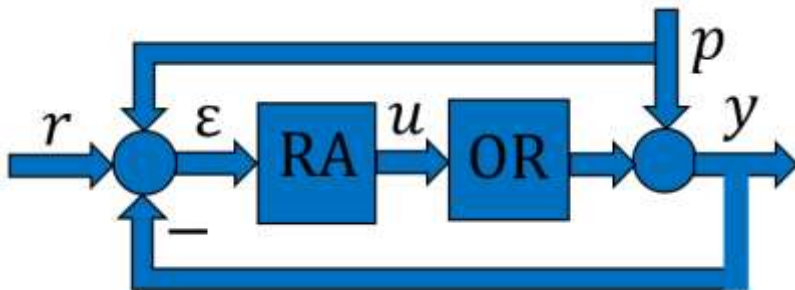


UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI

INGINERIA SISTEMELOR AUTOMATE

Ghid pentru proiectarea de curs



Chișinău
2021

UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI

**FACULTATEA CALCULATOARE, INFORMATICĂ
ȘI MICROELECTRONICĂ**

**DEPARTAMENTUL INGINERIA SOFTWARE
ȘI AUTOMATICĂ**

**PROGRAMUL DE STUDII
AUTOMATICĂ ȘI INFORMATICĂ**

INGINERIA SISTEMELOR AUTOMATE

Ghid pentru proiectarea de curs

Chișinău
Editura „Tehnica-UTM”
2021

CZU 681.51/53.(075)

I-99

Ghidul de proiectare este destinat studenților care studiază Programul de studiu 0714.6 *Automatică și informatică* pentru aprofundarea cunoștințelor și elaborarea proiectului de curs la disciplina *Ingineria sistemelor automate*.

În cadrul lucrării sunt abordate aspectele importante ale ingineriei sistemelor automate pentru rezolvarea problemelor specifice de proiectare a algoritmilor de reglare în timp continuu și discret, analiza performanțelor și implementarea acestora pe structurile de sisteme automate continue și cu eșantionare. Sunt prezentate exemple de sinteză ale algoritmilor de reglare continui și cu eșantionare și analiza performanțelor sistemului proiectat.

Ghidul include 5 capitole, bibliografie și 7 anexe.

Autor: conf. univ., dr. B. Izvoreanu

Recenzent: acad., cerc. șt., dr. șt. tehn. V. Cheibaș

DESCRIEREA CIP A CAMEREI NAȚIONALE A CĂRȚII DIN RM

Izvoreanu, B.

Ingineria sistemelor automate: Ghid pentru proiectarea de curs / B. Izvoreanu; Universitatea Tehnică a Moldovei, Facultatea Calculatoare, Informatică și Microelectronică, Departamentul Ingineria Software și Automatică, Programul de Studii Automatică și Informatică.

- Chișinău: Tehnica-UTM, 2021. – 122 p.: fig., tab.

Bibliogr.: p. 76-77 (22 tit.). – 50 ex.

ISBN 978-9975-45-737-8.

681.51/.53(075)

I-99

ISBN 978-9975-45-737-8

© UTM, 2021

CUPRINS

INTRODUCERE.....	5
1 SINTEZA SISTEMULUI DE REGLARE AUTOMATĂ	6
1.1 Structura sistemului de reglare automată	6
1.2 Formularea problemei de proiectare a sistemului de reglare automată.....	9
1.3 Modelul matematic al procesului condus și proprietățile lui	11
2 MODELE MATEMATICE ALE OBIECTULUI DE REGLARE A TRADUCTORULUI ȘI A ELEMENTULUI DE EXECUȚIE ...	19
2.1 Modelul matematic al obiectului de reglare	19
2.2 Modelul matematic al traductorului	19
2.3 Modelul matematic al elementului de execuție	20
3 METODE DE ACORDARE A REGULATOARELOR ÎN SISTEMELE AUTOMATE CU TIMP CONTINUU	21
3.1 Legile tipice de reglare	21
3.2 Metode de acordare a algoritmilor de reglare.....	23
3.3 Metoda Ziegler–Nichols.....	24
3.4 Metoda gradului maximal de stabilitate	26
3.5 Metoda criteriului modulului.....	38
3.6 Metoda reglării în cascadă.....	40
4 SISTEMUL NUMERIC DE REGLARE AUTOMATĂ.....	41
4.1 Modelul discret al obiectului de reglare	41
4.2 Modelul discret aproximat al obiectului de reglare	44
4.3 Algoritmul PID numeric.....	48
4.4 Algoritmul numeric al răspunsului impus	50
4.5 Algoritmul răspunsului impus – algoritmul normal	51
4.6 Algoritmul răspunsului impus – algoritmul extins	56

4.7 Algoritmul răspunsului timpului minim.....	63
4.8 Construirea procesului indicial al sistemului numeric.....	65
5 DESCRIEREA SARCINII PROIECTULUI DE CURS	68
5.1 Sarcina proiectului de curs	68
5.2 Procesele tehnologice și parametrii reglați.....	70
5.3 Cerințe privind perfectarea proiectului de curs	70
5.4 Indicații metodice privind efectuarea proiectului de curs	72
BIBLIOGRAFIE	76
ANEXE	78
Anexa 1. Foaia de titlu.....	78
Anexa 2. Date inițiale pentru proiect.....	79
Anexa 3. Funcții de timp și imaginea lor	80
Anexa 4. Funcții de transfer ale elementelor dinamice în transformata Laplace s în transformata z	81
Anexa 5. Algoritmi de acordare a reguletoarelor PID după metoda gradului maximal de stabilitate	83
Anexa 6. Elemente de execuție	98
Anexa 7. Sarcina individuală a proiectului.....	121

INTRODUCERE

Problema de sinteză a sistemului de reglare automată constă în determinarea elementelor componente, structurii și configurației sistemului, parametrilor elementelor și cerințele de funcționare care ar satisface performanțele impuse sistemului [1-2, 5-7, 10-15, 20, 21].

Proiectarea și funcționarea proceselor industriale și tehnologice automatizate trebuie să satisfacă atât cerințele de robustețe și performanță impuse sistemului automat, cât și unor specificații dorite ca eficiența, calitatea, profitabilitatea, siguranța în funcționare, optimizarea consumurilor energetice, impactul asupra mediului etc.

Rezultatul (succesul sau insuccesul) proiectului de automatizare a proceselor industriale și tehnologice depinde de doi factori [1, 5-7, 13, 15]:

1) gradul de înțelegere și de cunoaștere a funcționării procesului condus ca obiect de reglare;

2) capacitatea de înțelegere și utilizare a conceptelor teoriei sistemelor automate, a reprezentării formale a semnalelor și a principiilor de conducere.

Complexitatea proceselor industriale, corelată cu cerințele ridicate de performanță, automatizarea devin o necesitate obiectivă în contextul globalizării economiei și a piețelor de procese și produse.

Pornind de la cerințele de funcționare a procesului industrial sau tehnologic și semnalele care acționează asupra procesului, se aleg și se dimensionează tractoarele și elementele de execuție și, astfel, se determină structura sistemului automat.

Datorită unui avansat formalism matematic, automatica combină concepte și strategii de conducere și metodologii cu cele mai avansate tehnologii care asigură achiziția, transmiterea și procesarea informațiilor despre procesul condus și mediul său extern, astfel realizând conducerea automată.

În ghidul respectiv se utilizează strategii de conducere a proceselor industriale ca sisteme convenționale cu strategii convenționale de reglare (reglare PID, reglare în cascadă și reglare directă) ca sisteme liniare continue și cu eșantionare.

1 SINTEZA SISTEMULUI DE REGLARE AUTOMATĂ

1.1 Structura sistemului de reglare automată

În etapa actuală de proiectare a sistemului automat există două clase de probleme contradictorii [1, 5-7, 8-11, 13, 15, 19]:

1. Sistemul automat trebuie să fie robust stabil (stabilizarea regimului de funcționare și garantarea marginii de amplitudine și fază) la modificarea parametrilor sub acțiunea diverșilor factori interi și externi.

2. Sistemul automat să aibă performanțe ridicate în regimurile tranzitoriu și staționar (precizie în regim staționar, rapiditate, timp de reglare redus, rejecția acțiunilor perturbației etc.) la acțiunea semnalelor de referință și perturbației.

Construirea unui sistem automat se realizează prin calculul energetic la alegerea și dimensionarea elementelor funcționale ale sistemului (fig. 1.1), alcătuită din elementele din canalul direct: elementul de amplificare (EA) cu f.d.t. $H_A(s)$, elemental de execuție (EE) cu f.d.t. $H_E(s)$, procesul (P) cu f.d.t. $H_P(s)$, iar în canalul de reacție traductorul (Tr) cu f.d.t. $H_{tr}(s)$. Asupra sistemului acționează semnalele de referință $r(s)$ și perturbația $p(s)$. Mărimea $u(s)$ este mărimea de conducere (de reglare), $y(s)$ – mărimea de ieșire (mărimea condusă/reglată), $\varepsilon(s)$ – eroarea sistemului, $y_r(s)$ – semnalul reacției.

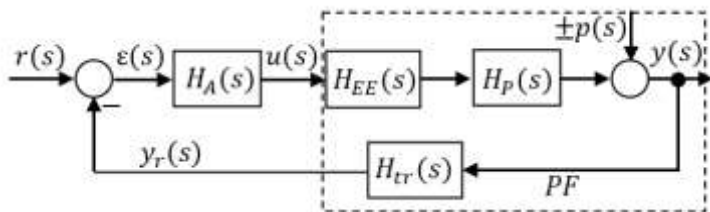


Fig. 1.1. Schema structurală a sistemului de reglare automată

Structura prezentată a sistemului este alcătuită din minimum de elemente funcționale necesare pentru funcționarea lui și este numită structură convențională a sistemului de reglare automată [1, 5-7, 15].

În procesul de funcționare a sistemului automat, ansamblul din elemental de execuție EE, procesul condus P și traductorul Tr (în fig. 1.1,

figura încadrată cu linie întreruptă) nu-și modifică parametrii în regimul de funcționare și atunci acest ansamblu este numit partea fixată (PF) a sistemului cu f.d.t. echivalentă a conexiunii în serie:

$$H_{PF}(s) = H_E(s)H_P(s)H_{tr}(s) \quad (1.1)$$

și structura sistemului automat se reduce la structura dată în figura 1.2.

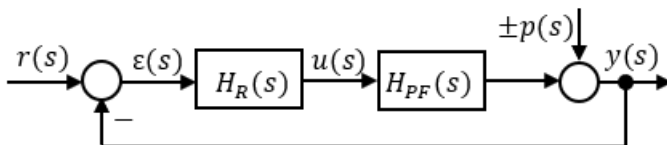


Fig. 1.2. Schema structurală a sistemului de reglare automată

Ambele structuri ale sistemului automat urmăresc același scop - a realiza sistemul stabil, robust și cu performanțe impuse.

Conceptual, structura sistemului automat din figura 1.1 poate să nu corespundă cerințelor de stabilitate și performanțelor impuse sistemului. Din aceste considerente, este necesar ca în structura sistemului să fie introduse elemente suplimentare conectate în modul corespunzător pentru a realiza cerințele impuse sistemului.

În sistemul automat se determină eroarea (abaterea) între semnalul referinței $r(t)$ (ca semnal etalon) și semnalul mărimii măsurate $y(t)$ a ieșirii sistemului:

$$\varepsilon(t) = r(t) - y(t), \quad (1.2)$$

care are rolul decizional.

Există două posibilități de proiectare a structurii sistemului de reglare automată:

1. În structura sistemului automat (fig. 1.1) se introduc elemente de corecție conectate în modul corespunzător.
2. În structura sistemului automat (fig. 1.2) cu partea fixată cu f.d.t. $H_{PF}(s)$ se substituie amplificatorul cu f.d.t. $H_A(s)$ cu regulatorul automat cu f.d.t. $H_R(s)$, pentru care se sintetizează algoritmul de reglare – mărimea de conducere este funcție de eroarea sistemului:

$$u(t) = f(\varepsilon(t)). \quad (1.3)$$

Definiție. Conducerea (reglarea) automată este un proces sistemic decizional pe baza erorii și evoluând în mod automat, duce la anularea erorii staționare $\varepsilon = 0$.

În sistemele de urmărire funcția de reglare – anularea erorii este urmărirea cât mai fidelă de către mărimea de ieșire $y(t)$ a sistemului a mărimii $r(t)$ de referință.

În sistemele de rejecție a perturbațiilor se asigură menținerea constantă (la o valoare prescrisă), independent de perturbații, a mărimii de ieșire a sistemului automat. În cazul măsurării perturbațiilor, decizia în sistemul de rejecție a perturbațiilor măsurabile se realizează pe baza măsurării acestora.

În cazul prezentat, eroarea sistemului se prelucrează cu cea mai elementară structură de regulator. Structuri flexibile de reglatoare se obțin când se prelucrează decizional, diferențiat semnalele referinței $r(t)$, mărimii de ieșire $y(t)$, erorii $\varepsilon(t)$ și perturbației $p(t)$, obținând structuri de reglatoare cu multiple grade de libertate, care pot asigura o evoluție dorită a sistemului proiectat atât în raport cu referințele, cât și în raport cu perturbațiile.

În urma proiectării sistemului automat la o referință constantă, acesta trebuie să fie fizic realizabil, stabil și robust la variația parametrilor obiectului condus și să asigure performanțele impuse în regimul tranzitoriu și staționar.

În etapa actuală, sistemele moderne de conducere a diverselor procese utilizează și implementează pe larg algoritmi de conducere pe cale numerică. Ca rezultat, în structura sistemului se utilizează diverse echipamente numerice care prelucrează informația din canalele sistemului automat [1, 4-7, 13, 15]. O structură generalizată a sistemului numeric de reglare automată se dă în figura 1.3.

În schema bloc funcțională (fig. 1.3) sunt utilizate însemnările: PF este ansamblul din elementul de execuție, procesul și traductorul care funcționează în domeniul timpului continuu, CAN – convertorul analog-numeric care convertește semnalul continuu al erorii $\varepsilon(t)$ în semnal

discret $\varepsilon^*(t)$, RN – regulatorul numeric care în baza erorii $\varepsilon^*(t)$ elaborează algoritmul de conducere în formă discretă $u(k)$, unde $t = kT|_{T=1} = k$ este momentul eșantionării (discretizării) și reprezintă șirul numerelor reale $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, T este perioada de eșantionare; CNA – convertorul numeric-analog care convertește semnalul discret de conducere $u(k)$ în semnalul continuu de conducere $u(t)$ și, în continuare, transmis elementului de execuție. Astfel, se realizează conducerea numerică cu procesul de reglare. Funcționarea elementelor CAN, RN și CNA se sincronizează cu ajutorul unui ceas.

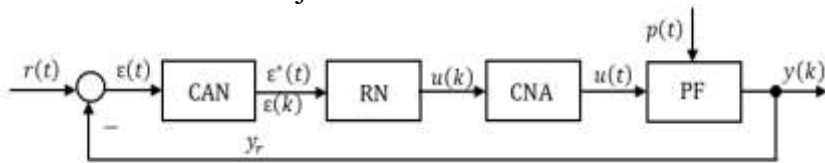


Fig. 1.3. Schema funcțională a sistemului numeric de reglare

Algoritmul de reglare $u(k)$ se sintetizează după unele metode și se realizează pe suport tehnic sau prin programare.

1.2 Formularea problemei de proiectare a sistemului de reglare automată

Pentru sinteza unui sistem de reglare automată se impune definirea obiectivelor și cerințelor de performanță necesare în alegerea unei soluții optime de automatizare a procesului condus.

În continuare, se presupune procedura de sinteză a algoritmului de conducere (numit și regulator).

Sinteza unui algoritm de conducere presupune parcurgerea a trei etape:

1. Sinteza modelului matematic optimal al algoritmului.
2. Sinteza structurii optime de realizare a modelului optimal al algoritmului.
3. Sinteza parametrilor optimi ai algoritmului, care mai este numită acordarea parametrilor de acord ai algoritmului.

Pornind de la structura sistemului automat din figura 1.2, se formulează problema de proiectare a algoritmului de conducere (a

regulatorului) care reprezintă o procedură de parcurgere a următoarelor etape [1, 5-7, 11, 15]:

1. Se determină modelul matematic al procesului condus în forma funcției de transfer cu parametri cunoscuți.

2. Se impun performanțele locale ε_{imp} , t_{rimp} , σ_{imp} etc. pentru sistemul automat proiectat.

3. Pornind de la modelul obiectului de reglare și performanțele impuse sistemului, în baza unor proceduri, se construiește funcția de transfer a sistemului automat închis:

$$H_0(s) = \frac{H_R(s)H_{PF}(s)}{1+H_R(s)H_{PF}(s)} = \frac{B(s)}{A(s)}, m \leq n, \quad (1.4)$$

unde m , n sunt gradele numărătorului și a numitorului sistemului.

4. Se sintetizează algoritmul de conducere din (1.4) în forma funcției de transfer:

$$H_R(s) = \frac{H_0(s)}{1 - H_0(s)} \frac{1}{H_{PF}(s)} = \frac{Q(s)}{P(s)}, m_q \leq n_p, \quad (1.5)$$

unde m_q , n_p sunt gradele numărătorului și ale numitorului algoritmului.

5. Verificarea realizabilității algoritmilor de reglare sintetizați și analiza condițiilor de implementare pe suport tehnic. Algoritmul de conducere elaborat pentru un sistem de reglare automată este util și eficient, dacă este implementabil pe suport tehnic cu erori minime. Se alege echipamentul tehnic care asigură implementarea cât mai precisă a algoritmului de conducere.

6. Validarea soluției obținute prin simularea sistemului automat se realizează, analizând performanțele sistemului de reglare automată implementat pe procesul condus.

