Definirea traiectoriilor

Definirea traiectoriilor

Spaţiul ***task (spaţiul operaţional al robotului)*** este spaţiul în care este precizată matematic traiectoria *dorită* a electorului. Deoarece controlul manipulatoarelor se realizează, în general, la nivelul spaţiului articular este necesară transformarea spaţiului task în cel articular, mai precis rezolvarea problemei de cinematică inversă.

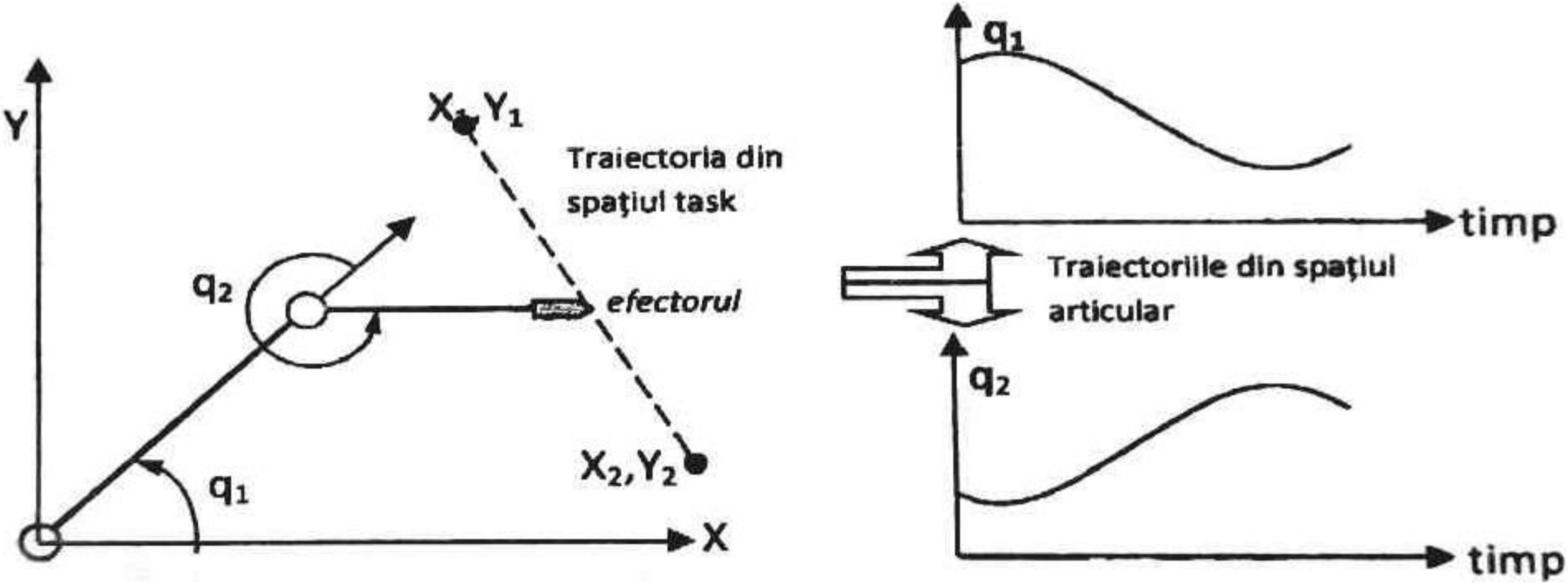
A impune o anumită sarcină înseamnă, în general, a preciza o traiectorie de parcurs, aceasta traiectorie este în fapt o colecţie de puncte.

Definirea traiectoriilor

Prin puncte, înțelegem coordonate carteziene sau valori ale pozițiilor unghiulare $\boldsymbol{q_i}$. Uneori traiectoria este definită prin două puncte - cel de start $\boldsymbol{q_{i,1}}$ și cel de ţintă $\boldsymbol{q_{i,n}}$ — alteori la aceste puncte se adaugă și puncte intermediare. În plus, se precizeză şi durata în care este necesară realizarea traiectoriei.

Problema care trebuie rezolvată este transformarea datelor menționate în funcții care în final pot fi discretizate la o rezoluţie utilizabilă de sistemul de acționare şi măsurare al robotului.

