TEMA 3.3. METODA DIFERENŢELOR (DERIVATELOR) BOOLEENE

Este o metodă analitică bazată pe activarea unei căi de propagare a defectului spre ieşirea primară.

Fie dată o funcţie booleană de n variabile $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Diferenţa booleană (DB) a funcţiei f în raport cu variabila x_i este funcţia:

$$\frac{df}{dx_i} = f(x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n) \oplus f(x_1, x_2, \ldots, \overline{x_i}, \ldots, x_n) \qquad (1)$$

DB poate fi scrisă şi sub forma:

$$\frac{df}{dx_i} = f(x_1, x_2, \ldots, 1, \ldots, x_n) \oplus f(x_1, x_2, \ldots, 0, \ldots, x_n) \qquad (2)$$

Deoarece DB este rezultatul operaţiei XOR, rezultă că $\frac{df}{dx_i} = 1$ dacă şi numai dacă orice modificare a variabilei x_i conduce la modificarea valorii funcţiei *f*. Atunci când $\frac{df}{dx_i} = 0$, modificarea variabilei x_i nu va conduce la modificarea valorii funcţiei *f*.

Această proprietate a derivatei booleene este folosită pentru determinarea condiţiei de observabilitate (de propagare) a defectului către ieşire.

Condiţia de manifestare a defectului **a** pentru un anumit nod din circuit este asigurată prin atribuirea valorii opuse celei implicate în defect, şi anume $\overline{a}$.

Unind aceste două condiţii într-o ecuaţie, vom obţine $\overline{a} \cdot \frac{dF}{da} = 1$. Rezolvarea acestei ecuaţii ne permite să obţinem testele pentru detectarea unui defect **a** de tip „blocaj în 0” sau „blocaj în 1”.

La calculul DB se pot utiliza următoarele egalităţi:

1. $x \oplus \overline{x} = 1$
2. $x \oplus x = 0$
3. $x \oplus 1 = \overline{x}$
4. $x \oplus 0 = x$
5. $\overline{x \oplus y} = xy + \overline{x}\,\overline{y}$
6. $x \oplus y \oplus xy = x + y$

Proprietăţile DB:

1. $\dfrac{d\overline{F}}{dx}=\dfrac{dF}{dx}$

2. $\dfrac{dF}{d\overline{x}}=\dfrac{dF}{dx}$

3. $\dfrac{dF}{dx_i}[\dfrac{dF}{dx_s}]=\dfrac{d}{dx_j}[\dfrac{dF}{dx_i}]$

4. $\dfrac{d}{dx}[F\cdot G]=F\dfrac{dG}{dx}\oplus G\dfrac{dF}{dx}\oplus\dfrac{dF}{dx}\cdot\dfrac{dG}{dx}$

5. $\dfrac{d}{dx}[F+G]=\overline{F}\dfrac{dG}{dx}\oplus\overline{G}\dfrac{dF}{dx}\oplus\dfrac{dF}{dx}\cdot\dfrac{dG}{dx}$

6. $\dfrac{d}{dx}[F\oplus G]=\dfrac{dF}{dx}\oplus\dfrac{dG}{dx}$

7. $\dfrac{dF}{dx_i}=0$ dacă F nu depinde de x_i

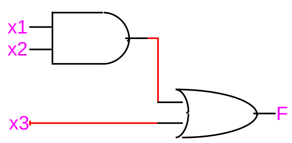
8. $\dfrac{dF}{dx_i}=1$ dacă $F=x_i$

9. $\dfrac{d}{dx_i}[F\cdot G]=F\dfrac{dG}{dx_i}$ dacă F nu depinde de x_i

10. $\dfrac{d}{dx_i}[F+G]=\overline{F}\dfrac{dG}{dx_i}$ dacă F nu depinde de x_i

Exemplu:

Fie dată funcţia booleană $F=\sum(1,3,5,6,7)=x_1x_2+x_3$



Vom determina derivata booleană faţă de variabila x_1.

$$\frac{dF}{dx_1}=\frac{d(x_1x_2+x_3)}{dx_1}^{pr.10}=\overline{x}_3\frac{d(x_1x_2)}{dx_1}^{pr.9}=x_2\overline{x}_3\frac{dx_1}{dx_1}^{pr.8}=x_2\overline{x}_3\ ;$$

Vom determina testul pentru $x_1 \equiv 0$. Deci defectul **a,** în acest caz, va fi $x_1 = 1$, iar condiţia de manifestare a defectului $\overline{a}$ va fi $x_1 = 1$. Înlocuim în ecuaţia $\bar{a} \cdot \frac{dF}{da} = 1$ valorile pentru $\bar{a}$ şi $\frac{dF}{da}$ şi obţinem:

$$x_1 \frac{dF}{dx1} = x_1 x_2 \bar{x}_3 = 1$$

Rezolvând ecuaţia obţinem: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0$.