Dacă performanțele sistemului automat analizate corespund cerințelor impuse, atunci procedura de proiectare s-a realizat. În caz contrar, se reia procedura de proiectare cu acordarea parametrilor regulatorului în procesul în funcțiune.

1.3 Modelul matematic al procesului condus și proprietățile lui

În practică există diverse procese industriale, tehnologice, instalații tehnologice, mașini etc. care produc diferite bunuri materiale și diverse servicii în domeniul activității umane. Procesele pot fi clasificate după mai multe criterii: staționare, nestaționare, termice, electrice, chimice etc. [1, 3, 5-7, 15, 21].

Din diversitatea proceselor tehnologice se pot evidenția un număr redus de procese simple tipice, care, prin combinarea acestora, se obțin procese complexe în industrie (nu se referă la procesele chimice și biologice).

1. Procese mecanice:
 - 1.1. Procese cu viteză liniară.
 - 1.2. Procese cu viteză unghiulară.
2. Procese termice și de difuzie:
 - 2.1. Procese de încălzire și răcire.
 - 2.2. Procese de uscare și umezire.
 - 2.3. Procese de evaporare.
 - 2.4. Procese de dizolvare.
 - 2.5. Procese de precipitare (depunere) din suspensii.
3. Procese pneuma-hidraulice:
 - 3.1. Procese de umplere/golire a rezervorului cu granule.
 - 3.2. Procese de umplere/golire a rezervorului cu gaze.
 - 3.3. Procese de umplere/golire a rezervorului cu lichid.

În calitate de parametri tehnologici care determină starea procesului se utilizează: temperatura, debitul, presiunea, nivelul, concentrația de substanțe (gaze) etc.

Se evidențiază procese simple și complexe. Procesele simple se prezintă dintr-o capacitate, iar cele complexe – din mai multe capacități în care evoluează procesul.

Exemple de procese industriale și tehnologice pot fi studiate în [1, 3, 5-7, 21].

Vom expune în continuare forma generalizată a descrierii proceselor simbolic reprezentată în figura 1.4 cu următoarele notații. Semnalul mărimii de intrare $x(t)$ ce caracterizează valoarea instantanee

a acțiunii energetice sau fluxul de substanță și la procesele în mișcare reprezintă forța sau momentul, la procesele hidraulice sau pneumatice este fluxul de intrare al lichidului sau gazului, la procesele termice este cantitatea de căldură etc., $y(t)$ - semnalul mărimii de ieșire care la mișcare este viteza, la încălzire - temperatura, la umplerea rezervorului cu gaz (lichid) – presiunea etc.; L - proprietatea internă care determină intensitatea modificării în timp a mărimii de ieșire.

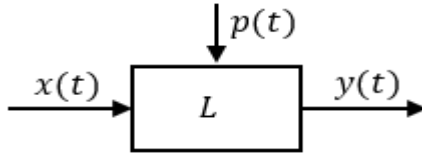


Fig. 1.4. Model de proces

Ecuția diferențială care descrie evoluția (dinamica) unui proces generalizat (fig. 1.4) cu notațiile introduse are forma:

$$L \frac{dy(t)}{dt} = x(t) \quad (1.6)$$

sau:

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{1}{L} x(t). \quad (1.7)$$

După integrarea ecuației (1.7) se obține forma integrală:

$$y(t) = \frac{1}{L} \int_0^t x(t) dt. \quad (1.8)$$

Expresia (1.8) reprezintă descrierea dinamicii unui element integrator, unde constanta de timp de integrare se determină de valoarea numerică a parametrului L , care caracterizează proprietatea internă și exprimă inerția evoluției procesului condus.

Pentru conducerea proceselor, indiferent de tipul lor, este necesar să fie cunoscute proprietățile interne și în baza acestora se elaborează algoritmi de conducere.

Se consideră un proces condus cu o capacitate în regim de funcționare care are proprietățile:

1. Proprietatea de acumulare sau disipare (inerție) a energiei, substanței etc.

2. Proprietatea de autoreglare sau autostabilizare a procesului.

3. Timpul mort.

Ecuția diferențială cu inerție de ordinul unu cu timp mort, care descrie dinamica obiectului condus, are forma:

$$T_0 \frac{dy(t)}{dt} \pm \rho y(t) = x(t - \tau), \quad (1.9)$$

unde T_0 este constanta de timp a obiectului, unitatea de măsură s, care exprimă proprietatea de inerție (acumulare); ρ – coeficientul de autoreglare, adimensional care exprimă proprietatea procesului de stabilizare după ce a fost excitat de un semnal (prin modificarea condițiilor inițiale sau aplicarea unui semnal); τ – timpul mort, unitatea de măsură s; pe durata acestuia la ieșirea obiectului de reglare semnalul de ieșire este egal cu zero.

Mărimile T_0 , ρ , τ se numesc parametrii obiectului condus și exprimă proprietățile respective: inerția, autoreglarea și timpul mort.

Ecuția (1.9) este aplicată în practică mai puțin și, din aceste considerente, se aduce la forma canonică unde ultimul termen cu derivata de ordinul zero are coeficientul egal cu unu și pentru aceasta toți termenii din partea stângă și dreaptă se împart la coeficientul ρ și, introducând notațiile respective, va avea forma:

$$T \frac{dy(t)}{dt} \pm y(t) = kx(t - \tau), \quad (1.10)$$

unde $T = T_0/\rho$ este constanta de timp a procesului, s, $k = 1/\rho$ – coeficientul de transfer al obiectului condus, τ – timpul mort, s.

În acest caz, parametrii obiectului condus sunt T , k , τ , care exprimă proprietățile procesului real.

După proprietatea de autoreglare rezultă o clasificare a obiectelor (fig. 1.5) dată în forma:

1. Dacă $\rho > 0$, atunci obiectul are regim stabil de funcționare sau regim *static*.
2. Dacă $\rho < 0$, atunci obiectul de reglare are regim instabil de funcționare.
3. Dacă $\rho = 0$, atunci obiectul are regim de integrare și se numește *astatic sau neutru*.

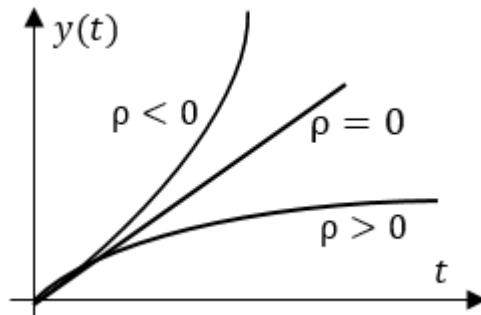


Fig. 1.5. Modele de procese după autoreglare

Pentru ecuația diferențială (1.10), funcția de transfer are forma:

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{Ts+1}. \quad (1.11)$$

Pentru a obține modelele matematice ale proceselor se utilizează proceduri de identificare:

- 1) metode analitice,
- 2) metode experimentale,
- 3) metode analitico-experimentale.

Metodele analitice constau în aplicarea legilor fundamentale care guvernează procesul pentru a obține modelul matematic al obiectului de reglare. Prin aceste metode este dificil a obținute rezultatul scontat.

Metodele experimentale au o largă utilizare și se reduc la ridicarea caracteristicilor de timp (proces indicial, funcția pondere) sau funcțiilor frecvențiale și prin proceduri de identificare se determină modelul matematic al obiectului de reglare în formă de bază funcții de transfer cu parametrii cunoscuți.

Metodele analitico-experimentale se aplică în mod combinat de determinare a modelului obiectului de reglare cu parametrii cunoscuți.

În această etapă se analizează procesul pentru a cunoaște sursele de energie și modul de utilizare a acestora, a variabilelor măsurabile, a mărimilor de calitate specifice procesului, natura fizică și particularitățile perturbațiilor, care acționează asupra procesului, regimul staționar de funcționare și mediul în care evoluează pentru a adopta o soluție de automatizare.

Pentru înțelegerea funcționării unui proces tehnologic sau/și industrial este necesar atât sub aspect fenomenologic, cât și sub aspect relațional-cantitativ să se cunoască modelele lor matematice. În acest scop, este dat procesul și este necesar să se analizeze relațiile funcționale (transferul) dintre variabilele intrare-ieșire ale acestuia și să se determine ecuațiile respective.

Deoarece procesele tehnologice și industriale evoluează în timp, relațiile dintre variabilele intrare-ieșire au forma unor *ecuații integro-diferențiale* [1, 3, 5-7, 10-11, 15, 20-21].

Setul de ecuații integro-diferențiale obținut se numește *modelul matematic* al respectivului proces care, în virtutea atributelor sale, este un model matematic abstract. La nivel conceptual, modelul matematic obținut este o imagine (aproximație) a procesului real, care trebuie să fie validat prin comparație cu procesul real. Rezultatul validării este eroarea admisibilă dintre evoluția procesului real și evoluția corespunzătoare a modelului matematic obținută prin simulare.

Ecuațiile proceselor și sistemelor fizico-tehnice se obțin pe baza legilor generale ale naturii. O generalizare a variabilelor caracteristice proceselor și sistemelor fizico-tehnice se dă în tabelul 1.2 [21], care pe baza caracterului relațiilor dintre aceste variabile, acestea se împart în mod natural în două clase.

1. Variabile longitudinale.
2. Variabile transversale.

Divizarea (dihotomia) se face din considerente energetice, deoarece se disting în mod natural următoarele clase de procese și sisteme [1-4, 19]:

1. Procese (sisteme) disipative.
2. Procese (sisteme) cu acumulare inductivă.
3. Procese (sisteme) cu acumulare capacitivă.

Tabelul 1.1. Tipuri de variabile longitudinale și transversale ale proceselor

Nr. crt.	Tip proces/sistem	Tip variabilă					
		Longitudinală	Simbol	Unitate măsură	Transversală	Simbol	Unitate măsură
1	Electric	Curentul	i	A	Tensiune	u	V
2	Mecanic	Forța	f	kg	Viteză de translație	v	m/s
		Cuplul	c	Nm	Viteză unghiulară	ω	s^{-1}
3	Fluidic	Debitul	q	$m^3/oră$	Presiune	p	bar
4	Termic	Fluxul termic	q		Temperatură	θ	K (°C)

Pe baza clasificărilor variabilelor și sistemelor uzuale se obține sumarul principalelor tipuri de ecuații utilizabile în modelarea matematică date în tabelul 1.2.

Exemple de descriere a dinamicii unor procese și sisteme fizico-tehnice de diferită natură fizică se dau în diverse surse [1, 5-7, 15, 21].

În urma analizei de proces se vor alege, dimensiona și poziționa *traductoarele și elementele de execuție* în funcție de regimul de funcționare selectat al procesului și a variabilelor măsurabile și controlabile [1, 3, 5-7].

Traductoarele (senzorii) au funcția de colectare a informației din proces prin măsurarea și conversia mărimilor fizice ce asigură informația necesară pentru deciziile de conducere a procesului. În cazurile când unele mărimi fizice nu pot fi măsurate, atunci pot fi generate informații despre proces după unele observații și măsurări indirecte, care conduc la ideea de senzor virtual.

Tabelul 1.2. Tipuri de procese disipative și acumulative

Nr. crt.	Tip proces	Natura fizică	Parametrul fizic	Simbol	Unitate măsură	Ecuția (legea)
1	Disipativ	Electric	Rezistența electrică	R	Ω	$i = \frac{1}{R}u$
2		Mecanic	Coeficientul de frecare	K_f		$f = K_f v$
3						$c = K_f \omega$
4		Fluidic	Rezistența fluidică	R_f		$q = \frac{1}{R_f}p$
5		Termic	Rezistența termică	R_t		$q = \frac{1}{R_t}\theta$
6	Acumulator inductiv	Electric	Inductanța electrică	L	H	$u = L \frac{di}{dt}$
7		Mecanic	Coeficientul de elasticitate	K	N/m^2	$v = \frac{1}{K} \frac{df}{dt}$
8						$\omega = \frac{1}{K} \frac{dc}{dt}$
9		Fluidic	Inertanța fluidică	I		$p = I \frac{dq}{dt}$
10	Acumulator capacitiv	Electric	Capacitatea electrică	C	F	$i = C \frac{du}{dt}$
11		Mecanic	Masa inertă	M	kg	$f = M \frac{dv}{dt}$
12			Momentul de inerție	J	Nm^2	$c = J \frac{d\omega}{dt}$
13		Fluidic	Capacitatea fluidică	C_f	$J/(kg \cdot K)$	$q = C_f \frac{dp}{dt}$
14		Termic	Capacitatea termică	C_t	$J/(kg \cdot K)$	$q = C_t \frac{d\theta}{dt}$

Traductoarele se aleg din condiția de satisfacere a unor cerințe: natura fizică a mărimilor măsurate, precizie ridicată de măsurare (rezoluția traductorului), liniaritatea caracteristicii statice, sensibilitatea și capacitatea de rejecție a zgomotelor, finețea și fidelitatea, viteza de răspuns (dinamica), robustețe (viguros, rezistent), preț de cost, compatibilitate cu mediul în care evoluează procesul.

Traductoarele care conțin în structura lor elemente sensibile și adaptoare de semnal furnizează mărimea măsurată ca semnal unificat

(cel mai utilizat de curent continuu 4–20 mA).

Elementele de execuție reglează fluxurile de energie (substanță) în procesul condus [1, 5-7, 14, 15-19].

Elementele de execuție, datorită proprietățile lor, pot ridica sau reduce performanțele sistemului automat.

Alegerea, dimensionarea și poziționarea elementelor de execuție se efectuează în baza criteriilor: forța sau cuplul dezvoltat, domeniul de liniaritate al caracteristicii statice cât mai ridicat, dinamica (viteza de răspuns cât mai mare și precizie ridicată) elementului și compatibilitatea cu dinamica procesului, capacitatea organului de execuție pentru asigurarea fluxului de energie necesar compensării perturbațiilor, compatibilitatea elementului de execuție cu mediul industrial, robustețe și siguranță ridicată în funcționare în medii dificile, greutate specifică cât mai redusă și preț de cost cât mai redus [1, 6, 7, 14-19].

Performanțele sistemului automat pot fi influențate de proprietățile neliniare esențiale ale elementelor de execuție.

Tendențele dezvoltării domeniului elementelor de execuție conduc la dezvoltarea unor elemente de execuție inteligente cu compatibilitate ridicată, atât cu instalația tehnologică (procesul), cât și cu sistemele numerice de conducere în timp real.

2 MODELE MATEMATICE ALE OBIECTULUI DE REGLARE A TRADUCTORULUI ȘI A ELEMENTULUI DE EXECUȚIE

2.1 Modelul obiectului de reglare

Pentru a determina modelul matematic al obiectului de reglare cu inerție de ordinul doi și timp mort se utilizează datele din tabelul A2.1 din anexa 2 pentru modelul cu inerție de ordinul unu și timp mort cu parametrii coeficientul de transfer k , constanta de timp T și timpul mort τ și se efectuează următoarele calcule:

1. Modelul obiectului de reglare de ordinul unu cu timp mort cu funcția de transfer:

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{Ts+1}, \quad (2.1)$$

unde k este coeficientul de transfer, T - constanta de timp și τ - timpul mort.

2. Se calculează constantele de timp pentru modelul obiectului de ordinul doi cu timp mort după relațiile:

$$T_2 = 0.64T, T_1 = 0.5T_2. \quad (2.2)$$

Modelul aproximat al obiectului de reglare se descrie cu funcția de transfer cu inerție de ordinul doi cu timp mort:

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}. \quad (2.3)$$

2.2 Modelul traductorului

Se alege și se dimensionează tipul de traductor pentru a măsura valoarea numerică a parametrului tehnologic [3]. Pentru determinarea modelului matematic al traductorului se utilizează datele tehnice ale traductorului selectat, după care se construiește caracteristica statică și se

determină coeficientul de transfer k_{tr} . Dacă constanta de timp nu este dată în datele tehnice, atunci se consideră că aceasta este mărime neglijabilă și f.d.t. a traductorului va prezenta un model ideal.

Se alege modul de a indica și prezenta mărimea măsurată de traductor.

Exemplul 2.1. Se dau datele traductorului termometrului rezistiv Pt100 tipul TCII-1088 (-200...+500°C), care la temperatura $\theta = 150^\circ\text{C}$ rezistența $R_t = 157.31 \Omega$.

Se cere să se determine funcția de transfer a traductorului.

Soluționare. Din datele tehnice rezultă că constanta de timp a traductorului este mică și se neglijează și, rezultă, că funcția de transfer a traductorului se prezintă ca element ideal:

$$H_{tr}(s) = k = \frac{R_t}{\theta} = \frac{157.31}{150} = 1.0487 \Omega/^\circ\text{C}.$$

2.3 Modelul elementului de execuție

Pentru determinarea modelului matematic al elementului de execuție după datele tehnice ale sarcinii—organul de reglare, se calculează puterea necesară a elementului de acționare de deplasare a organului de reglare (deschide-închide) [1, 6, 14-19].

Procedura de alegere, dimensionare și determinare a modelului matematic al elementului de execuție se dă în anexa 6.

3 METODE DE ACORDARE A REGULATOARELOR ÎN SISTEMELE AUTOMATE ÎN TIMP CONTINUU

3.1 Legile tipice de reglare

Schema structurală a sistemului de reglare automată continuu închis cu reacție inversă unitară este alcătuită din modelul matematic al obiectului de reglare (partea fixată) cu f.d.t. $H_P(s)$ (2.3) și regulatorul continuu cu f.d.t. $H_R(s)$ dată în fig. 3.1.

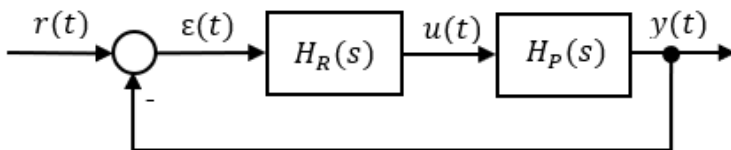


Fig. 3.1. Schema structurală a sistemului de reglare automată

Regulatorul cu f.d.t. $H_R(s)$ realizează algoritmul de reglare sau legea de reglare.