Definirea traiectoriilor



Definirea traiectoriilor

Pentru a obţine funcţiile menţionate se recomandă următorul algoritm:

- Se discretizează traiectoria din spaţiul task.
- În cazul în care sarcina robotului este de a ajunge de la un punct la altul (reglarea la valoare constantă) se au în vedere doar punctele de început şi de sfârşit ale traiectoriei. Acest tip de task este întâlnit la roboţii care sudează în puncte sau la cei care execută sarcini de asamblare *(pick and place);*

Definirea traiectoriilor

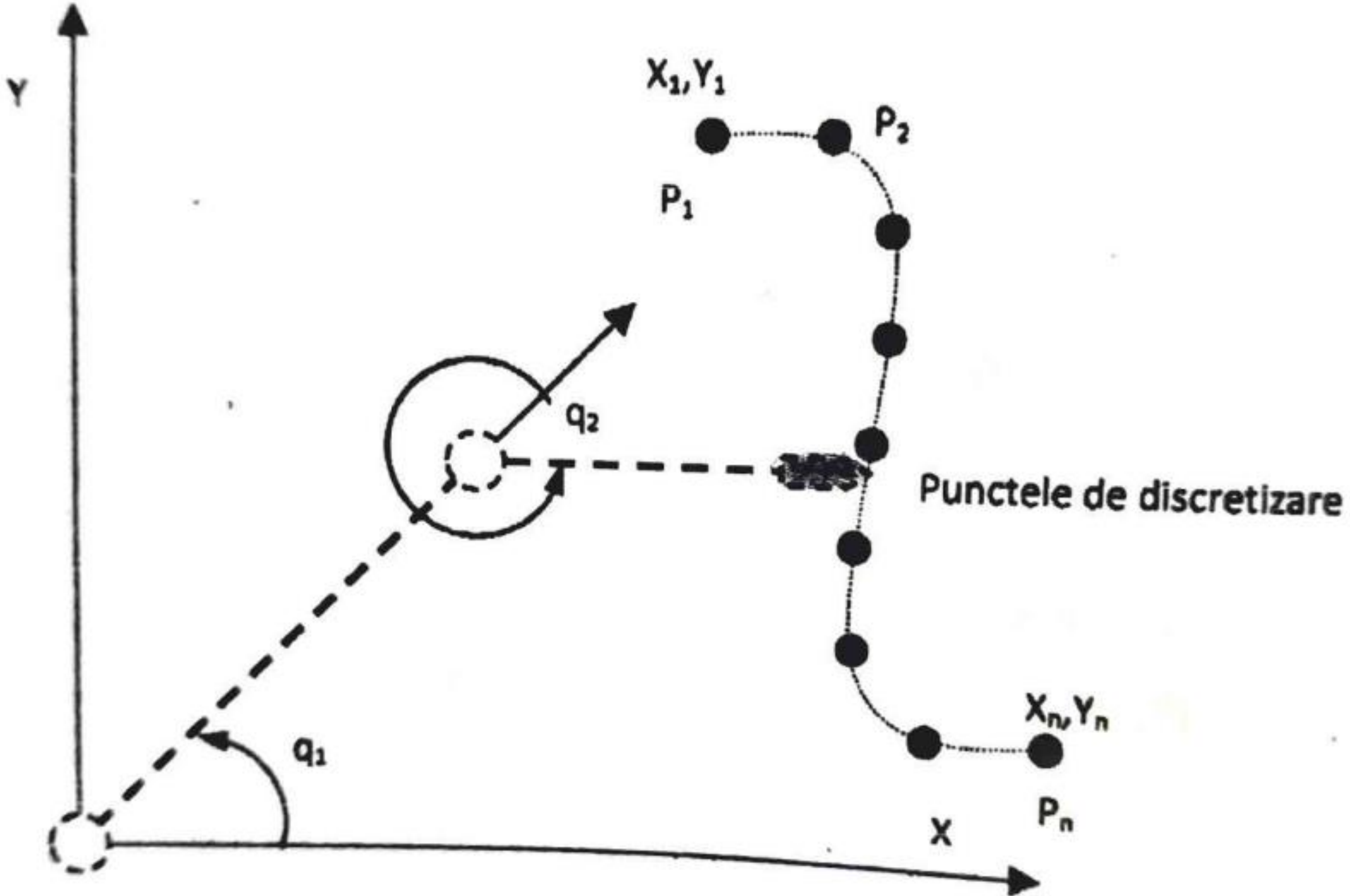
- În cazul în care sarcina robotului este de a parcurge o anumită traiectorie (reglarea de urmărire) se recomandă discretizarea traiectoriei în cât mai multe puncte. Această categorie de sarcini poate fi întâlnită la roboţii care vopsesc, la cei care sudează prin *cordoane de sudură* etc (continous path).

