148,58	247,64	346,70	445,75	544,81
46	99,15	148,73	247,88	347,03	446,18	545,33
47	99,24	148,85	248,09	347,33	446,56	545,80
48	99,31	148,97	248,28	347,60	446,91	546,22
49	99,38	149,07	248,45	347,84	447,22	546,60
50	99,44	149,17	248,61	348,05	447,50	546,94
51	99,50	149,25	248,75	348,25	447,75	547,25
52	99,55	149,33	248,88	348,43	447,98	547,53
53	99,60	149,39	248,99	348,58	448,18	547,78
54	99,64	149,45	249,09	348,73	448,36	548,00
55	99,67	149,51	249,18	348,85	448,53	548,20
56	99,71	149,56	249,26	348,97	448,68	548,38

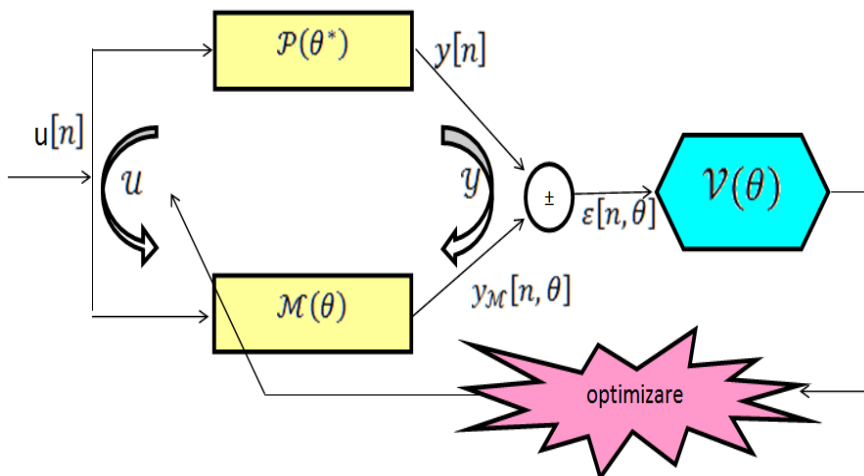
CUPRINS

INTRODUCERE.....	3
1. Ecuatii diferențiale și funcții de transfer.....	11
2. Modele ale proceselor industriale.....	16
2.1. Caracteristica generală a proceselor industriale.....	16
2.2. Modelarea proceselor de curgere.....	17
2.3. Modelarea proceselor de umplere-golire.....	22
2.4. Modelarea proceselor cu transfer de caldură.....	29
2.5. Modelarea proceselor de amestecare fără reacție chimică.....	33
2.6. Modelarea matematică a motorului de curent continuu.....	36
2.7. Performanțele proceselor.....	39
3. Identificarea procesului pe baza răspunsului tranzitoriu.....	43
3.1. Identificarea prin metoda Kùpfmuller.....	43
3.2. Identificarea prin metoda Strejc.....	45
3.3. Aproximarea procesului tranzitoriu cu funcție de transfer cu inertie de ordinul doi	47
3.4. Exemplu de identificare a procesului de umplere-golire pe baza răspunsului tranzitoriu.....	50
4. Modele parametrice utilizate la identificarea proceselor.....	54
5. Identificarea parametrică.....	59
5.1. Metoda celor mai mici pătrate.....	59
5.2. Metoda variabilei instrumentale.....	62
6. Mediul MATLAB pentru modelarea sistemelor dinamice.....	67
6.1. Caracteristicile principale ale mediului MATLAB.....	67
6.2. Modelarea în MATLAB a sistemelor dinamice liniar invariante în timp.....	73
6.3. Comenzile MATLAB pentru estimarea modelelor parametrice.....	82
6.4. Interfața grafică System Identification Tool.....	85
7. Descrierea sarcinii proiectului de curs.....	101
BIBLIOGRAFIE.....	105
ANEXE	106

UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI

MODELARE ȘI IDENTIFICARE

Ghid pentru proiectarea de curs



Chișinău
2015