Având în vedere că asupra sistemului automat acționează semnalul de referință și semnalul perturbației, rezultă că performanțele sistemului automat trebuie să satisfacă două cerințe de bază.

1. Este necesar ca sistemul automat să urmărească cât mai precis semnalul de referință și să fie cât mai controlabil, ceea ce impune cerința ca derivata $dy(t)/dr(t)$ să fie mai mare în toată gama de variație a referinței $r(t)$.

2. Sistemul automat să fie cât mai slab influențat de acțiunea perturbației și eroarea sistemului $\varepsilon(t)$, rezultatul acțiunii perturbației să fie cât mai mic și să fie compensat cât mai rapid. Se cere ca sistemul automat cât mai slab să reacționeze la acțiunea perturbației, deci, derivata $dy(t)/dp(t)$ să fie cât mai mică.

Din condițiile formulate mai sus rezultă că indicii principali pentru determinarea performanțelor procesului tranzitoriu al sistemului automat sunt timpul de reglare t_r și suprareglajul σ [1, 5-7, 15, 21].

În practica automatizărilor industriale o largă utilizare au legile de reglare cu structura tipizată de tipul P, I, D, PI, PID etc. Structura standard a algoritmului PID ca și conexiune paralelă a componentelor proporțională, integrativă și derivativă se dă în figura 3.2.

Modelele matematice ale algoritmilor (legilor) de reglare se prezintă în forma ecuațiilor diferențiale și funcțiilor de transfer [1, 5-7, 15, 21].

Algoritmul de reglare cu acțiune proporțională - regulatorul P:

$$u_p(t) = k_p \varepsilon(t), \quad (3.1)$$

$$H_P(s) = k_p s. \quad (3.2)$$

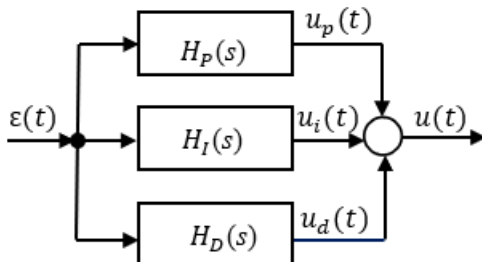


Fig. 3.2. Structura regulatorului PID

Algoritmul de reglare cu acțiune integrativă - regulatorul I:

$$u_i(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^{\infty} \varepsilon(t) dt, \quad (3.3)$$

$$H_I(s) = \frac{1}{T_i s} = \frac{k_i}{s}, \quad k_i = \frac{1}{T_i}. \quad (3.4)$$

Algoritmul de reglare cu acțiune derivativă - regulatorul D ideal:

$$u_d(t) = T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt}, \quad (3.5)$$

$$H_{DI}(s) = T_d s = k_d s. \quad (3.6)$$

Se sintetizează componenta D ideală, dar se realizează componenta D reală cu f.d.t.:

$$H_{DR}(s) = \frac{T_d s}{T_f s + 1} = T_d s \frac{1}{T_f s + 1} = H_{DI}(s)H_f(s), \quad (3.7)$$

unde $H_f(s)$ este elementul real de filtrare cu constanta de filtrare $T_f \approx \approx 0,1 \dots 0,125)T_d$.

Algoritmul de reglare cu acțiune proporțională–integrativă - regulatorul PI:

$$u_{pi}(t) = k_p \varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^\infty \varepsilon(t) dt, \quad (3.8)$$

$$H_{PI}(s) = k_p + \frac{1}{T_i s} = \frac{k_p T_i s + 1}{T_i s} = k_p + \frac{k_i}{s} = \frac{k_p s + k_i}{s}. \quad (3.9)$$

Algoritmul de reglare cu acțiune proporțională–integrativă–derivativă - regulatorul PID:

$$u_{PID}(t) = k_p \varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^\infty \varepsilon(t) dt + T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt}, \quad (3.10)$$

$$H_{PID}(s) = k_p + \frac{1}{T_i s} + T_d s = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s}, \quad (3.11)$$

unde k_p, T_i, k_i, T_d, k_d - sunt parametrii de acord ai algoritmilor de reglare ai componentelor respective: proporțională P, integrativă I și derivativă D.

3.2 Metode de acordare a algoritmilor de reglare

În etapa actuală, pentru acordarea algoritmilor de reglare se utilizează mai multe metode: metoda caracteristicilor de frecvență; metode empirice, metode experimentale, metoda criteriilor integrale etc. [1, 6-7, 10-11, 15, 21].

Metodele de acordare a reguletoarelor pe baza caracteristicilor de frecvență amplitudine–pulsatie și fază–pulsatie sau în mod echivalent pe locul de transfer al sistemului automat, ce urmează a fi proiectat, sunt însoțite de numeroase calcule și trasarea caracteristicilor respective în domeniul frecvență.

Procedura de acordare a reguletoarelor pe baza utilizării criteriilor integrale folosește minimizarea unui indice integral de performanță, construit cu ajutorul unei funcționale care depinde de eroarea dinamică $\varepsilon(t)$ și timpul de reglare t_r ale SRA în circuit închis.

Aplicarea metodei de acordare pe baza criteriilor integrale este însoțită de calcule dificile la optimizarea funcțiilor de tipul:

$$J = f(k_p, k_i, k_d) \Rightarrow \min, \quad (3.12)$$

care presupune minimizarea criteriului J în spațiul parametrilor regulatorului cu eventuale restricții impuse de realizabilitatea fizică a regulatorului sau de alte tipuri de condiții suplimentare de funcționare a SRA în circuit închis, stabilitate etc. În practică se utilizează optimizarea parametrică [1, 5-6, 10, 15].

3.3 Metoda Ziegler–Nichols

În multe cazuri, procesele industriale există ca atare sau sunt cunoscute modelele matematice ale părții fixate și, deci, acordarea se efectuează în baza criteriilor experimentale. Una din cele mai larg utilizată metodă de acest tip este metoda Ziegler–Nichols [1, 5-7]. În conformitate cu această metodă, la procesul industrial sau la modelul matematic al procesului se conectează regulatorul PID și se obține structura sistemului în circuit închis dată în figura 3.3.

Componentele I și D se deconectează: $T_I \rightarrow \infty$, $T_D = 0$. În sistemul obținut se aplică semnalul de intrare treaptă unitară și pentru componenta P treptat se modifică parametrul de acord k_p de la valoarea zero în creștere până se obțin oscilații întreținute ale mărimii de ieșire a sistemului (fig. 3.4). Pentru regimul critic obținut al sistemului se determină valorile parametrilor: valoarea coeficientului critic de transfer

al sistemului la limita de stabilitate k_{cr} și perioada oscilațiilor care se determină cu relația $T_p = t_2 - t_1$.

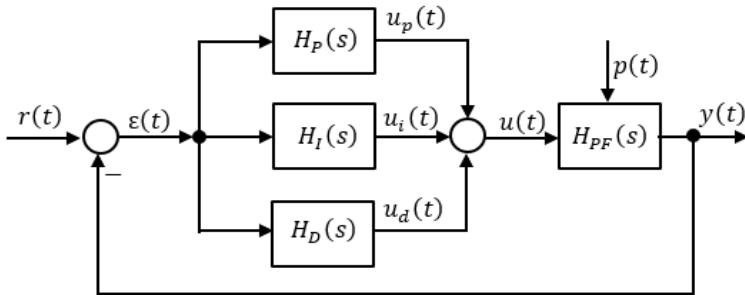


Fig. 3.3. Schema structurală a sistemului automat cu regulatorul PID

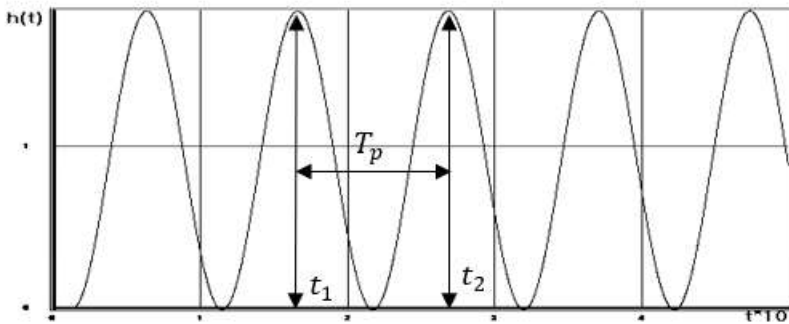


Fig. 3.4. Procesul indicial oscilant neamortizat al sistemului

Acordarea optimă a parametrilor de acord ai algoritmilor de reglare se efectuează în conformitate cu următoarele relații:

Pentru regulatorul P:

$$k_{popt} = 0.5k_{cr}. \quad (3.13)$$

Pentru regulatorul PI:

$$k_{popt} = 0.45k_{cr}, T_{iopt} = 0.8 T_p, k_{iopt} = \frac{1.25}{T_p}. \quad (3.14)$$

Pentru legea PID:

$$k_{popt} = 0.6k_{cr}, T_{iopt} = 0.6 T_p, k_{iopt} = 1/T_{iopt}, \quad (3.15)$$

$$T_d = k_d = (0.1 \dots 0.125)T_p.$$

Efectuarea experimentelor pentru procesele reale presupune însă atingerea limitei de stabilitate, proces care poate dura uneori nepermis de mult sau poate impune funcționarea sistemului într-un regim nefavorabil. În aceste cazuri, metoda Ziegler- Nichols nu se aplică.

Din aceste motive s-au dezvoltat și alte metode specifice pentru acordarea reguletoarelor, evitând inconvenientele metodelor indicate mai sus.

3.4 Metoda gradului maximal de stabilitate

Pentru a evita problemele care apar la utilizarea metodelor indicate în punctul 3.2 se propune acordarea reguletoarelor de tip PID după metoda (criteriul) gradului maximal de stabilitate al sistemului de reglare automată proiectat [8-11, 22]. Ideea metodei constă în următoarele.

Se consideră descrierea unui model matematic al obiectului de reglare prezentat cu funcția de transfer de forma:

$$\begin{aligned} H_p(s) &= \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{B(s)e^{-\tau s}}{A(s)} = \frac{b_0 s^m + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + \dots + a_{n-1} s + a_n} e^{-\tau s} = \\ &= e^{-\tau s} \frac{\sum_{j=0}^m b_j(s)^j}{\sum_{i=0}^n a_i(s)^i}, \quad m \leq n \end{aligned} \quad (3.16)$$

unde $y(s)$ este mărimea de ieșire a obiectului; $u(s)$ – mărimea de conducere; coeficienții $b_j, j = \overline{0, m}, a_i, j = \overline{0, n}$ prezintă constante, τ – timpul mort al procesului.

Se cere de sintetizat algoritmul de conducere de tipul PID cu obiectul (3.16) care se prezintă în forma:

$$H_R(s) = \frac{u(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{\sum_{i=0}^r q_i s^{(i-1)}}{s}, \quad r \leq n - 1, \quad (3.17)$$

unde coeficienții q_0, q_1, \dots, q_r sunt parametrii de acord necunoscuți ai algoritmului de reglare de tipul PID.

Problema constă în a garanta pentru legea de reglare respectivă gradul maximal de stabilitate al sistemului automat proiectat.

Utilizând expresiile (3.16)-(3.17), se obține ecuația caracteristică a sistemului în circuit închis în forma:

$$\begin{aligned} A(p, q) &= 1 + H_R(p)H_P(p) = 1 + \frac{Q(p)B(p)e^{-\tau p}}{P(p)A(p)} = \\ &= e^{\tau p} \frac{P(p)A(p)}{B(p)} + Q(p) = 1 + \frac{\sum_{i=0}^r q_i p^{(i-1)} \sum_{j=0}^m b_j p^j}{p \sum_{i=0}^n a_i p^i} e^{-\tau p} = \\ &= e^{\tau p} \frac{\sum_{i=0}^{n+1} a_i p^i}{\sum_{j=0}^m b_j p^j} + \sum_{i=0}^r q_i p^{(i-1)} = 0, \end{aligned} \quad (3.18)$$

unde operatorul de derivare $p = s$.

Se introduce noțiunea de grad maximal de stabilitate J al sistemului automat proiectat și în ecuația caracteristică (3.18) se substituie $p = -J$ obținând ecuația caracteristică în forma:

$$A(-J, q) = e^{-\tau J} \frac{\sum_{i=0}^{n+1} a_i (-J)^i}{\sum_{j=0}^m b_j (-J)^j} + \sum_{i=0}^r q_i (-J)^{(i-1)} = 0, \quad (3.19)$$

unde J este o variabilă necunoscută.

Ecuația caracteristică (3.19) conține $r + 1$ parametri de acord necunoscuți ai regulatorului și variabila J necunoscută.

Pentru determinarea valorilor lui J și a parametrilor q_i ecuația caracteristică (3.19) se derivează de $m = r$ ori pe variabila J conform numărului de parametri de acord prezenți în legea de reglare respectivă și, ca rezultat, se obține un sistem de ecuații algebrice de forma:

$$\begin{aligned}
\frac{dA(-J,q)}{dJ} &= 0, \\
\frac{d^2A(-J,q)}{dJ^2} &= 0, \\
\text{.....} & \\
\frac{d^{m-1}A(-J,q)}{dJ^{m-1}} &= 0, \\
\frac{d^m A(-J,q)}{dJ^m} &= 0.
\end{aligned}
\tag{3.20}$$

Ultima ecuație din sistemul (3.20) este o ecuație algebrică de gradul respectiv pe necunoscuta J (coeficienții de acord sunt excluși) și rădăcinile soluției acesteia reprezintă gradele maximale de stabilitate ale sistemului automat proiectat [8, 9, 22].

Gradul optimal de stabilitate al sistemului automat se determină conform relației [8, 9, 22]:

$$J = J_{opt} = -\min \max Rep_i(q), \tag{3.21}$$

unde Rep_i sunt rădăcinile reale sau părțile reale ale rădăcinilor complexe ale ecuației caracteristice (3.21), alocate în semiplanul stâng al planului complex al rădăcinilor sau în sens geometric este distanța dintre rădăcina reală respectivă sau partea reală a rădăcinii complexe cea mai apropiată de axa imaginară și axa imaginară.

Utilizând gradul optimal de stabilitate J_{opt} al sistemului automat din ecuația caracteristică (3.19) și ecuațiile algebrice $m - 1$ din (3.20), se determină valorile optimale ale parametrilor de acord ai legii de reglare respective:

$$q_i = f_i(a_0, a_1, \dots, a_n, J), \quad (i = 0, 1, \dots, m). \tag{3.22}$$

Forma prezentată a metodei gradului maximal de stabilitate este forma clasică a acestei metode [10, 11, 22].

Pentru sinteza algoritmilor de acordare a reguletoarelor P, PI, PID după metoda gradului maximal de stabilitate al sistemului automat la modelul obiectului (3.16) cu parametrii cunoscuți se reduce la parcurgerea următorilor pași:

1. Se determină funcția de transfer a sistemului automat în circuit închis cu regulatorul tipizat selectat.

2. Se obține ecuația caracteristică a sistemului închis.

3. Ecuația caracteristică se transcrie prin gradul de stabilitate, utilizând substituirea $s = -J$.

4. Din ecuația caracteristică, obținută la pasul 3, prin operații de derivare pe variabila J de un număr de ori egal cu numărul de parametri de acord prezenți în legea de reglare aleasă, se obține ecuația algebrică de gradul respectiv pentru necunoscuta J .

5. Se soluționează ecuația algebrică obținută la pasul 4 și se obțin rădăcinile, care sunt totodată și gradele de stabilitate ale sistemului proiectat.

6. Se determină valoarea gradului $J_{\max} = J_{\text{opt}}$ maximal de stabilitate al sistemului proiectat care prezintă cea mai mică rădăcină reală pozitivă sau cea mai mică parte reală pozitivă a rădăcinii complexe a ecuației algebrice obținută la pasul 4.

7. Din ecuația caracteristică obținută la pasul 3 și derivatele ei obținute la pasul 4 se determină expresiile algebrice, din care se calculează valorile parametrilor de acord ai legii de reglare respective.

8. Se simulează pe calculator sistemul automat cu regulatorul proiectat și se verifică performanțele sistemului.

Dacă performanțele impuse sistemului sunt satisfăcute, atunci procedura de acordare s-a încheiat, iar dacă performanțele impuse sistemului nu sunt satisfăcute, atunci procedura se reia de la început cu alt tip de lege de reglare sau cu utilizarea altei metode.

Din aplicațiile practice ale acestei metode clasice la acordarea reguletoarelor la diverse modele ale obiectelor de reglare s-a constatat că în unele cazuri la valorile obținute ale parametrilor de acord nu se garantează stabilitatea sau nu sunt satisfăcute performanțele sistemului automat proiectat.

În aceste cazuri, expresiile pentru determinarea valorilor parametrilor se prezintă ca funcții $k_p = f_p(J)$, $k_i = f_i(J)$, $k_d = f_d(J)$ de parametrii cunoscuți ai modelului obiectului (2.3) și de variabila J .

Modificând $J = 0 \dots \infty$ se calculează și se construiesc funcțiile $k_p = f_p(J)$, $k_i = f_i(J)$, $k_d = f_d(J)$ pentru algoritmi PI și PID respectiv.

Se aleg seturi de valori suboptimale ale lui J_i , k_{pi} , k_{ii} , k_{di} și pe panta respectivă a curbelor construite se determină valorile suboptimale ale parametrilor de acord $k_{pi} = f_p(J_i)$, $k_{ii} = f_i(J_i)$, $k_{di} = f_d(J_i)$ ai regulatorului PI și PID, respectiv, admitând că valoarea lui J_i este mai mică sau mai mare ca cea optimă J_{opt} .