În urma acestei etape, pentru un robot cu 6 grade de mobilitate, se obțin următorii vectori: $X=[X_1, X_2, ..., X_n]^T$, $Y=[Y_1, Y_2, ..., Y_n]^T$, $Z=[Z_1, Z_2, ..., Z_n]^T$, la cere se pot adăuga și cele trei unghiuri care precizează orientarea efectorului în punctele în care a fost discretizată traiectoria.

Definirea traiectoriilor

- Utilizînd algoritmul de cinematică inversă se calculează coordonatele generalizate corespunzătoare discretizării realizate. În urma rezolvării problemei de cinematică inversă, pentru un robot cu m grade de libertate se obțin vectorii: $\mathbf{q_1}, \mathbf{q_2}, \dots, \mathbf{q_m}$, care reprezintă variația coordonatelor generalizate din cuplele robotului.
- În majoritatea cazurilor se precizează nu numai coordonatele traiectoriei din spaţiul operaţional al robotului, ci și vitezele *(uneori accelerațiile)* efectorului de la începutul și sfârșitul traiectoriei. Există situaţii în care aceste condiţii apar și pentru punctele intermediare ale traiectoriei.

Discretizarea traiectoriiei



Definirea traiectoriilor

Acest set de date este încă incomplet pentru că vectorii obținuți nu conțin informaţii referitoare la timpul in care se execută traiectoria. Este necesară parcurgerea unei noi etape în care vectorii obținuți vor fi transformați în funcții dependente de timp, care resperta condiţiile inițiale și finale, precum și cele referitoare la vitezele și la valorile maxime ale accelerațiilor. Dintre metodele cunoscute pot fi prezentate cele care utilizează polinoame de interpolare și cele care utilizează funcții liniare racordate prin parabole.

Calculul traiectoriilor va fl exemplificat pentru coordonata generalizată $\boldsymbol{q_i}$ (indicele **i** se referă la cupla **i**), este vorba de un voctor cu mai multe componente obținut prin discretizarea funcțiilor menționate.

Definirea traiectoriilor

Calculul traiectoriilor va fi exemplificat pentru coordonata generalizată $\boldsymbol{q_i}$ (indicele **i** se referă la cupla **i**), este vorba de un voctor cu mai multe componente obținut prin discretizarea funcțiilor menționate.

Acestui vector i se atașează următoarele mărimi:

vectorul vitezelor, $\dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{i}}$;

vectorul accelerațiilor, $\ddot{\mathbf{q}}_{\mathbf{i}}$;

vectorul timp $\mathbf{t}_{\mathbf{i}}$.

Polinoame de interpolare

În cazul în care sarcina robotului este de a ajunge de la un punct iniţial la punct final, fără a impune alte condiţii care vizează forma traiectoriei dintre cele două puncte, atunci când condiţiile iniţiale, finale se referă la poziţii şi viteze— patru condiţii - pentru interpolare se poate folosi un polinom de gradul 3 - cu patru coeficienţi:

$$q_i(t) = a_{i,0} + a_{i,1}t + a_{i,2}t^2 + a_{i,3}t^3$$

în care: necunoscutele $a_{i,0}, a_{i,1}, a_{i,2}, a_{i,3}$ se calculează pornind de la următoarele condiţii:

