

Sisteme normale de ecuații diferențiale

1. Să se arate că sistemul dat de funcții $\begin{cases} y_1 = y_1(t), \\ y_2 = y_2(t); \end{cases}$ sau sistemul alcătuit de

funcțiile y_1, y_2 definite de egalitatea $\Phi(t, y_1, y_2) = 0$, este soluție a sistemului diferențial dat.

$$1) \begin{cases} y_1 = 1/t^2, \\ y_2 = t \ln t; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} y'_1 = -2ty_1^2, \\ y'_2 = y_2/t + 1; \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 = t, \\ y_2 = 2e^t; \end{cases} \quad \begin{cases} y'_1 = e^{t-y_1}, \\ y'_2 = 2e^{y_1}; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} y_1 = C_1 e^{-t} + C_2 e^{3t}, \\ y_2 = C_1 e^{-t} - 2C_2 e^{3t}; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} y'_1 = y_1 - y_2, \\ y'_2 = y_2 - 4y_1; \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 = e^{-t/2}, \\ y_2 = 2e^{t/2}; \end{cases} \quad \begin{cases} y'_1 = -1/y_2, \\ y'_2 = 1/y_1; \end{cases}$$

$$5) \Phi(t, y_1, y_2) = t + y_1 + y_2, \quad \begin{cases} y'_1 = y_1/(y_1 - y_2), \\ y'_2 = y_1/(y_2 - y_1); \end{cases}$$

$$6) \Phi(t, y_1, y_2) = 1/y_1 - 1/y_2; \quad \begin{cases} y'_1 = y_1/y_2, \\ y'_2 = y_2/y_1; \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} y_1 = C_1 \cos t + C_2 \sin t + \operatorname{tg} t, \\ y_2 = -C_1 \sin t + C_2 \cos t + 2; \end{cases} \quad \begin{cases} y'_1 = y_2 + \operatorname{tg}^2 t - 1, \\ y'_2 = -y_1 + \operatorname{tg} t; \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} y_1 = C_1 \cos 2t - C_2 \sin 2t + 2t + 2, \\ y_2 = (C_1 + 2C_2) \cos 2t + (2C_1 - C_2) \sin 2t + 10t; \end{cases} \quad \begin{cases} y'_1 = y_1 - y_2 + 8t, \\ y'_2 = 5y_1 - y_2; \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} y'_1 = C_1 e^{-t} + C_2 e^{-3t}, \\ y'_2 = C_2 e^{-t} + 3C_2 e^{-3t} + \cos t; \end{cases} \quad \begin{cases} 4y'_1 - y'_2 + 3y_1 = \sin t, \\ y'_1 + y_2 = \cos t; \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} y_1 = t + e^{-C_1 t}/(C_1 C_2), \\ y_2 = C_2 e^{C_1 t}; \end{cases} \quad \begin{cases} y'_1 = 1 - 1/y_2, \\ y'_2 = 1/(y_2 - y_1). \end{cases}$$

2. Să se reducă la un sistem normal sistemul dat sau ecuația diferențială dată.

$$1) \begin{cases} y'' - y_2 = 0, \\ t^2 y'_2 - 2y_1 = 0; \end{cases} \quad 2) t^2 y'' + ty' + 9y = 0, \quad 3) \begin{cases} y'' = 2y_1 - 3y_2, \\ y''_2 = y_1 - 2y_2; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} y''_1 = 3y_1 + 4y_2, \\ y''_2 = -y_1 - y_2; \end{cases} \quad 5) \begin{cases} y''_1 = 2y_2, \\ y''_2 = -2y_1; \end{cases} \quad 6) \begin{cases} 2y'_1 - 5y'_2 = 4y_2 - y_1, \\ 3y'_1 - 4y'_2 = 2y_1 - y_2; \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} y''_1 - 2y'_1 + 2y_1 = 0, \\ 3y''_1 + y''_2 - 8y_2 = 0; \end{cases} \quad 8) y^{IV} - y^3 = 0; \quad 9) \begin{cases} y''_1 - 3y_2 + t = 0, \\ y''_2 + y'_1 + y_2 = 0; \end{cases}$$

$$10) y''' + tyy' - y'^3 = 0.$$

Sisteme normale de ecuații diferențiale

3. Să se rezolve prin metoda reducerii la o singură ecuație (metoda excluderii) sistemul dat.

$$1) \begin{cases} ty'_1 = -y_1 + ty_2, \\ t^2 y'_2 = -2y_1 + ty_2; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} y'_1 = y_2 + t, \\ y'_2 = y_1 - t; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 4y'_1 - y'_2 + 3y_1 = \sin t, \\ y'_1 + y_2 = \cos t; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} y'_1 = y_2 - 2y_1, \\ y'_2 = 3y_2 - y_1 + 3t^2; \end{cases} \quad 5) \begin{cases} y'_1 + 2y_1 + y_2 = \sin t, \\ y'_2 - 4y_1 - 2y_2 = \cos t; \end{cases} \quad 6) \begin{cases} y''_1 - y_2 = 0, \\ y'_2 + 8y_1 = 0; \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} y'_1 + 4y_2 = \cos 2t, \\ y'_2 + 4y_1 = \sin 2t \end{cases} \quad 8) \begin{cases} y'_1 - 2y_1 - 4y_2 = \cos t, \\ y'_2 + y_1 + 2y_2 = \sin t; \end{cases} \quad 9) \begin{cases} y'_1 + y_1 - y_2 = e^t, \\ y'_2 - y_1 + y_2 = e^t; \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} y''_1 = y_2, \\ y''_2 = 16y_1. \end{cases}$$