Pentru seturile de valori alese ai parametrilor regulatorului PI și PID se simulează pe calculator sistemul automat și se determină cele mai ridicate performanțe posibile ale sistemului proiectat conform metodei GMS cu iterații.

Pentru acordarea parametrilor algoritmului modificat PIDD² după metoda GMS cu iterații la modelul obiectului (2.3) se utilizează sistemul din cinci funcții pe necunoscutele J , k_p , k_i , k_{d1} , k_{d2} .

Se prezenta două exemple de calcul al parametrilor algoritmilor P, PI și PID. În primul exemplu se demonstrează calculul analitic de acordare a parametrilor reguletoarelor P, PI, PID după metoda GMS, iar în al doilea exemplu se aplică metoda GMS cu iterații la acordarea algoritmilor PI și PID [8, 9].

Exemplul 3.1. Se dau datele numerice arbitrare ale parametrilor modelului obiectului de reglare (2.3) coeficientul de transfer $k = 0.5$, constantele de timp $T_1 = 2$ s, $T_2 = 5$ s, timpul mort $\tau = 1$ s, coeficienții $a_0 = T_2 T_2 = 2 \cdot 5 = 10$ s², $a_1 = T_2 + T_2 = 2 + 5 = 7$ s, $a_2 = 1$ descris de f.d.t.:

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} = \frac{ke^{-\tau s}}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2} = \frac{0.5e^{-s}}{10s^2 + 7s + 1} \quad (1)$$

Se cere să se acorde după metoda analitică și cu iterații ale gradului maximal de stabilitate:

- 1) parametrul k_p regulatorului P,
- 2) parametrii k_p , k_i regulatorului PI,
- 3) parametrii k_p , k_i , k_d regulatorului PID.

1. *Soluționare* pentru regulatorul P:

1.1. Se alcătuiește ecuația caracteristică a sistemului închis cu regulatorul P:

$$\begin{aligned} A_P(s) &= 1 + H_P(s)H(s) = 1 + k_p \frac{ke^{-\tau s}}{a_0s^2 + a_1s + a_2} = \\ &= e^{s\tau}(a_0s^2 + a_1s + a_2) + kk_p = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

1.2. Se substituie variabila complexă s prin gradul de stabilitate $s = -J$ care este necunoscută și se transcrie ecuația caracteristică (2) a sistemului închis:

$$A_P(-J) = e^{-\tau J}(-a_0J^3 + a_1J^2 - a_2J) - kk_p = 0, \quad (3)$$

care este o ecuație cu două necunoscute: parametrul k_p și gradul J de stabilitate al sistemului proiectat.

1.3. Prin operații de derivare o dată a expresiei (3) pe variabila J și se obține ecuația algebrică cu necunoscuta gradul J de stabilitate de forma:

$$\frac{dA_P(-J)}{dJ} = e^{-\tau J}(-c_0J^2 + c_1J - c_2) = 0, \quad (4)$$

unde $c_0 = a_0\tau$, $c_1 = a_0\tau + 2a_0$, $c_2 = a_2\tau + a_1$.

1.4. În ecuația algebrică (4) la valorile numerice ale parametrilor modelului (1) se calculează coeficienții c_0 , c_1 , c_2 , și se soluționează, obținând rădăcinile, după care se determină gradul optimal de stabilitate ca cea mai mică după valoare rădăcină:

$$-c_1J^2 + c_2J - c_3 = -10J^2 + 27J - 8 = 0, \quad (5)$$

$$p_1 = 2.3612, p_2 = 0.3388.$$

Rezultă gradul optimal de stabilitate $J = 0.3388$.

1.5. Din (3) cu gradul optimal $J = 0.3388$ din (5) la valorile numerice ale parametrilor modelului (1) se calculează valoarea numerică a parametrului k_p regulatorului după relația:

$$\begin{aligned} k_p &= \frac{e^{-\tau J}}{k}(-a_0J^3 + a_1J^2 - a_2J) = f_p(J) = \\ &= \frac{e^{-0.3388}}{0.5}(-10 \cdot 0.3388^3 + 7 \cdot 0.3388^2 - 0.3388) = 0.3190. \end{aligned} \quad (6)$$

Sistemul automat cu regulatorul P s-a simulat pe calculator în KOPRAS [2] (fig. 3.5) și procesul indicial se prezintă în figura 3.6, curba 1.

2. *Soluționare* pentru regulatorul PI:

2.1. Se alcătuiește ecuația caracteristică a sistemului închis cu regulatorul PI:

$$A_{PI}(s) = 1 + H_{PI}(s)H(s) = 1 + \left(k_p + \frac{k_i}{s}\right) \frac{ke^{-s\tau}}{a_0s^2 + a_1s + a_2} =$$

$$= e^{s\tau}(a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s) + kk_p s + kk_i = 0. \quad (7)$$

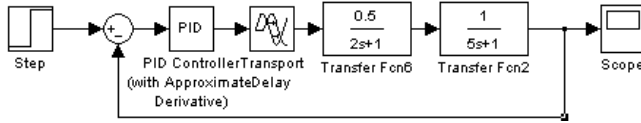


Fig. 3.5. Schema de simulare pe calculator a sistemului automat

2.2. Se substituie variabila complexă s prin gradul de stabilitate $s = -J$ care este necunoscută și se transcrie ecuația caracteristică (7) a sistemului închis:

$$A_{PI}(-J) = e^{-J\tau}(-a_0J^3 + a_1J^2 - a_2J) - kk_p J + kk_i = 0, \quad (8)$$

care este o ecuație cu trei necunoscute: parametrii k_p , k_i și gradul J de stabilitate al sistemului proiectat.

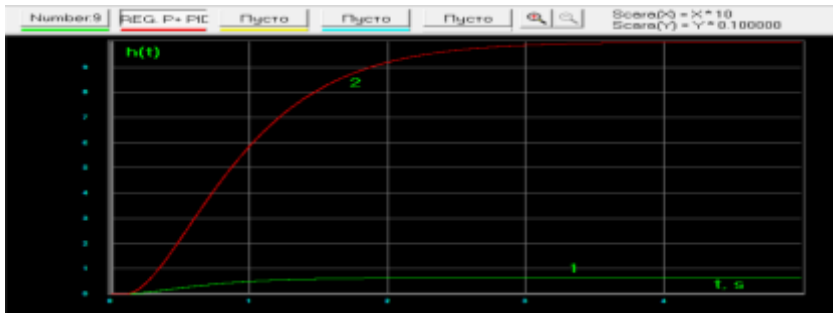


Fig. 3.6. Procesele indiciale ale sistemului cu regulatorul P și PI

2.3. Prin operații de derivare de două ori a expresiei (8) pe variabila J se obține sistemul din două ecuații algebrice cu necunoscutele parametrul k_p și gradul J de stabilitate de forma:

$$\frac{dA_{PI}(-J)}{dJ} = e^{-J} (a_0\tau J^3 - (a_1\tau + 3a_0)J^2 + (a_2\tau + 2a_1)J - a_2) - k_p = 0, \quad (9)$$

$$\frac{d^2A_{PI}(-J)}{dJ^2} = e^{-J} (-c_0J^3 + c_1J^2 - c_2J + c_3) = 0, \quad (10)$$

unde $c_0 = a_0\tau^2$, $c_1 = a_1\tau^2 + 6a_0\tau$, $c_2 = a_2\tau^2 + 4a_1\tau + 6a_0$, $c_3 = 2a_2\tau + 2a_1$.

2.4. A treia ecuație care conține parametrul k_i necunoscut se obține din (8).

Sistemul din trei ecuații algebrice (8)-(10) se soluționează și se determină necunoscutele în ordinea următoare.

2.5. În ecuația algebrică (10) la valorile numerice ale parametrilor modelului (1) se calculează coeficienții c_0, c_1, c_2, c_3 și se soluționează, obținând rădăcinile, după care se determină gradul optimal de stabilitate ca cea mai mică după valoare rădăcină:

$$-c_0J^3 + c_1J^2 - c_2J + c_3 = -10J^3 + 67J^2 - 89J + 16 = 0, \quad (11)$$

$$p_1 = 1.5112, p_2 = 0.2128, p_1 = 4.9764.$$

Rezultă gradul optimal de stabilitate $J = 0.2128$.

2.6. Din (9) cu gradul optimal $J = 0.2128$ din (11) la valorile numerice ale parametrilor modelului (1) se calculează valoarea numerică a parametrului k_p regulatorului după relația:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}}{k} (a_0\tau J^3 - (a_1\tau + 3a_0)J^2 + (a_2\tau + 2a_1)J - a_2) = f_p(J), \quad (12)$$

$$k_p = \frac{e^{-0.2128}}{0.5} (10 \cdot 0.2128^3 - (7 + 3 \cdot 10)0.2128^2 + \\ + (1 + 2 \cdot 7)0.2128 - 1) = 0.9902.$$

2.7. Din (8) cu gradul optimal $J = 0.2128$ din (11) și valoarea lui k_p la valorile numerice ale parametrilor modelului (1) se calculează valoarea numerică a parametrului k_i regulatorului după relația:

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}}{k} (a_0J^3 - a_1J^2 + a_2J) + k_pJ = \\ = \frac{e^{-\tau J}}{k} (a_0\tau J^4 - (a_1\tau + 2a_0)J^3 + (a_2\tau + a_1)J^2) = f_i(J), \quad (13)$$

$$k_i = \frac{e^{-0.2128}}{k} (10 \cdot 0.2128^3 - 7 \cdot 0.2128^2 + 0.2128) + 0.9902 \cdot 0.2128 = \\ + 0.9902 \cdot 0.2128 = 0.1974.$$

S-a simulat sistemul automat cu regulatorul PI în KOPRAS, iar procesul indicial este dat în figurile 3.6 și 3.7, curba 2 (sistemul are cele mai ridicate performanțe).

3. Soluționare pentru regulatorul PID:

3.1. Se alcătuieste ecuația caracteristică a sistemului cu regulatorul PID:

$$\begin{aligned}
A_{\text{PID}}(s) &= 1 + H_{\text{PID}}(s)H(s) = 1 + \left(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s\right) \frac{ke^{-s\tau}}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2} = \\
&= e^{s\tau}(a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s) + k k_d s^2 + k k_p s + k k_i = 0.
\end{aligned} \tag{14}$$

3.2. Se substituie variabila complexă s prin gradul de stabilitate $s = -J$ care este necunoscut și se transcrie ecuația caracteristică (14) a sistemului închis:

$$A_{\text{PID}}(-J) = e^{-\tau J}(-a_0 J^3 + a_1 J^2 - a_2 J) + k k_d J^2 - k k_p J + k k_i = 0. \tag{15}$$

care este o ecuație cu patru necunoscute: parametrii k_p , k_i , k_d și gradul J de stabilitate al sistemului proiectat.

3.3. Prin operații de derivare a expresiei (15) pe variabila J de trei ori se obține sistemul din trei ecuații algebrice cu necunoscutele parametrul k_p , k_d și gradul J de stabilitate de forma:

$$\begin{aligned}
\frac{dA_{\text{PID}}(-J)}{dJ} &= e^{-\tau J}(a_0 \tau^2 J^4 - (a_1 \tau^2 + 5a_0 \tau)J^3 + (a_2 \tau^2 + 3\tau a_1 + 3a_0)J^2 - \\
&- a_2 \tau J - a_2) + 2k k_d J - k k_p = 0,
\end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 A_{\text{PID}}(-J)}{dJ^2} &= e^{-\tau J}(a_0 \tau^2 J^3 - (a_1 \tau^2 + 6a_0 \tau)J^2 + (a_2 \tau + 4a_1 \tau + 6a_0)J - \\
&- 2a_2 \tau - 2a_1) + 2k k_d = 0.
\end{aligned} \tag{17}$$

$$\frac{d^3 A_{\text{PID}}(-J)}{dJ^3} = c_0 J^3 - c_1 J^2 + c_2 J - c_3 = 0, \tag{18}$$

unde $c_0 = \tau^3 a_0$, $c_1 = \tau^3 a_1 + 9\tau^2 a_0$, $c_2 = \tau^3 a_2 + 6\tau^2 a_1 + 18\tau a_0$, $c_3 = 3\tau^2 a_2 + 6\tau a_1 + 6a_0$.

3.4. A patra ecuație care conține parametrul k_i necunoscut se obține din (15).

Sistemul din patru ecuații algebrice (15)-(18) se soluționează și se determină necunoscutele k_p , k_i , k_d și J în ordinea următoare.

3.5. În ecuația algebrică (18) la valorile numerice ale parametrilor modelului (1) se calculează coeficienții c_0 , c_1 , c_2 , c_3 și se soluționează, obținând rădăcinile, după care se determină gradul optimal de stabilitate ca cea mai mică după valoare rădăcină:

$$c_0 J^3 - c_1 J^2 + c_2 J - c_3 = 10J^3 - 97J^2 + 223J - 105 = 0, \tag{19}$$

$$p_1 = 2.5332, p_2 = 0.6345, p_3 = 6.5363.$$

Rezultă gradul optimal de stabilitate $J = 0.6345$.

3.6. Din (16)-(17) cu gradul optimal $J = 0.6345$ din (19) la valorile numerice ale parametrilor modelului (1) se calculează valoarea numerică a parametrului k_d și k_p respectiv a regulatorului după relațiile:

$$k_d = \frac{e^{-\tau J}}{2k} (a_0 \tau^2 J^3 - (a_1 \tau^2 + 6a_0 \tau) J^2 + (a_3 \tau + 4a_2 \tau + 6a_1) J - 2a_3 \tau - 2a_2) = f_d(J), \quad (20)$$

$$k_d = \frac{e^{-0.6345}}{2 \cdot 0.5} (10 \cdot 0.6345^3 - (7 + 6 \cdot 10) 0.6345^2 + (1 + 4 \cdot 7 + 6 \cdot 10) 0.6345 - 2 - 2 \cdot 7) = 8.5105.$$

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}}{k} (a_0 \tau^2 J^4 - (a_1 \tau^2 + 5a_0 \tau) J^3 + (a_2 \tau^2 + 3\tau a_1 + 3a_0) J^2 - a_2 \tau J - a_2) = \frac{e^{-\tau J}}{k} (a_0 \tau J^3 - (a_1 \tau + 3a_0) J^2 + (a_2 \tau + 2a_1) J - a_2) + 2k_d J = f_p(J), \quad (21)$$

$$k_p = \frac{e^{-0.6345}}{0.5} (10 \cdot 0.6345^3 - (7 + 3 \cdot 10) 0.6345^2 + (1 + 2 \cdot 7) 0.6345 - 1) + 2 \cdot 8.5105 \cdot 0.6345 = 6.7450.$$

3.7. Din (15) cu gradul optimal $J = 0.3388$ din (19) și valorile lui k_d și k_p din (20) și (21) la valorile numerice ale parametrilor modelului (1) se calculează valoarea numerică a parametrului k_i regulatorului după relația:

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}}{2k} (a_0 \tau^2 J^5 - (a_1 \tau^2 + 4a_0 \tau) J^3 + (a_2 \tau^2 + 2a_1 \tau + 2a_0) J^3) = \frac{e^{-\tau J}}{k} (a_0 J^3 - a_1 J^2 + a_2 J) - k_d J^2 + k_p J = f_i(J), \quad (22)$$

$$k_i = \frac{e^{-0.6345}}{2 \cdot 0.5} (10 \cdot 0.6345^3 - 7 \cdot 0.6345^2 + 0.6345) - 8.5105 \cdot 0.6345^2 + 6.745 \cdot 0.6345 = 1.0504.$$

S-a simulat sistemul automat cu regulatorul PID în KOPRAS, iar procesul indicial este dat în figura 3.7, curba 1.

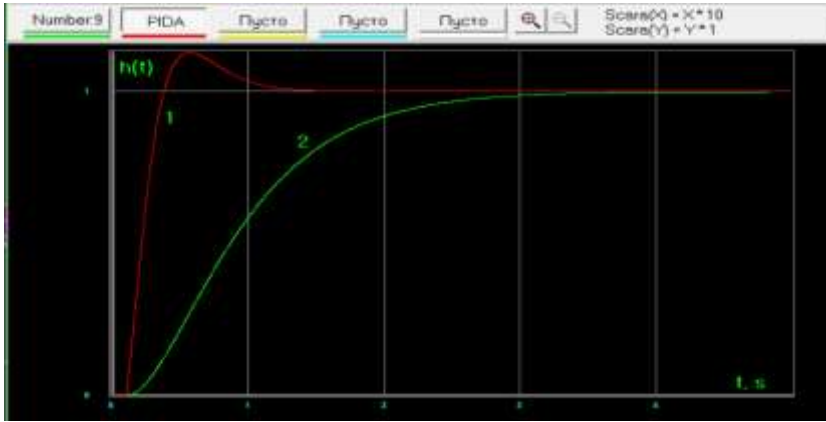


Fig. 3.7. Procesele indiciale ale sistemului cu regulatorul PI și PID

Prin obținerea valorilor parametrilor de acord ai algoritmilor de reglare P, PI, PID se încheie procedura de acordare a reguletoarelor la obiectul de reglare cu parametrii cunoscuți.

Exemplul 3.2. Se dau datele numerice arbitrare ale parametrilor modelului obiectului de reglare (exemplul 3.1) coeficientul de transfer $k = 0.5$, constantele de timp $T_1 = 2$ s, $T_2 = 5$ s, timpul mort $\tau = 1$ s, coeficienții $a_0 = T_1 T_2 = 2 \cdot 5 = 10$ s², $a_1 = T_1 + T_2 = 2 + 5 = 7$ s, $a_2 = 1$.

Se cere de acordat parametrii regulatorului PI și PID după metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații.

Soluționare. După relațiile (12)-(13) pentru acordarea regulatorului PI s-au calculat și construit dependențele $k_p = f_p(J)$ și $k_i = f_i(J)$ prezentate în figura 3.8, a și după relațiile (20)-(23) pentru acordarea regulatorului PID s-au calculat și construit dependențele $k_p = f_p(J)$, $k_i = f_i(J)$, $k_d = f_d(J)$ date în figura 3.8, b.