Polinoame de interpolare

- la momentul t=0 se impune poziţia şi viteza iniţială, $q_{i,1}$, respectiv $\dot{q}_{i,1}$

$$q(0) = q_{i,1} = a_{i,0}$$
$$\dot{q}(0) = \dot{q}_{i,1} = a_{i,1}$$

- la momentul *t=T*; unde *T* este durata mişcărilor se impune poziţia şi viteza finală, $q_{i,n}$, respectiv $\dot{q}_{i,n}$, ***n*** este ultimul element al vectorului q_i .

$$q_i(T) = q_{i,n} = a_{i,0} + a_{i,1}T + a_{i,2}T^2 + a_{i,3}T^3$$
$$q_i(T) = \dot{q}_{i,n} = a_{i,1} + 2a_{i,2}T + 3a_{i,3}T^2$$

Polinoame de interpolare

În rezultat obținem:

$$\begin{cases} a_{i,0} = q_{i,1} \\ a_{i,1} = \dot{q}_{i,1} \\ a_{i,2} = \dfrac{3}{T^2}(q_{i,n} - q_{i,1}) - \dfrac{1}{T}(\dot{q}_{i,n} + 2\dot{q}_{i,1}) \\ a_{i,3} = \dfrac{2}{T^3}(q_{i,1} - q_{i,n}) - \dfrac{1}{T^2}(\dot{q}_{i,n} + \dot{q}_{i,1}) \end{cases}$$

Polinoame de interpolare

În general vitezele iniţiale şi finale sunt nule (pleacă din repaus şi ajunge în repaus), atunci obținem sistemul:

$$\begin{cases} a_{i,0} = q_{i,1} \\ a_{i,1} = 0 \\ a_{i,2} = \dfrac{3}{T^2}(q_{i,n} - q_{i,1}) \\ a_{i,3} = \dfrac{2}{T^3}(q_{i,1} - q_{i,n}) \end{cases}$$

Polinoame de interpolare

Cunoscând coeficienţii funcţiei de interpolare se pot determina şi restul elementelor vectorului $\mathbf{q_i}$. Pentru aceasta este suficient să se aleagă o discretizare a intervalului $[0,T]$ de tipul $t_j = t_{j-1} + \Delta_t$ u
Unde $j = \overline{1...m}$; $t_0 = 0$; $t_n = T$. Ceea ce permite definirea celor trei vectori asociaţi cuplei *j* (poziţia, viteza şi acceleraţia unghiulară):

$$\begin{cases} q_{i,j}(t) = a_{i,0} + a_{i,1}t_j + a_{i,2}t_j{}^2 + a_{i,3}t_j{}^3 \\ \dot{q}_{i,j}(t) = a_{i,1} + 2a_{i,2}t_j + 3a_{i,3}t_j^2 \\ \ddot{q}_{i,j}(t) = 2a_{i,2} + 6a_{i,3}t_j \end{cases}$$

Polinoame de interpolare

Atunci când condiţiile iniţiale şi finale se referă atât la poziţii cât şi la viteze, acceleraţii, adică atunci când apar 6 condiţii, interpolarea se realizează cu un polinom de gradul 5 (care are 6 coeficienţi).

$$q_i(t) = a_{i,0} + a_{i,1}t + a_{i,2}t^2 + a_{i,3}t^3 + a_{i,4}t^4 + a_{i,5}t^5$$

Polinoame de interpolare

```
function [P,V,A,D]=intp(ql,q2,T)
% funcţia are următoarele date de intrare:ql poziţia
iniţială; q2 poziţia finală, T durata mişcării
%funcţia are următoarele date de ieşire P vectorul
funcţiei de poziţie; V vectorul funcţiei viteză; A
%vectorul funcţiei de acceleraţie; D vectorul timp
%durata mişcării D=0:0.1:T;
% funcţia de poziţie
Cl=[-2*(q2-ql)/T^3,3*(q2-ql)/T^2,0,ql] ;
P=polyval(CI,D);
% funcţia de viteza
C2=[-6*(q2 –ql)/T^3,6*(q2-ql)/T^2,0] ;
V=polyval(C2,D);
% funcţia de acceleraţie
C3=[-12*(q2-ql )/T^3,6*(q2-ql)/Tˆ2] ;
A=polyval(C3,D);
```