Înlocuind valorile obţinute pentri variabilele de intrare în expresia logică a funcţiei obţinem: $f = x_1 x_2 + x_3 = 1 \cdot 1 + 0 = 1$

Testul rezultat este: (1,1,0;1).

Vom determina testul pentru $x1 \equiv 1$. Deci defectul **a,** în acest caz, va fi $x1 \equiv 1$, iar condiţia de manifestare a defectului $\overline{a}$ va fi $x_1 = 0$. Înlocuim în ecuaţia $\bar{a} \cdot \frac{dF}{da} = 1$ valorile pentru $\bar{a}$ şi $\frac{dF}{da}$ şi obţinem:

$$\bar{x}_1 \frac{dF}{dx1} = x_1 x_2 \bar{x}_3 = 1$$

Rezolvând ecuaţia obţinem: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0$.

Înlocuind valorile obţinute pentri variabilele de intrare în expresia logică a funcţiei obţinem: $f = x_1 x_2 + x_3 = 0 \cdot 1 + 0 = 0$

Testul rezultat este: (0,1,0;0).

Derivata booleană poate fi calculată şi utilizând metoda grafică bazată pe diagramele Karnaugh. În acest caz $F(x_1, \ldots x_i, \ldots x_n)$, $F(x_1, \ldots \bar{x}_i, \ldots x_n)$ şi $\frac{dF}{dx_i}$ se reprezintă prin câte o diagramă Karnaugh.

$x_3 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
0			1	
1	1	1	1	1

$F(x_1, x_2, x_3)$

$\oplus$

$x_3 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
0			1	
1	1	1	1	1

$F(\bar{x}_1, x_2, x_3)$

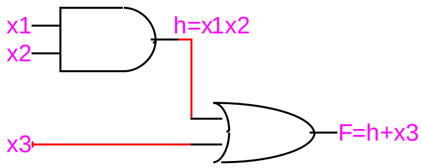
$=$

$x_3 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
0		1	1	
1				

$$\frac{dF}{dx_1} = x_2 \bar{x}_3$$

Generarea testelor prin metoda diferenţelor booleene pentru conexiuni interne

La generarea testelor pentru conexiuni interne defecte, se porneşte de la faptul ca funcţia de ieşire poate fi scrisă şi sub forma: F(x,h), unde h=h(x)



Aflăm derivata booleană faţă de nodul h: $\frac{dF(x,h)}{dh} = \frac{dF(h+x_3)}{dh} = \bar{x}_3 \frac{dF(h)}{dh} = \bar{x}_3$.

Vom determina testul pentru $h \equiv 1$. Deci defectul **a,** în acest caz, va fi $h \equiv 1$, iar condiţia de manifestare a defectului $\bar{a}$ va fi $h = x_1 x_2 = 0$. Înlocuim în ecuaţia $\bar{a} \cdot \frac{dF}{da} = 1$ valorile pentru $\bar{a}$ şi $\frac{dF}{da}$ şi obţinem:

$$\overline{x_1 x_2} \frac{dF}{dh} = \overline{x_1 x_2} \bar{x}_3 = 1$$
$$(\bar{x}_1 + \bar{x}_2)\bar{x}_3 = 1$$

Rezolvând ecuaţia şi calculând valoarea funcţiei obţinem:

$$x_1 = 0, x_2 = *, x_3 = 0 \quad f = 0$$
$$x_1 = *, x_2 = 0, x_3 = 0 \quad f = 0 .$$

Testele rezultate sunt: (0,*,0;0) şi (*,0,0;0).

Vom determina testul pentru $h \equiv 0$. Deci defectul **a,** în acest caz, va fi $h \equiv 0$, iar condiţia de manifestare a defectului $\bar{a}$ va fi $h = x_1 x_2 = 1$. Înlocuim în ecuaţia $\bar{a} \cdot \frac{dF}{da} = 1$ valorile pentru $\bar{a}$ şi $\frac{dF}{da}$ şi obţinem:

$$x_1 x_2 \frac{dF}{dh} = x_1 x_2 \bar{x}_3 = 1$$

Rezolvând ecuaţia şi calculând valoarea funcţiei obţinem:

$$x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0 \quad f = 1 .$$

Testul rezultat este: (1,1,0;1).

Pentru generarea testelor în cazul a 2 eroi simultane se foloseşte derivata booleană cu 2 variabile, definită astfel:

$$\frac{dF}{d(x_i x_j)} = F\left(x_1, x_2, \dots x_i, \dots x_j, \dots x_n\right) + F(x_1, x_2, \dots \overline{x_i}, \dots \overline{x_j}, \dots x_n)$$

Observaţie: $\frac{dF}{d(x_i x_j)} \neq \frac{d}{dx_i}(\frac{dF}{dx_j})$