S-au ales seturi de valori $J - k_p = f_p(J)$, $k_i = f_i(J)$, $k_d = f_d(J)$ pentru regulatorul PI (tabelul 3.1) și pentru regulatorul PID (tabelul 3.2) și s-a simulat sistemul automat cu regulatorul PI și PID în MATLAB (fig. 3.5). Procesele indiciale ale sistemului automat cu regulatorul PI sunt date în figura 3.9 (curba 1 pentru calculul analitic - datele din rândul 1 tabelul 3.1, pentru care sistemul are cele mai ridicate performanțe, iar curba 2 prezintă sistemul cu regulatorul acordat după metoda cu iterații - datele din rândul 2 tabelul 3.1, pentru care sistemul are cele mai reduse performanțe), iar performanțele se dau în tabelul 3.1. Procesele indiciale ale sistemului cu regulatorul PID se dau în figura 3.10 (curba 1 prezintă calculul analitic - datele rândului 1 din tabelul 3.2, iar curba 2 prezintă sistemul cu regulatorul acordat după metoda GMS cu iterații cu cele mai ridicate performanțe - datele din rândul 2 din tabelul 3.2), iar performanțele se prezintă în tabelul 3.2, rândul 2.

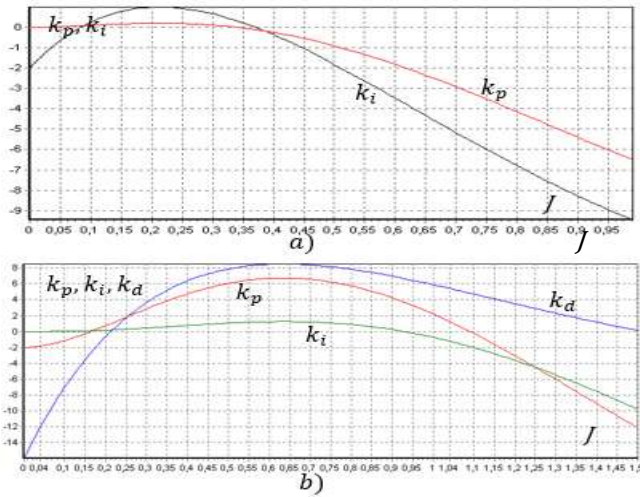


Fig. 3.8. Dependențele parametrilor regulatorului PI și PID

Tabelul 3.1. Parametrii regulatorului PI și performanțele sistemului

Nr. iter.	J	k_p	k_i	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	λ
1	0.2127	0.9902	0.198	22.54	-	22.54	-
2	0.1000	0.2530	0.097	48.27	-	48.27	-
3	0.1500	0.7760	0.161	29.37	-	29.37	-
4	0.2500	0.9240	0.182	25.53	-	25.53	-
5	ZN	6.975	0.1161	4.59	16.30	108	10

Tabelul 3.2. Parametrii regulatorului PID și performanțele sistemului

Nr. iter.	J	k_p	k_i	k_d	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	λ
1	0.635	6.745	1.245	8.511	3.49	12.8	9.13	1
2	0.350	3.650	0.564	4.916	7.88	1.0	7.88	-
3	0.500	5.261	1.035	7.780	4.49	8.00	12.18	1
4	0.750	6.332	1.101	8.217	3.74	9.10	8.85	1
5	ZN	9.30	0.215	0.969	4.0	57	80	10

Pentru verificarea rezultatelor obținute la acordarea reguletoarelor PI și PID la modelul obiectului (1) cu metoda gradului maximal de stabilitate s-a utilizat metoda Ziegler-Nichols. S-a obținut regimul critic al sistemului cu parametrii coeficientul de transfer critic $k_{cr} = 15.7$ și perioada oscilațiilor $T_p = 8$ s și s-au acordat optimal parametrii reguletoarelor PI și PID care sunt prezentați în tablele 3.1 și 3.2. Sistemul s-a simulat pe calculator și performanțele sunt date în tablele 3.1 și 3.2, rândurile 5,

care sunt cu mult mai reduse decât performanțele sistemului cu regulatorul PI și PID acordate după metoda gradului maximal de stabilitate.

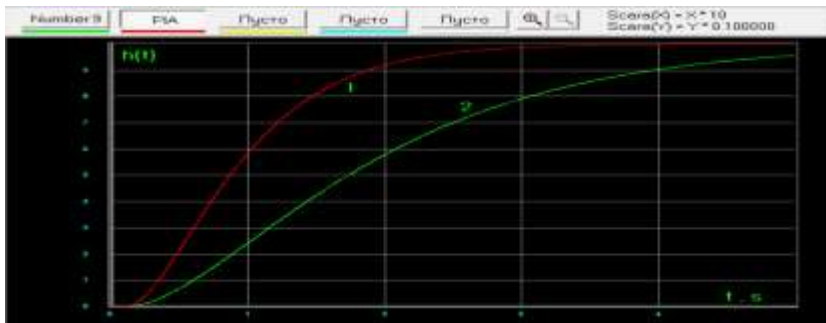


Fig. 3.9. Procesele indiciale ale sistemului cu regulatorul PI

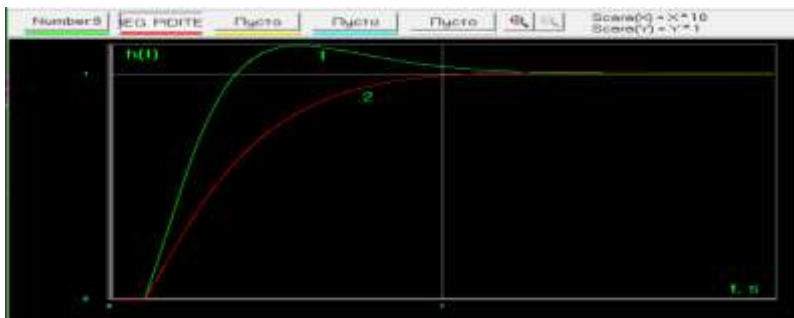


Fig. 3.10. Procesele indiciale ale sistemului cu regulatorul PID

Din analiza performanțelor sistemului cu regulatorul PI și PID acordate după metoda Ziegler-Nichols din tabelul 3.1 și tabelul 3.2 sunt mult mai reduse decât performanțele sistemului cu regulatorul PI și PID acordate după metoda GMS analitică și metoda GMS cu iterații. ■

3.5 Metoda criteriului modulului

Pornind de la condiția ca timpul de reglare să fie minimal (banda de frecvență cât mai mare), există metode de determinare a valorilor optime ale parametrilor de acord ai algoritmului de tip PID în funcție de valorile date ale parametrilor obiectului de reglare.

Se consideră un model matematic al obiectului de reglare dat de f.d.t. de forma:

$$H_p(s) = \frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)\dots(T_ns+1)} \approx \frac{k}{\prod_{i=1}^m (T_{is}+1)(T_{\Sigma}s+1)}, \quad (3.23)$$

unde s-au separat constantele de timp dominante m și sunt prezentate ca produsul acestora, iar constantele de timp mici se însumează și sunt exprimate prin constanta de timp T_{Σ} [1, 6, 7].

Satisfacerea condițiilor menționate presupune proiectarea unui regulator descris de f.d.t. de forma [1, 6, 7]:

$$H_R(s) = \frac{\prod_{r=1}^m (\theta_r s + 1)}{\theta s} = \frac{k_p \prod_{r=1}^m (\theta_r s + 1)}{s}, \quad (3.24)$$

iar parametrii de acord ai regulatorului se calculează prin relațiile:

$$\theta_r = T_r, \quad \theta = 2kT_{\Sigma}, \quad k_p = \frac{1}{\theta} = \frac{1}{2kT_{\Sigma}}. \quad (3.25)$$

Se determină f.d.t. ale sistemului deschis și închis și după transformările respective se obțin relațiile:

$$H_d(s) = H_R(s)H_p(s) = \frac{1}{2T_{\Sigma}s(T_{\Sigma}s+1)} = \frac{\omega_n^2}{s(s+2\xi\omega_n)}, \quad (3.26)$$

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{1}{2T_{\Sigma}^2s^2+2T_{\Sigma}s+1}. \quad (3.27)$$

Pentru metoda modulului componenta timpului mort $e^{-\tau s}$ a modelului obiectului (2.3) se aproximează cu două elemente identice cu inerție de ordinul unu cu constanta de timp – timpul mort τ și modelul echivalent al obiectului se prezintă cu constantele de timp mari T_1, T_2 și constanta de timp mică sumară $T_{\Sigma} = 2\tau$ dată de relația:

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \approx \frac{1}{(\tau s+1)^2} \frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \approx \frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \frac{1}{2\tau s+1}. \quad (3.28)$$

3.6 Metoda reglării în cascadă

Pentru sistemele de reglare în cascadă (fig. 3.5) modelul obiectului (2.3) se prezintă ca două subprocese [1, 5-7]:

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)} = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)} \frac{1}{(T_2s+1)} = H_1(s)H_2(s), \quad (3.29)$$

unde subprocese sunt $H_1(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)}$, $H_2(s) = \frac{1}{(T_2s+1)}$.

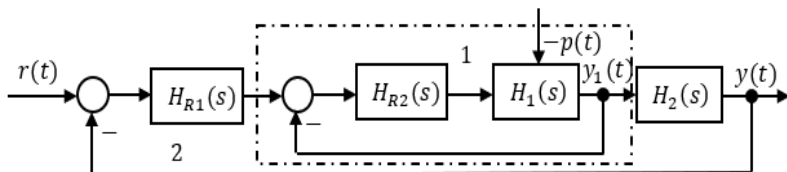


Fig. 3.5. Structura sistemului de reglare în cascadă cu două contururi

În structura sistemului de reglare în cascadă sunt notațiile: $H_{R1}(s)$ este f.d.t. a regulatorului principal, $H_{R2}(s)$ – f.d.t. a regulatorului secundar, 1 – conturul interior, 2 – conturul principal.

Acordarea reguletoarelor pornește de la conturul interior. Pentru acordarea reguletoarelor pot fi utilizate metodele Ziegler-Nichols sau metoda gradului maximal de stabilitate.

Pentru conturul interior se recomandă de acordat regulatorul P sau PI, iar pentru conturul principal se recomandă de acordat algoritmi P, PI, PID.

4 SISTEMUL NUMERIC DE REGLARE AUTOMATĂ

4.1 Modelul discret al obiectului de reglare

Pentru a obține modelul discret al sistemului de reglare automată este necesar a prezenta modelele matematice discrete ale obiectului de reglare și ale regulatorului PID.

Se prezintă procedura de calcul al modelului discret al obiectului de reglare în formă precisă și prin metode de aproximare.

Pentru a obține f.d.t. discretă a modelului matematic continuu al obiectului de reglare (2.3) în formă analitică înaintea acestuia se conectează în serie elementul de reținere de ordin zero și rezultă [1, 4-7, 10-13]:

$$H_P(z) = Z\{H_{ER}(s)H(s)\} = Z\left\{\frac{1}{s}(1 - e^{-Ts})\frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}\right\}. \quad (4.1)$$

Se efectuează următoarele etape.

1. Se calculează perioada de eșantionare, utilizând parametrii obiectului după relația:

$$T \approx 0.1\min(T_1, T_2). \quad (4.2)$$

2. Se introduce transformata z :

$$e^{Ts} = z. \quad (4.3)$$

3. Componenta timpului mort din (4.1) în transformata z se calculează după relația:

$$e^{-\tau s} = z^{-d}, \quad d = \tau/T, \quad (4.4)$$

unde $d = 0, 1, 2, \dots$ este un număr întreg de perioade de eșantionare.

4. Expresia (4.1) cu (4.3) - (4.4) se prezintă în forma:

$$\begin{aligned}
H_P(z) &= Z\{H_{ER}(s)H(s)\} = Z\left\{\frac{1}{s}(1 - e^{-Ts})\frac{ke^{-Ts}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}\right\} = \\
&= kz^{-d}(1 - z^{-1})Z\left\{\frac{1}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}\right\} = \\
&= kz^{-d}\left(1 - \frac{1}{z}\right)\underbrace{Z\left\{\frac{1}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}\right\}}_{H_1(z)} = \\
&= kz^{-d}\left(\frac{z-1}{z}\right)H_1(z) = \frac{y(z)}{u(z)}. \tag{4.5}
\end{aligned}$$

5. Funcția de transfer continuă din $H_1(z)$ din (4.5) se determină după tabelul A4.1 anexa 4 și efectuând transformările respective se calculează funcția de transfer $H(z)$ a modelului discret:

$$\begin{aligned}
H_P(z) &= z^{-d}\left(\frac{z-1}{z}\right)\left[\frac{kz}{z-1} + \frac{kT_1}{T_2-T_1}\frac{z}{z-e^{-T/T_1}} - \frac{kT_2}{T_2-T_1}\frac{z}{z-e^{-T/T_2}}\right] = \\
&= z^{-d}\left(\frac{z-1}{z}\right)\left[\frac{c_0z}{z-1} + \frac{c_1z}{z-d_1} - \frac{c_3z}{z-d_2}\right] = \\
&= z^{-d}\left(\frac{z-1}{z}\right)\frac{c_0z(z-d_1)(z-d_2)+c_1z(z-1)(z-d_2)-c_3z(z-1)(z-d_1)}{(z-1)(z-d_1)(z-d_2)} = \\
&= z^{-d}\frac{c_0(z-d_1)(z-d_2)+c_1(z-1)(z-d_2)-c_3(z-1)(z-d_1)}{(z-d_1)(z-d_2)} = \\
&= z^{-d}\frac{b_0z^2-b_1z+b_2}{a_0z^2-a_1z+a_2} = z^{-d}\frac{b_0-b_1z^{-1}+b_2z^{-2}}{a_0-a_1z^{-1}+a_2z^{-2}} = \\
&= \frac{b_0z^{-d}-b_1z^{-(d+1)}+b_2z^{-(d+2)}}{a_0-a_1z^{-1}+a_2z^{-2}} = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{y(z)}{u(z)}, \tag{4.6}
\end{aligned}$$

unde coeficienții $\overline{c_0}, \overline{c_2}, d_1, d_2$ se exprimă prin parametrii obiectului:

$$c_0 = k, c_1 = \frac{kT_1}{T_2 - T_1}, c_2 = \frac{kT_2}{T_2 - T_1}, d_1 = e^{-T/T_1}, d_2 = e^{-T/T_2},$$

iar coeficienții $b_0, b_1, b_2, a_0, a_1, a_2$ sunt determinați de coeficienții c_0, c_1, c_2, d_1, d_2 :

$$b_0 = c_0 + c_1 - c_2 = k + \frac{kT_1}{T_2 - T_1} - \frac{kT_2}{T_2 - T_1},$$

$$\begin{aligned} b_1 &= c_0(d_1 + d_2) + c_1(1 + d_2) - c_2(1 + d_1) = \\ &= k(e^{-T/T_1} + e^{-T/T_2}) + \frac{kT_1}{T_2 - T_1}(1 + e^{-T/T_2}) - \frac{kT_2}{T_2 - T_1}(1 + e^{-T/T_1}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_2 &= c_0d_1d_2 + c_1d_2 - c_2d_1 = \\ &= ke^{-T/T_1} \cdot e^{-T/T_2} + \frac{kT_1}{T_2 - T_1} + e^{-T/T_2} - \frac{kT_2}{T_2 - T_1} \cdot e^{-T/T_1}, \end{aligned}$$

$$a_0 = 1, a_1 = d_1 + d_2 = e^{-T/T_1} + e^{-T/T_2},$$

$$a_2 = d_1d_2 = e^{-T/T_1} \cdot e^{-T/T_2}.$$

Exemplul 4.1. Datele inițiale ale parametrilor f.d.t. $H(s)$ sunt coeficientul de transfer $k = 0.5$, constantele de timp $T_1 = 2.0$ s, $T_2 = 5.0$ s, $\tau = 1.0$ s.

1. Se calculează perioada (pasul) de eșantionare prin relația:

$$T \approx 0.1 \min\{T_1, T_2\} = 0.1 \min\{2, 5\} = 0.1 \cdot 2 = 0.2 \text{ s.}$$

2. Se introduce transformata z prin relația:

$$e^{Ts} = z.$$

3. Se determină componenta timpului mort exprimată în număr d perioade de eșantionare:

$$e^{-\tau s} = z^{-d} = z^{-3}, d = \frac{\tau}{T} = \frac{1.0}{0.2} = 5, z^{-d} = z^{-5}.$$

4. Se calculează coeficienții f.d.t. discrete:

$$c_0 = k = 0.5, \quad c_1 = \frac{kT_1}{T_2 - T_1} = \frac{0.5 \cdot 2}{5 - 2} = 0.3333, \quad c_2 = \frac{kT_2}{T_2 - T_1} = \frac{0.5 \cdot 5}{5 - 2} = 0.8333,$$

$$d_1 = e^{-T/T_1} = e^{-0.2/2} = e^{-0.1} = 0.9048,$$

$$d_2 = e^{-T/T_2} = e^{-0.2/5} = e^{-0.04} = 0.9608,$$

$$b_0 = c_0 + c_1 - c_2 = 0.5 + 0.3333 - 0.8333 = 0,$$

$$b_1 = c_0(d_1 + d_2) + c_1(1 + d_2) - c_2(1 + d_1) = 0.5 \cdot (0.9048 + 0.9608) + \\ + 0.3333(1 + 0.9608) - 0.8333(1 + 0.9048) = -0.001,$$

$$b_2 = c_0d_1d_2 + c_1d_2 - c_2d_1 = 0.5 \cdot 0.9048 \cdot 0.9608 + 0.3333 \cdot 0.9608 - \\ - 0.8333 \cdot 0.9048 = 0.001,$$

$$a_0 = 1,$$

$$a_1 = d_1 + d_2 = 0.9048 + 0.9608 = 1.8656,$$

$$a_2 = d_1d_2 = 0.9048 \cdot 0.9608 = 0.8693.$$

5. Funcția de transfer discretă cu datele numerice are forma:

$$H_P(z) = z^{-d} \frac{b_0z^2 - b_1z + b_2}{a_0z^2 - a_1z + a_2} = z^{-5} \frac{0.001z^{-1} + 0.001z^{-2}}{1 - 1.8656z^{-1} + 0.8693z^{-2}} = \\ = \frac{0.001z^{-6} + 0.001z^{-7}}{1 - 1.8656z^{-1} + 0.8693z^{-2}} = \frac{y(z^{-1})}{u(z^{-1})} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = H_P(z^{-1}). \blacksquare$$

În anexa 3 sunt date imaginile semnalelor, iar în anexa 4 - funcțiile de transfer ale elementelor dinamice în transformata Laplace s și transformata z .

