

Universitatea Tehnică a Moldovei
Facultatea Calculatoare, Informatică și Microelectronică

Legea de reglare

conf. univ., dr. Irina Cojuhari

Introducere

- Pentru un sistem liniar monovariabil în calitate de stare în momentul de timp „ t_0 ” este vectorul condițiilor inițiale $x(t_0)=x_0$.
- Deoarece problema de reglare se reduce la asigurarea mișcării sistemului în originea de coordonate pentru orice stări inițiale este necesar de a forma semnalul de reglare ce asigură o astfel de mișcare, luând în considerare datele despre starea sistemului, sau după cum se spune, este nevoie de a forma conducerea sub formă de reacție.

Legea de reglare

- Se vor numi legea de reglare imaginea $k:T \times X \rightarrow U$, se pune în corespondență fiecărui moment de timp „t” și stării sistemului în acest moment de timp $x(t)$ valoarea acțiunii de reglare $u(t)$.
- Imaginea „k” sau funcția $k(t, x(t))$ determină $u(t)$ în mod încert.

Legea de reglare

- Pentru a asigura liniaritatea acestei funcției se va primi:

$$k(t, x(t)) = -k(t)x(t)$$

- ce reprezintă legea de reglare liniară, unde $k(t)$ este o matrice $m \times n$, alcătuită din funcții continue.
- În acest caz se construiește un regulator liniar, pentru care

$$u(t) = -k(t)x(t)$$

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t).$$

Legea de reglare

- Ecuația sistemului închis capătă următoarea formă:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(t)x(t) - B(t)k(t)x(t) = \\ &= [A(t) - B(t)k(t)]x(t).\end{aligned}$$

Deci este necesar de a alege matricea circuitului de reacție $k(t)$ astfel, încât matricea sistemului închis să asigure dinamica impusă de apropiere a sistemului spre originea de coordonate.

Reația după stare în sistemele staționare

- Fie că este dat sistemul liniar staționar monovariabil

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t)$$

și care este controlabil.

- Fie că este dat un oricare polinom normat de gradul „ n ” cu coeficienții reali.

- $\varphi_c(\lambda) = \lambda^n + q_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + q_0$

- Atunci există un vector al reacției „ k ” astfel încât sistemul închis

$$\dot{x}(t) = [A - bk^T]x(t)$$

care are în calitate de polinom caracteristic $\varphi_c(\lambda)$.

Reația după stare în sistemele staționare

- Dacă ecuația caracteristică a matriciei A este:

$$\varphi_A = \lambda^n + \alpha_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + \alpha_0$$

atunci pentru cazul când avem realizarea standard controlabilă componentele vectorului de reacție se aleg după formula:

$$k_i = q_i - \alpha_i, i = 0, 1, 2, \dots, (n - 1).$$

Reația după stare în sistemele staționare

- Efectuând o verificare:

$$\begin{aligned}
 \bullet [A - bk^T] &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & \dots & -\alpha_{n-1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times [k_0 \dots k_n] = \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & & 1 \\ -q_0 & -q_1 & \dots & -q_{n-1} \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

Reația după stare în sistemele staționare

- Se observă
 - $\varphi_{[A-bk]} = \lambda^n + q_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + q_0 = \varphi_c(\lambda)$.
- Astfel cu ajutorul reacției după stare este posibil să schimbăm proprietățile dinamice ale sistemului, alegând coeficienții ecuației caracteristice.

Pașii de sinteză a regulatorului

1. Se calculează matricea

$$\Gamma c = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B]$$

și se verifică dacă coincide rangul acestei matrice cu gradul sistemului.

2. Se determină polinomul caracteristic al matriciei A

$$\varphi_A = \lambda^n + \alpha_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + \alpha_0$$

3. Se determină polinomul caracteristic dorit $\varphi_c(\lambda)$.

4. În conformitate cu coeficienții ecuației caracteristice date $\varphi_c(\lambda)$ se calculează componentele vectorului de reacție după formula

$$k_i = q_i - \alpha_i, i = 0, 1, 2, \dots, (n - 1).$$

Exemplu:

- Fie că se dă sistemul în forma diagonală:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}; \quad c^T = [1 \quad 0]; \quad D = 0.$$

- Și sunt date rădăcinile ecuației caracteristice dorite a sistemului închis: $\lambda_1 = -3$, $\lambda_2 = -1$.