4.2 Modelul discret aproximat al obiectului de reglare

Pentru discretizarea modelului obiectului (2.3) fără timp mort se utilizează metode de discretizare aproximative, care permit utilizarea în

expresia (2.3) a substituirii variabilei complexe s cu variabila complexă z date de relațiile metodei dreptunghiului cu avans (MDA), metodei dreptunghiului cu întârziere (MDÎ) și metodei trapezului (MT), care se prezintă în continuare [1, 4-7, 10-13].

1. Metoda dreptunghiului cu avans (MDA):

$$s \approx \frac{z-1}{T} = \frac{1-z^{-1}}{TZ^{-1}}, \quad (4.7)$$

2. Metoda dreptunghiului cu întârziere (MDÎ):

$$s \approx \frac{z-1}{TZ} = \frac{1}{T}(1 - z^{-1}). \quad (4.8)$$

3. Metoda trapezului (MT):

$$s \approx \frac{2(z-1)}{T(z+1)} = \frac{2}{T} \frac{(1-z^{-1})}{(1+z^{-1})}. \quad (4.9)$$

Se prezintă exemplul de calcul a modelului aproximativ al obiectului de reglare (2.3).

Exemplul 4.2. Se dă modelul continuu (2.3) al obiectului cu datele numerice din exemplul 4.1 descris de funcția de transfer:

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)} = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1T_2s^2+(T_1+T_2)s+1} \quad (1)$$

și se calculează constantele de timp $T_1T_2 = 2 \cdot 5 = 10 \text{ s}^2$, $T_1 + T_2 = 2 + 5 = 7 \text{ s}$, $\tau = 1 \text{ s}$.

Să se calculeze modelul discret de aproximare a modelului continuu (1), utilizând metoda trapezului cu perioada de eșantionare $T = 0.2 \text{ s}$.

Soluționare:

1. Înaintea modelului obiectului (1) se conectează în serie elementul de reținere cu funcția de transfer:

$$H_{ER}(s) = \frac{1-e^{-Ts}}{s}. \quad (2)$$

2. Se introduce variabila complexă transformata:

$$e^{Ts} = z. \quad (3)$$

3. Se determină componenta timpului mort în perioade de eșantionare:

$$e^{-\tau s} = z^{-d}, \quad d = \frac{\tau}{T} = \frac{1}{0.2} = 5. \quad (4)$$

4. Funcția de transfer discretă a modelului (1) se determină ca conexiune serie a elementului de discretizare (2) și a modelului obiectului și aplicând relațiile (3)-(4) se obține:

$$\begin{aligned} H_P(z) &= Z\{H_{ER}(s)H(s)\} = Z\left\{\frac{1-e^{-Ts}}{s} \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}\right\} = \\ &= z^{-d}(1-z^{-1})Z\left\{\frac{k}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}\right\} = z^{-d}(1-z^{-1})Z\left\{\frac{k}{T_1T_2s^3+(T_1+T_2)s^2+s}\right\}. \quad (5) \end{aligned}$$

5. Pentru discretizarea aproximativă a expresiei din paranteza figurată din (5) se utilizează metoda trapezului și după unele transformări se obține funcția de transfer discretă aproximată:

$$\begin{aligned} H_P(z) &= z^{-d}(1-z^{-1})Z\left\{\frac{k}{T_1T_2s^3+(T_1+T_2)s^2+s}\right\} = \\ &= z^{-d}(1-z^{-1})Z\left\{\frac{k}{T_1T_2\left(\frac{2(z-1)}{T(z+1)}\right)^3+(T_1+T_2)\left(\frac{2(z-1)}{T(z+1)}\right)^2+\frac{2(z-1)}{T(z+1)}}\right\} = \\ &= z^{-d}\left(\frac{z-1}{z}\right)\frac{kT^3(z+1)^3}{8T_1T_2(z-1)^3+4T(T_1+T_2)(z+1)(z-1)^2+2T^2(z+1)^2(z-1)} = \\ &= z^{-d}\frac{c_0z^3+c_1z^2+c_2z+c_3}{d_0z^3-d_1z^2+d_2z} = z^{-d}\frac{b_0+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}+b_3z^{-3}}{1-a_1z^{-1}+a_2z^{-2}}, \quad (6) \end{aligned}$$

unde T este perioada de eșantionare și coeficienții se determină prin parametrul modelului continuu:

$$c_0 = kT^3 = 0.5 \cdot 0.2^3 = 0.004,$$

$$c_1 = 3kT^3 = 3 \cdot 0.5 \cdot 0.2^3 = 0.012,$$

$$c_2 = 3kT^3 = 3 \cdot 0.5 \cdot 0.2^3 = 0.012,$$

$$c_3 = kT^3 = 0.5 \cdot 0.2^3 = 0.004,$$

$$d_0 = 8T_1T_2 + 4T(T_1 + T_2) + 2T^2 =$$

$$= 8 \cdot 2 \cdot 5 + 4 \cdot 0.2(2 + 5) + 2 \cdot 0.2^2 = 85.68,$$

$$d_1 = 16T_1T_2 + 4T^2 = 16 \cdot 2 \cdot 5 + 4 \cdot 0.2^2 = 160.16,$$

$$\begin{aligned} d_2 &= 8T_1T_2 - 4T(T_1 + T_2) + 2T^2 = \\ &= 8 \cdot 2 \cdot 5 - 4 \cdot 0.2(2 + 5) + 2 \cdot 0.2^2 = 74.48, \end{aligned}$$

$$b_0 = \frac{c_0}{d_0} = \frac{0.004}{85.68} = 0.000047,$$

$$b_1 = \frac{c_1}{d_0} = \frac{0.012}{85.68} = 0.00014,$$

$$b_2 = \frac{c_2}{d_0} = \frac{0.012}{85.68} = 0.00014,$$

$$b_3 = \frac{c_3}{d_0} = \frac{0.004}{85.68} = 0.000047,$$

$$a_1 = \frac{d_1}{d_0} = \frac{160.16}{85.68} = 1.8693,$$

$$a_2 = \frac{d_2}{d_0} = \frac{74.48}{85.68} = 0.8693.$$

Funcția de transfer discretă aproximată a modelului obiectului este:

$$\begin{aligned} H_P(z^{-1}) &= \frac{y(z^{-1})}{u(z^{-1})} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = z^{-d} \frac{b_0z^3 + b_1z^2 + b_2z + b_3}{z^3 - a_1z^2 + a_2z} = \\ &= z^{-d} \frac{0.004z^3 + 0.012z^2 + 0.012z + 0.004}{85.68z^3 - 160.16z^2 + 74.48z} = z^{-d} \frac{b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + b_3z^{-3}}{1 - a_1z^{-1} + a_2z^{-2}} = \\ &= z^{-5} \frac{0.000047 + 0.00014z^{-1} + 0.00014z^{-2} + 0.000047z^{-3}}{1 - 1.8693z^{-1} + 0.8693z^{-2}} = \\ &= \frac{0.000047z^{-5} + 0.00014z^{-6} + 0.00014z^{-7} + 0.000047z^{-8}}{1 - 1.8693z^{-1} + 0.8693z^{-2}}. \blacksquare \end{aligned}$$

Pentru comparația metodelor de calcul al parametrilor modelor discrete s-au determinat modelele discrete ale obiectului approximate cu metodele MDA și MDÎ pentru exemplul 4.1. În tabelul 4.1 se dau valorile numerice ale parametrilor modelului discret al obiectului în formă

analitică și parametrilor modelelor approximate cu metodele MDA, MDÎ și MT.

Tabelul 4.1. Parametrii modelelor discrete (exemplul 4.1)

Metoda de calcul	Parametrii modelului discret						
	b_0	b_1	b_2	b_3	a_0	a_1	a_2
MA	0.00035	0	0	0	1	1.8656	0.8693
MDA	0.0040	0	0	0	1	1.8600	0.8640
MDÎ	0	0	0.00035	0	1	1.8706	0.8741
MT	0.000047	0.00014	0.00014	0.000047	1	1.8693	0.8693

Din analiza parametrilor modelelor discrete calculate se constată că coeficienții a_0 , a_1 și a_2 aproximativ au aceleași valori ca în cazul calcului analitic.

4.3 Algoritmul PID numeric

Pentru a obține f.d.t. a algoritmului PID numeric se utilizează f.d.t. a algoritmului PID continuu (3.11), în care se utilizează substituția variabilei Laplace s cu variabila complexă z după metoda de aproximare (de exemplu metoda trapezului) și după unele transformări se obține [1, 4-7, 12-13]:

$$\begin{aligned}
 H_{PID}(z) &= \frac{u(z)}{\varepsilon(z)} = Z \left\{ k_p + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right\} = \\
 &= k_p + \frac{1}{T_i \frac{z(z-1)}{T(z+1)}} + T_d \frac{z(z-1)}{T(z+1)} = \\
 &= \frac{2k_p T_i T(z^2-1) + T^2(z+1)^2 + 4T_i T_d(z-1)^2}{2T_i T(z^2-1)} = \frac{q_0 z^2 - q_1 z + q_2}{p_1 z^2 - p_2}, \quad (4.10)
 \end{aligned}$$

unde parametrii algoritmului PID numeric se calculează cu parametrii k_p , T_i , T_d ai algoritmului PID continuu și perioada de eșantionare T prin relațiile:

$$\begin{aligned}
q_0 &= 2k_p T_i T + 4T_i T_d + T^2, \quad q_1 = 8T_i T_d - 2T^2, \\
q_2 &= 4T_i T_d - 2k_p T_i T + T^2, \quad p_1 = 2T_i T, \quad p_2 = 2T_i T.
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Expresia (4.10) se aduce la forma standard, împărțind termenii de la numărător și numitor la $p_1 z^2$, obținându-se f.d.t. a regulatorului:

$$\begin{aligned}
H_{PID}(z^{-1}) &= \frac{u(z^{-1})}{\varepsilon(z^{-1})} = \frac{q_0 z^2 - q_1 z + q_2}{p_1 z^2 - p_2} = \frac{\frac{q_0}{p_1} - \frac{q_1}{p_1} z^{-1} + \frac{q_2}{p_1} z^{-2}}{1 - \frac{p_2}{p_1} z^{-2}} = \\
&= \frac{q'_0 - q'_1 z^{-1} + q'_2 z^{-2}}{1 - p'_2 z^{-2}} = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})},
\end{aligned} \tag{4.12}$$

unde coeficienții $q'_0 = \frac{q_0}{p_1}$, $q'_1 = \frac{q_1}{p_1}$, $q'_2 = \frac{q_2}{p_1}$, $p'_2 = \frac{p_2}{p_1}$.

Mărimea comenzii din (4.12) se prezintă în forma operațională și în timpul discret care se implementează pe suportul tehnic:

$$\begin{aligned}
u(z^{-1})P(z^{-1}) &= \varepsilon(z^{-1})Q(z^{-1}), \\
u(z^{-1})(1 - p'_2 z^{-2}) &= \varepsilon(z^{-1})(q'_0 - q'_1 z^{-1} + q'_2 z^{-2}), \\
u(z^{-1}) &= p'_2 z^{-2} u(z^{-1}) + q'_0 \varepsilon(z^{-1}) - \\
&\quad - q'_1 z^{-1} \varepsilon(z^{-1}) + q'_2 z^{-2} \varepsilon(z^{-1}), \\
u(kT) &= p'_2 u((k-2)T) + q'_0 \varepsilon(kT) - \\
&\quad - q'_1 \varepsilon((k-1)T) + q'_2 \varepsilon((k-2)T).
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Exemplul 4.3. Se dau parametrii de acord ai algoritmului PID continuu calculați în exemplul 3.2: $k_p = 3.65$, $T_i = 1.773$, $k_i = 0.564$, $k_d = 4.916$ și perioada de eșantionare $T = 0.2$ s din exemplul 4.2.

Se cere să se calculeze parametrii de acord ai algoritmul PID numeric, utilizând aproximarea prin metoda trapezului.

Soluționare. Utilizând expresiile pentru parametrii algoritmului PID din (4.10)-(4.12), se obține:

$$\begin{aligned} q_0 &= 2k_p T_i T + 4T_i T_d + T^2 = \\ &= 2 \cdot 3.65 \cdot 1.773 \cdot 0.2 + 4 \cdot 1.773 \cdot 4.916 + 0.2^2 = 37.4929, \\ q_1 &= 8T_i T_d - 2T^2 = 8 \cdot 1.773 \cdot 4.916 - 2 \cdot 0.2^2 = 69.6485, \\ q_2 &= 4T_i T_d - 2k_p T_i T + T^2 = \\ &= 4 \cdot 1.773 \cdot 4.916 - 2 \cdot 3.65 \cdot 1.773 \cdot 0.2 + 0.2^2 = 32.3157, \\ p_1 &= p_2 = 2T_i T = 2 \cdot 1.773 \cdot 0.2 = 0.7092. \end{aligned}$$

Funcția de transfer a regulatorului PID numeric are forma:

$$\begin{aligned} H_{PID}(z^{-1}) &= \frac{q_0 z^2 - q_1 z + q_2}{p_1 z^2 - p_2} = \frac{37.4929z^2 - 69.6485z + 32.3157}{0.7092z^2 - 0.7092} = \\ &= \frac{52.8665 - 98.2071z^{-1} + 45.6664z^{-2}}{1 - z^{-2}} = \frac{u(z^{-1})}{\varepsilon(z^{-1})}. \end{aligned}$$

Mărimea comenzii în domeniul timpului este:

$$\begin{aligned} u(kT) &= u((k-2)T) + 52.8665\varepsilon(kT) - \\ &- 98.2071\varepsilon((k-1)T) + 45.6664\varepsilon((k-2)T). \blacksquare \end{aligned}$$

4.4 Algoritmul numeric al răspunsului impus

Algoritmii de reglare obținuți prin discretizarea algoritmilor continui au în general performanțe reduse datorită aproximării componentelor integrală și derivativă și ca urmare a pierderii de informație în procesul de eșantionare și cuantificare [1, 5-7, 12, 13].

Proiectarea algoritmilor numerici în domeniul timpului utilizează mai multe metode, dintre care se evidențiază metodele timpului finit și metoda timpului minim, care vor fi expuse în continuare. Acești algoritmi se bazează pe răspunsul sistemului fără suprareglare (în engleză *dead – beat*). Algoritmii de reglare se proiectează pe baza unui model discret al

părții fixate și prin impunerea unui răspuns dorit al sistemului de reglare automată.

Metoda timpului finit folosește conceptul de impunerea unui anumit răspuns indicial al mărimii reglate la semnalul de referință treaptă unitară, care prezintă răspunsul impus fără suprareglare numit *algoritm normal* (AN) sau dacă se fixează și evoluția conducerii prezintă *algoritm extins* (AE) [1, 5-6, 12-13].

4.5 Metoda răspunsului impus - algoritmul normal

Pentru sinteza algoritmului normal se realizează etapele:

1. Se determină perioada de eșantionare T din relațiile [13]:

$$\frac{T}{T_{\Sigma}} \geq 0.36 \text{ sau } \frac{T}{T_{95\%}} \geq 0.18, \quad (4.14)$$

unde mărimea T_{Σ} este suma constantelor de timp ale procesului, iar $T_{95\%}$ – timpul de atingere a 95% din valoarea procesului tranzitoriu (indicial) al obiectului.

2. Se introduce transformata:

$$e^{Ts} = z. \quad (4.15)$$

3. Se determină componenta discretă a timpului mort în transformata z :

$$Z\{e^{-\tau s}\} = z^{-d}, \quad d = \frac{\tau}{T}, \quad (4.16)$$

unde mărimea $d = 0, 1, 2, \dots$ este un număr întreg de perioade de eșantionare.

4. Utilizând perioada de eșantionare T (4.14), se determină modelul discret al obiectului de reglare (2.3), aplicând metoda de aproximare MDA, MDÎ, MT (metoda se numește de lector, în cazul dat s-a aplicat metoda trapezului), care se aduce la forma standard, împărțind termenii de la numărător și numitor la $d_0 z^3$ și se obține forma:

$$\begin{aligned}
H(z) &= \frac{B(z)}{A(z)} = z^{-d}(1 - z^{-1})Z \left\{ \frac{k}{T_1T_2s^3 + (T_1+T_2)s^2 + s} \right\} = \\
&= z^{-d}(1 - z^{-1}) \frac{k}{T_1T_2 \left(\frac{2(z-1)}{T(z+1)} \right)^3 + (T_1+T_2) \left(\frac{2(z-1)}{T(z+1)} \right)^2 + \frac{2(z-1)}{T(z+1)}} = \\
&= z^{-d} \cdot \frac{z-1}{z} \frac{kT^3(z+1)^3}{T_1T_2 8(z-1)^3 + 4T(T_1+T_2)(z+1)(z-1)^2 + 2T^2(z+1)^2(z-1)} = \\
&= z^{-d} \frac{b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + b_3z^{-3}}{1 - a_1z^{-1} + a_2z^{-2}} = \frac{y(z^{-1})}{u(z^{-1})}, \tag{4.17}
\end{aligned}$$

unde T este perioada de eșantionare și coeficienții se determină prin parametrii modelului continuu:

$$\begin{aligned}
b_0 &= \frac{kT^3}{8T_1T_2 + 4T(T_1+T_2) + 2T^2}, \quad b_1 = \frac{3kT^3}{8T_1T_2 + 4T(T_1+T_2) + 2T^2}, \\
b_2 &= \frac{3kT^3}{8T_1T_2 + 4T(T_1+T_2) + 2T^2}, \quad b_3 = \frac{kT^3}{8T_1T_2 + 4T(T_1+T_2) + 2T^2}, \\
a_1 &= \frac{16T_1T_2 + 4T^2}{8T_1T_2 + 4T(T_1+T_2) + 2T^2}, \quad a_2 = \frac{8T_1T_2 - 4T(T_1+T_2) + 2T^2}{8T_1T_2 + 4T(T_1+T_2) + 2T^2}.
\end{aligned}$$

Ordinul modelului discret al obiectului este $m = 2$.

5. Se determină algoritmul normal de reglare cu perioada de eșantionare T (4.14) și modelul obiectului discret (4.17), prezentat cu funcția de transfer de forma:

$$\begin{aligned}
H_R(z^{-1}) &= \frac{u(z^{-1})}{\varepsilon(z^{-1})} = \frac{q_0A(z^{-1})}{1 - q_0z^{-d}B(z^{-1})} = \\
&= \frac{q_0(1 - a_1z^{-1} + a_2z^{-2})}{1 - q_0z^{-d}(b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + b_3z^{-3})} = \\
&= \frac{q_0 - q_0a_1z^{-1} + q_0a_2z^{-2}}{1 - (q_0b_0z^{-5} + q_0b_1z^{-6} + q_0b_2z^{-7} + q_0b_3z^{-8})} =
\end{aligned}$$

$$= \frac{q_0 - q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - (p_0 z^{-5} + p_1 z^{-6} + p_2 z^{-7} + p_3 z^{-8})} = \frac{Q(z^{-1})}{1 - P(z^{-1})}, \quad (4.18)$$

unde polinomul $Q(z^{-1})$ este de gradul 2, iar polinomul $P(z^{-1})$ este de gradul $d + 3$, datorită timpului mort.

6. Se determină parametrii algoritmului normal (4.18) după relațiile:

$$q_i = q_0 a_i, \quad i = \overline{0, 2} \quad \text{și} \quad p_j = q_0 b_j, \quad j = \overline{0, 3}. \quad (4.19)$$

Parametrul q_0 prezintă comanda $u(0)$ la momentul inițial de timp:

$$q_0 = u(0) = \frac{p_1}{b_1}, \quad (4.20)$$

care se calculează cu expresia:

$$q_0 = \frac{1}{b_0 + b_1 + b_2 + b_3} = \frac{1}{\sum_{j=0}^3 b_j}. \quad (4.21)$$

7. Se prezintă funcția de transfer a algoritmului normal calculat:

$$H_R(z^{-1}) = \frac{u(z^{-1})}{\varepsilon(z^{-1})} = \frac{q_0 - q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - p_0 z^{-5} - p_1 z^{-6} - p_2 z^{-7} - p_3 z^{-8}}. \quad (4.22)$$

Exemplul 4.4. Se dă modelul obiectului de reglare cu parametrii coeficientul de transfer $k = 0.5$, constantele de timp $T_1 = 2$ s, $T_2 = 5$ s, $\tau = 1.0$ s și aproximat prin metoda trapezului din exemplul 4.2 cu f.d.t.:

$$H_P(z^{-1}) = \frac{y(z^{-1}z)}{u(z^{-1})} = \frac{b_0 z^{-d} + b_1 z^{-(1+d)} + b_2 z^{-(2+d)} + b_3 z^{-(3+d)}}{1 - a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}, \quad (1)$$

unde coeficienții se prezintă prin relațiile:

$$b_0 = \frac{kT^3}{8T_1 T_2 + 4T(T_1 + T_2) + 2T^2}, \quad b_1 = \frac{3kT^3}{8T_1 T_2 + 4T(T_1 + T_2) + 2T^2},$$

$$b_2 = \frac{3kT^3}{8T_1 T_2 + 4T(T_1 + T_2) + 2T^2}, \quad b_3 = \frac{kT^3}{8T_1 T_2 + 4T(T_1 + T_2) + 2T^2},$$

$$a_1 = \frac{16T_1T_2+4T^2}{8T_1T_2+4T(T_1+T_2)+2T^2}, a_2 = \frac{8T_1T_2-4T(T_1+T_2)+2T^2}{8T_1T_2+4T(T_1+T_2)+2T^2}$$

Se cere de elaborat algoritmul de reglare – algoritmul normal.

Soluționare. Se efectuează următoarele etape.

1. Se determină perioada de eșantionare cu relația:

$$\frac{T}{T_1+T_2} \geq 0.36, T = 0.36(T_1 + T_2) = 0.36(2 + 5) = 2.52 \approx 3 \text{ s.} \quad (2)$$

2. Se introduce transformata complexă:

$$e^{Ts} = z.$$

3. Se determină componenta timpului mort după relația:

$$d = \frac{\tau}{T} = \frac{1}{3} = 0.3333 \approx 0, z^{-d} = z^{-0} = 0.$$

4. Se calculează coeficienții modelului discret aproximativ (1) al obiectului cu perioada de eșantionare (2):

$$b_0 = \frac{kT^3}{8T_1T_2+4T(T_1+T_2)+2T^2} = \frac{0.5 \cdot 3^3}{8 \cdot 2 \cdot 5 + 4 \cdot 3(2+5) + 2 \cdot 3^2} = 0.0742,$$

$$b_1 = \frac{3kT^3}{8T_1T_2+4T(T_1+T_2)+2T^2} = \frac{3 \cdot 0.5 \cdot 3^3}{8 \cdot 2 \cdot 5 + 4 \cdot 3(2+5) + 2 \cdot 3^2} = 0.2225,$$

$$b_2 = \frac{3kT^3}{8T_1T_2+4T(T_1+T_2)+2T^2} = \frac{3 \cdot 0.5 \cdot 3^3}{8 \cdot 2 \cdot 5 + 4 \cdot 3(2+5) + 2 \cdot 3^2} = 0.2225,$$

$$b_3 = \frac{kT^3}{8T_1T_2+4T(T_1+T_2)+2T^2} = \frac{0.5 \cdot 3^3}{8 \cdot 2 \cdot 5 + 4 \cdot 3(2+5) + 2 \cdot 3^2} = 0.0742,$$

$$a_1 = \frac{16T_1T_2+4T^2}{8T_1T_2+4T(T_1+T_2)+2T^2} = \frac{16T_1T_2+4T^2}{8 \cdot 2 \cdot 5 + 4 \cdot 3(2+5) + 2 \cdot 3^2} = 1.0769,$$

$$a_2 = \frac{8T_1T_2-4T(T_1+T_2)+2T^2}{8T_1T_2+4T(T_1+T_2)+2T^2} = \frac{8T_1T_2-4T(T_1+T_2)+2T^2}{8 \cdot 2 \cdot 5 + 4 \cdot 3(2+5) + 2 \cdot 3^2} = 0.0769.$$

Funcția de transfer discretă aproximativă a modelului obiectului de ordinul $m = 2$ ($d = 0$) este:

$$H_P(z^{-1}) = \frac{y(z^{-1})}{u(z^{-1})} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + b_3z^{-3}}{1 - a_1z^{-1} + a_2z^{-2}} =$$

$$= \frac{0.0742+0.2225z^{-1}+0.2225z^{-2}+0.0742z^{-3}}{1-1.0769z^{-1}+0.0769z^{-2}}. \quad (3)$$

5. Se determină algoritmul normal de reglare cu modelul obiectului discret (3) de ordinul $m = 2$ și perioada de eșantionare T din (2) prezentat cu funcția de transfer de forma:

$$\begin{aligned} H_R(z^{-1}) &= \frac{u(z^{-1})}{\varepsilon(z^{-1})} = \frac{Q(z^{-1})}{1-P(z^{-1})} = \frac{q_0 A(z^{-1})}{1-q_0 z^{-d} B(z^{-1})} = \\ &= \frac{q_0(1-a_1 z^{-1}+a_2 z^{-2})}{1-q_0(b_0+b_1 z^{-1}+b_2 z^{-2}+b_3 z^{-3})} = \frac{q_0-q_1 z^{-1}+q_2 z^{-2}}{1-p_0-p_1 z^{-1}-p_2 z^{-2}-p_3 z^{-3}} = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})}. \end{aligned} \quad (4)$$

6. Se determină parametrul q_0 care prezintă comanda $u(0)$ la momentul inițial de timp prin relația:

$$q_0 = u(0) = \frac{1}{b_0+b_1+b_2+b_3} = \frac{1}{0.0742+0.2225+0.2225+0.0742} = 1.6852,$$

7. Se determină parametrii $q_1, q_2, p_0, p_1, p_2, p_3$ algoritmului normal după relațiile (4.17):

$$q_1 = q_0 a_1 = 1.6852 \cdot 1.0769 = 1.8148,$$

$$q_2 = q_0 a_2 = 1.6852 \cdot 0.0769 = 0.1296,$$

$$p_0 = q_0 b_0 = 1.6852 \cdot 0.0742 = 0.1250,$$

$$p_1 = q_0 b_1 = 1.6852 \cdot 0.2225 = 0.3749,$$

$$p_2 = q_0 b_2 = 1.6852 \cdot 0.2225 = 0.3749,$$

$$p_3 = q_0 b_3 = 1.6852 \cdot 0.0742 = 0.1250.$$

8. Se prezintă funcția de transfer a algoritmului normal calculat:

$$\begin{aligned} H_R(z^{-1}) &= \frac{q_0-q_1 z^{-1}+q_2 z^{-2}}{1-p_0-p_1 z^{-1}-p_2 z^{-2}-p_3 z^{-3}} = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})} = \frac{u(z^{-1})}{\varepsilon(z^{-1})} = \\ &= \frac{1.6852-1.8148z^{-1}+0.1296z^{-2}}{1-0.1250-0.3730z^{-1}-0.3730z^{-2}-0.1250z^{-3}} = \frac{u(z^{-1})}{\varepsilon(z^{-1})}. \end{aligned} \quad (5)$$

9. Mărimea comenzii din (5) se prezintă în forma operațională și în domeniul timpului discret:

$$u(z^{-1})P(z^{-1}) = \varepsilon(z^{-1})Q(z^{-1}),$$

$$u(z^{-1})(1 - p_0 - p_1z^{-1} - p_2z^{-2} - p_3z^{-3}) = \varepsilon(z^{-1})(q_0 - q_1z^{-1} + q_2z^{-2}),$$

$$\begin{aligned} u(z^{-1}) - p_0u(z^{-1}) - p_1z^{-1}u(z^{-1}) - p_2z^{-2}u(z^{-1}) - p_3z^{-3}u(z^{-1}) &= \\ = q_0\varepsilon(z^{-1}) - q_1z^{-1}\varepsilon(z^{-1}) + q_2z^{-2}\varepsilon(z^{-1}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u(kT) &= p_0u(kT) + p_1u((k-1)T) + p_2u((k-2)T) + p_3u((k-3)T) + \\ &+ q_0\varepsilon(kT) - q_1\varepsilon((k-1)T) + q_2\varepsilon((k-2)T), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u(kT) &= 0.1250u(kT) + 0.3749u((k-1)T) + 0.3749u((k-2)T) + \\ &+ 0.1250u((k-3)T) + 1.6852\varepsilon(kT) - 1.8148\varepsilon((k-1)T) + \\ &+ 0.1296\varepsilon((k-2)T). \blacksquare \end{aligned} \quad (6)$$

4.6 Metoda răspunsului impus - algoritmul extins

Mărima de comandă inițială $u(0)$ în algoritmul normal este determinată prin valorile coeficienților b_j . Pentru a reduce această restricție se extinde dimensiunea algoritmului și se pot obține unul sau mai multe grade de libertate în alegerea comenzii inițiale $u(0)$.

Se sintetizează algoritmul extins de reglare, urmând etapele.

1. Se consideră modelul continuu al obiectului de reglare (4.5):

$$H_p(z) = z^{-d}(1 - z^{-1})Z \left\{ \frac{k}{T_1T_2s^3 + (T_1+T_2)s^2 + s} \right\}. \quad (4.23)$$

2. Se determină perioada de eșantionare T din relațiile [13]:

$$\frac{T}{T_\Sigma} \geq 0.22 \text{ sau } \frac{T}{T_{95\%}} \geq 0.11, \quad (4.24)$$

unde mărimea T_Σ este suma constantelor de timp ale procesului, iar $T_{95\%}$ – timpul de atingere a 95 % din valoarea procesului tranzitoriu (indicial) al obiectului.

3. Se introduce transformata:

$$e^{Ts} = z. \quad (4.25)$$

4. Se determină componenta discretă a timpului mort în transformata z în număr întreg de perioade de eșantionare:

$$Z\{e^{-\tau s}\} = z^{-d}, \quad d = \frac{\tau}{T}. \quad (4.26)$$

5. Utilizând perioada de eșantionare T din (4.24), se determină modelul discret al obiectului de reglare (4.23), utilizând metoda de aproximare MDA, MDÎ, MT (metoda este numită de lector, aici s-a aplicat metoda trapezului) care se aduce la forma standard și se calculează coeficienții:

$$H_P(z^{-1}) = \frac{y(z^{-1})}{u(z^{-1})} = z^{-d} \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3}}{1 - a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} = \frac{B(z)}{A(z)}, \quad (4.27)$$

unde coeficienții sunt exprimați prin parametrii modelului obiectului și perioadei de eșantionare:

$$b_0 = \frac{kT^3}{8T_1 T_2 + 4T(T_1 + T_2) + 2T^2}, \quad b_1 = \frac{3kT^3}{8T_1 T_2 + 4T(T_1 + T_2) + 2T^2},$$

$$b_2 = \frac{3kT^3}{8T_1 T_2 + 4T(T_1 + T_2) + 2T^2}, \quad b_3 = \frac{kT^3}{8T_1 T_2 + 4T(T_1 + T_2) + 2T^2},$$

$$a_1 = \frac{16T_1 T_2 + 4T^2}{8T_1 T_2 + 4T(T_1 + T_2) + 2T^2}, \quad a_2 = \frac{8T_1 T_2 - 4T(T_1 + T_2) + 2T^2}{8T_1 T_2 + 4T(T_1 + T_2) + 2T^2}.$$

Modelul aproximat este de ordinul $m = 2$.

6. Se determină algoritmul extins de reglare cu o perioadă de eșantionare de ordinul $m + 1 + d$ în comparație cu algoritmul normal și prezentat cu funcția de transfer de forma:

$$H_R(z^{-1}) = \frac{u(z^{-1})}{\varepsilon(z^{-1})} = \frac{Q(z^{-1})}{1 - P(z^{-1})} = \frac{q_0 A(z^{-1})(\alpha - z^{-1})}{1 - q_0 z^{-d} B(z^{-1})(\alpha - z^{-1})} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{q_0(1-a_1z^{-1}+a_2z^{-2})(\alpha-z^{-1})}{1-q_0z^{-d}(b_0+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}+b_3z^{-3})(\alpha-z^{-1})} = \\
&= \frac{q_0-q_1z^{-1}+q_2z^{-2}+q_3z^{-3}}{1-p_0z^{-d}-p_1z^{-(d+1)}-p_2z^{-(d+2)}-p_3z^{-(d+3)}-p_4z^{-(d+4)}} = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})}. \quad 4.28)
\end{aligned}$$

Această extindere a algoritmului cu o perioadă de eșantionare este echivalentă cu introducerea unui dipol pol-zero în structura algoritmului și α este o constantă arbitrară pozitivă, care prezintă un grad de libertate de realizare a comportării dorite a sistemului prin alegerea parametrului α pentru o realizare eficientă a algoritmului.

7. Se determină parametrul q_0 care prezintă comanda $u(0)$ la momentul inițial de timp din condiția:

$$q_0 = \alpha q'_0. \quad (4.29)$$

Din (4.29) se determină parametrul:

$$q'_0 = \frac{q_0}{\alpha}. \quad (4.30)$$

Se calculează parametrul q_0 pentru valorile coeficienților b_j după relația:

$$q_0 = \frac{1}{\sum_{j=1}^m b_j}. \quad (4.31)$$

Valoarea inițială $u(0) = q_0$ a mărimii de conducere se alege din condiția $u(1) \leq u(0)$ și această mărime se calculează cu relația:

$$u(1) = q_1 + q_0 = a_1 u(0) + \frac{1}{\sum_{j=1}^m b_j}, \quad (4.32)$$

$$u(0) = q_0 \geq \frac{1}{1-a_1} \frac{1}{\sum_{j=1}^m b_j}. \quad (4.33)$$

Dacă nu se realizează condiția (4.33), atunci se alege altă valoare a perioadei de eșantionare, care să satisfacă condiția (4.33).

8. Parametrii algoritmului de reglare extins se determină după relațiile:

$$\begin{aligned}
 q_1 &= q_0(a_1 - 1) + \frac{1}{\sum_{j=1}^m b_j}, \\
 q_2 &= q_0(a_2 - a_1) + \frac{a_1}{\sum_{j=1}^m b_j}, \\
 &\dots\dots\dots \\
 q_m &= q_0(a_m - a_{m-1}) + \frac{a_{m-1}}{\sum_{j=1}^m b_j}, \\
 q_{m+1} &= -a_m \left(q_0 - \frac{1}{\sum_{j=1}^m b_j} \right),
 \end{aligned}
 \tag{4.34}$$

$$\begin{aligned}
 p_1 &= q_0 b_1, \\
 p_2 &= q_0(b_2 - b_1) + \frac{b_1}{\sum_{j=1}^m b_j}, \\
 &\dots\dots\dots \\
 p_m &= q_0(b_m - b_{m-1}) + \frac{b_{m-1}}{\sum_{j=1}^m b_j}, \\
 p_{m+1} &= -b_m \left(q_0 - \frac{1}{\sum_{j=1}^m b_j} \right).
 \end{aligned}
 \tag{4.35}$$

9. Se prezintă funcția de transfer a algoritmului extins calculat:

$$H_R(z^{-1}) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + q_3 z^{-3}}{1 - p_1 z^{-1} - p_2 z^{-2} - p_3 z^{-3}} = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})} = \frac{u(z^{-1})}{\varepsilon(z^{-1})}.
 \tag{4.36}$$

10. Mărimea de comandă se prezintă prin relația:

$$u(z^{-1}) = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})} \varepsilon(z^{-1}) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + q_3 z^{-3}}{1 - p_1 z^{-1} - p_2 z^{-2} - p_3 z^{-3}} \varepsilon(z^{-1}).
 \tag{4.37}$$

Exemplul 4.5. Se dă modelul obiectului de reglare cu parametrii coeficientului de transfer $k = 0.5$, constantele de timp $T_1 = 2$ s, $T_2 = 5$ s, $\tau = 1.0$ s și este aproximat prin metoda trapezului cu f.d.t. (4.27):

$$H_p(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = z^{-d} \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3}}{1 - d_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}, \quad (1)$$

unde coeficienții se prezintă prin relațiile:

$$b_0 = \frac{kT^3}{8T_1T_2 + 4T(T_1 + T_2) + 2T^2}, \quad b_1 = \frac{3kT^3}{8T_1T_2 + 4T(T_1 + T_2) + 2T^2},$$

$$b_2 = \frac{3kT^3}{8T_1T_2 + 4T(T_1 + T_2) + 2T^2}, \quad b_3 = \frac{kT^3}{8T_1T_2 + 4T(T_1 + T_2) + 2T^2},$$

$$a_1 = \frac{16T_1T_2 + 4T^2}{8T_1T_2 + 4T(T_1 + T_2) + 2T^2}, \quad a_2 = \frac{8T_1T_2 - 4T(T_1 + T_2) + 2T^2}{8T_1T_2 + 4T(T_1 + T_2) + 2T^2}.$$

unde T este perioada de eșantionare, ordinul modelului $m = 2 + d$, d - numărul de perioade de eșantionare a timpului mort.

Se cere să se elaboreze algoritmul de reglare – algoritmul extins.

Soluționare. Se efectuează următoarele etape:

1. Se determină perioada de eșantionare prin relația:

$$\frac{T}{T_1 + T_2} \geq 0.22, \quad T = 0.22(T_1 + T_2) = 0.22(2 + 5) = 1.54 \approx 2 \text{ s}. \quad (2)$$

2. Se introduce transformata:

$$e^{Ts} = z. \quad (3)$$

3. Se determină componenta timpului mort după relația:

$$d = \frac{\tau}{T} = \frac{1}{2} = 0.5 \approx 1, \quad z^{-d} = z^{-1}.$$

4. Se calculează coeficienții modelului discret (1) cu perioada de eșantionare $T = 2$ s:

$$b_0 = \frac{kT^3}{8T_1T_2 + 4T(T_1 + T_2) + 2T^2} = \frac{0.5 \cdot 2^3}{8 \cdot 2 \cdot 5 + 4 \cdot 2(2 + 5) + 2 \cdot 2^2} = 0.0278,$$

$$b_1 = \frac{3kT^3}{8T_1T_2+4T(T_1+T_2)+2T^2} = \frac{3 \cdot 0.5 \cdot 2^3}{8 \cdot 2 \cdot 5 + 4 \cdot 2(2+5) + 2 \cdot 2^2} = 0.0833,$$

$$b_2 = \frac{3kT^3}{8T_1T_2+4T(T_1+T_2)+2T^2} = \frac{3 \cdot 0.5 \cdot 2^3}{8 \cdot 2 \cdot 5 + 4 \cdot 2(2+5) + 2 \cdot 2^2} = 0.0833,$$

$$b_3 = \frac{kT^3}{8T_1T_2+4T(T_1+T_2)+2T^2} = \frac{0.5 \cdot 2^3}{8 \cdot 2 \cdot 5 + 4 \cdot 2(2+5) + 2 \cdot 2^2} = 0.0278,$$

$$a_1 = \frac{16T_1T_2+4T^2}{8T_1T_2+4T(T_1+T_2)+2T^2} = \frac{16 \cdot 2 \cdot 5 + 4 \cdot 2^2}{8 \cdot 2 \cdot 5 + 4 \cdot 2(2+5) + 2 \cdot 2^2} = 1.2222,$$

$$a_2 = \frac{8T_1T_2-4T(T_1+T_2)+2T^2}{8T_1T_2+4T(T_1+T_2)+2T^2} = \frac{8 \cdot 2 \cdot 5 - 4 \cdot 2 \cdot (2+5) + 2 \cdot 2^2}{8 \cdot 2 \cdot 5 + 4 \cdot 2(2+5) + 2 \cdot 2^2} = 0.2222.$$

Funcția de transfer discretă a modelului obiectului aproximat este de ordinul $m = 2$:

$$\begin{aligned} H_P(z^{-1}) &= \frac{y(z^{-1})}{u(z^{-1})} = z^{-1} \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3}}{1 - a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} = \\ &= \frac{b_0 z^{-1} + b_1 z^{-2} + b_2 z^{-3} + b_3 z^{-4}}{1 - a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} = \frac{0.0278 z^{-1} + 0.0833 z^{-2} + 0.0833 z^{-3} + 0.0278 z^{-4}}{1 - 1.2222 z^{-1} + 0.2222 z^{-2}}. \end{aligned} \quad (3)$$

5. Se determină algoritmul extins de reglare cu o perioadă T de eșantionare din (2) de ordinul $m + 1 + d = 2 + 1 + 0 = 3$ de forma:

$$H_R(z^{-1}) = \frac{Q(z^{-1})}{1 - z^{-1}P(z^{-1})} = \frac{q_0 - q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + q_3 z^{-3}}{1 - p_1 z^{-1} - p_2 z^{-2} - p_3 z^{-3}} = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})} = \frac{u(z^{-1})}{\varepsilon(z^{-1})}, \quad (4)$$

6. Se determină parametrul q_0 care prezintă comanda $u(0)$ la momentul inițial de timp cu relația:

$$q_0 = \frac{1}{b_0 + b_1 + b_2 + b_3} = \frac{1}{0.0278 + 0.0833 + 0.0833 + 0.0278} = 4.5005.$$

7. Se verifică realizarea condiției (4.33):

$$u(0) = q_0 \geq \frac{1}{1 - a_1 \sum_{j=0}^3 b_j} = \frac{1}{1 + 1.2222 \cdot 0.0278 + 0.0833 + 0.0833 + 0.0278} = 2.0252,$$

care este respectată.

8. Se determină parametrii algoritmului extins de reglare după relațiile (4.34)-(4.35):

$$q_1 = q_0(a_1 - 1) + \frac{1}{\sum_{j=0}^3 b_j} = 4.5005(-1.2222 - 1) + \frac{1}{0.2222} = -5.4999,$$

$$q_2 = q_0(a_2 - a_1) + \frac{a_1}{\sum_{j=0}^3 b_j} = 4.5005(0.2222 + 1.2222) - \frac{1.2222}{0.2222} = 1.0000,$$

$$q_3 = q_0(a_3 - a_2) + \frac{a_2}{\sum_{j=0}^3 b_j} = 4.5005(0 - 0.2222) + \frac{0.2222}{0.2222} = 0,$$

$$q_4 = -a_2 \left(q_0 - \frac{1}{\sum_{j=0}^3 b_j} \right) = -0.2222 \left(4.5005 - \frac{1}{0.2222} \right) = 0,$$

$$p_1 = q_0 b_0 = 4.5005 \cdot 0.0278 = 0.1251,$$

$$p_2 = q_0(b_1 - b_0) + \frac{b_0}{\sum_{j=0}^3 b_j} = 4.5005(0.0833 - 0.0278) + \frac{0.0278}{0.2222} = 0.3749,$$

$$p_3 = q_0(b_2 - b_1) + \frac{b_1}{\sum_{j=0}^3 b_j} = 4.5005(0.0833 - 0.0833) + \frac{0.0833}{0.2222} = 0.3749,$$

$$p_4 = -b_3 \left(q_0 - \frac{1}{\sum_{j=0}^3 b_j} \right) = -0.0278 \left(4.5005 - \frac{1}{0.2222} \right) = 0.$$

9. Se prezintă funcția de transfer a algoritmului extins calculat:

$$H_R(z^{-1}) = \frac{u(z^{-1})}{\varepsilon(z^{-1})} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - p_1 z^{-1} - p_2 z^{-2} - p_3 z^{-3}} = \frac{4.5005 - 5.5005 z^{-1} + 1.0000 z^{-2}}{1 - 0.1251 z^{-1} - 0.3749 z^{-2} - 0.3749 z^{-3}}. \quad (6)$$

10. Mărima comenzii din (6) se prezintă în forma operațională și în domeniul timpului discret:

$$u(z^{-1})(1 - p_1 z^{-1} - p_2 z^{-2} - p_3 z^{-3}) = \varepsilon(z^{-1})(q_0 - q_1 z^{-1} - q_2 z^{-2}),$$

$$u(z^{-1}) = p_1 z^{-1} u(z^{-1}) + p_2 z^{-2} u(z^{-1}) + p_3 z^{-3} u(z^{-1}) +$$

$$+ q_0 \varepsilon(z^{-1}) - q_1 z^{-1} \varepsilon(z^{-1}) + q_2 z^{-2} \varepsilon(z^{-1}).$$

Comanda în domeniul timpului discret este:

$$u(kT) = p_1 u((k-1)T) + p_2 u((k-2)T) + p_3 u((k-3)T) +$$

$$+ q_0 \varepsilon(kT) - q_1 \varepsilon((k-1)T) + q_2 \varepsilon((k-2)T) =$$

$$= 0.1251u((k-1)T) + 0.3749u((k-2)T) + 0.3749u((k-3)T) + \\ + 4.5005\varepsilon(kT) - 5.5005\varepsilon((k-1)T) + 1.0000\varepsilon((k-2)T).$$

Mărimile membrului din dreapta a expresiei prezintă amplitudinile comenzii la momentul de eșantionare $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ ■

4.7 Metoda răspunsului timpului minim

Se determină algoritmul timpului minim, efectuând etapele:

1. În acest caz, modelul matematic discret al obiectului se alege de la cazul algoritmului normal sau a algoritmului extins.

2. Funcția de transfer a sistemului numeric de reglare automată închis la acțiunea semnalului treaptă unitară discretă se alege de tipul:

$$H_0(z^{-1}) = z^{-1}, z^{-2}, z^{-3}, \dots, \quad (4.38)$$

astfel ca algoritmul sintetizat să fie fizic realizabil.

3. Dacă este construită f.d.t. discretă $H_0(z^{-1})$ a sistemului automat pentru semnalul de intrare specificat și este cunoscută f.d.t. discretă $H_P(z^{-1})$ a procesului, atunci se calculează f.d.t. discretă a algoritmului de reglare după relația:

$$H_R(z^{-1}) = \frac{H_0(z^{-1})}{1-H_0(z^{-1})} \frac{1}{H_P(z^{-1})} = \frac{H_0(z^{-1})}{1-H_0(z^{-1})} \frac{A(z^{-1})}{z^{-d}B(z^{-1})} = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})} = \frac{u(z^{-1})}{\varepsilon(z^{-1})}. \quad (4.39)$$

Astfel, răspunsul sistemului automat este minim pentru referința considerată, iar performanțele sunt optime [1, 5, 6, 13].

Exemplul 4.6. Se consideră modelul obiectului de reglare cu parametrii coeficientul de transfer $k = 0.5$, constantele de timp $T_1 = 2$ s, $T_2 = 5$ s, $\tau = 1.0$ s.

Se cere să se elaboreze algoritmul timpului minimal.

Soluționare. 1. Modelul matematic discret aproximat poate fi utilizat de la cazul algoritmului normal sau de la algoritmul extins. Se utilizează modelul discret aproximat prin metoda trapezului de la algoritmul extins descris cu f.d.t.:

$$H_P(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} = z^{-1} \frac{b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + b_3z^{-3}}{a_0 - a_1z^{-1} + a_2z^{-2}} =$$

$$= \frac{0.0278z^{-1}+0.0833z^{-2}+0.0833z^{-3}+0.0278z^{-4}}{1-1.2222z^{-1}+0.2222z^{-2}}. \quad (1)$$

2. Se construiește funcția de transfer discretă $H_0(z)$ a sistemului închis de forma (4.38) când la intrare se aplică semnalul treaptă unitară discretă:

$$H_0(z) = z^{-2}. \quad (2)$$

3. Se construiește algoritmul timpului minim, fiind cunoscute f.d.t. $H_p(z)$ ale procesului (1) și f.d.t. $H_0(z)$ ale sistemului închis (2) după relația (4.39) și după unele transformări se obține:

$$\begin{aligned} H_R(z^{-1}) &= \frac{H_0(z^{-1})}{1-H_0(z^{-1})} \frac{1}{H_P(z^{-1})} = \frac{H_0(z^{-1})}{1-H_0(z^{-1})} \frac{A(z^{-1})}{B(z^{-1})} = \\ &= \frac{z^{-2}}{1-z^{-2}} \frac{1-a_1z^{-1}+a_2z^{-2}}{z^{-1}(b_0+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}+b_3z^{-3})} = \\ &= \frac{z^{-2}}{1-z^{-2}} \frac{1-1.2222z^{-1}+0.2222z^{-2}}{z^{-1}(0.0278+0.0833z^{-1}+0.0833z^{-2}+0.0278z^{-3})} = \\ &= \frac{q'_0z^{-1}-q'_1z^{-2}+q'_2z^{-3}}{p'_0+p'_1z^{-1}+p'_2z^{-2}-p'_3z^{-3}-p'_4z^{-4}-p'_5z^{-5}} = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})} = \\ &= \frac{q_1z^{-1}-q_2z^{-2}+q_3z^{-3}}{1+p_1z^{-1}+p_2z^{-2}-p_3z^{-3}-p_4z^{-4}-p_5z^{-5}} = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})} = \\ &= \frac{35.9712z^{-1}-43.9640z^{-2}+7.9928z^{-3}}{1+2.9964z^{-1}+1.9964z^{-2}-1.9964z^{-3}-2.9964z^{-4}-z^{-5}} = \frac{u(z^{-1})}{\varepsilon(z^{-1})}, \end{aligned} \quad (3)$$

unde parametrii algoritmului au valorile numerice $q_0 = 0$, $q_1 = 35.9712$, $q_2 = 43.9640$, $q_3 = 7.9928$, $p_1 = 2.9964$, $p_2 = 1.9964$, $p_3 = 1.9964$, $p_4 = 2.9964$, $p_5 = 1$.

4. Mărirea comenzii din (3) se prezintă în forma operațională:

$$\begin{aligned} u(z^{-1}) &= -p_1z^{-1}u(z^{-1}) - p_2z^{-2}u(z^{-1}) + p_3z^{-3}u(z^{-1}) + p_4z^{-4}u(z^{-1}) + \\ &+ p_5z^{-5}u(z^{-1}) + q_1z^{-1}\varepsilon(z^{-1}) - q_2z^{-2}\varepsilon(z^{-1}) + q_3z^{-3}\varepsilon(z^{-1}). \end{aligned} \quad (4)$$

Mărirea comenzii $u(kT)$ din (4) se prezintă în domeniul timpului discret și se obține:

$$u(kT) = -p_1u((k-1)T) - p_2z^{-2}u((k-2)T) + p_3u((k-3)T) +$$

$$\begin{aligned}
& + p_4 z^{-4} u((k-4)T) + p_5 u((k-5)T) + \\
& + q_1 \varepsilon((k-1)T) - q_2 \varepsilon((k-2)T) + q_3 \varepsilon((k-3)T). \\
u(kT) = & -2.9964u((k-1)T) - 1.9964u((k-2)T) + \\
& + 1.9964u((k-3)T) + 2.9964u((k-4)T) + u((k-5)T) + \\
& + 35.9712\varepsilon((k-1)T) - 43.964\varepsilon((k-2)T) + 7.9928\varepsilon((k-3)T). \blacksquare
\end{aligned}$$

4.8 Construirea procesului indicial al sistemului numeric

Pentru construirea procesului tranzitoriu al sistemului numeric de reglare automată se utilizează următoarea procedură. Pornind de la f.d.t. discretă $H_P(z)$ a modelului obiectului și f.d.t. $H_{PID}(z)$ a regulatorului PID numeric se determină f.d.t. a sistemului numeric închis după relația:

$$\begin{aligned}
H_0(z) &= \frac{y(z)}{r(z)} = \frac{H_P(z)H_{PID}(z)}{1+H_P(z)H_{PID}(z)} = \frac{D(z)}{C(z)} = \\
&= \frac{\frac{b_0 z^{-d} + b_1 z^{-(d+1)} + b_2 z^{-(d+2)}}{a_0 - a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{p_1 - p_2 z^{-2}}}{1 + \frac{b_0 z^{-d} + b_1 z^{-(d+1)} + b_2 z^{-(d+2)}}{a_0 - a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{p_1 - p_2 z^{-2}}} = \\
&= \frac{(b_0 z^{-d} + b_1 z^{-(d+1)} + b_2 z^{-(d+2)})(q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2})}{(a_0 - a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2})(p_1 - p_2 z^{-2}) + (b_0 z^{-d} + b_1 z^{-(d+1)} + b_2 z^{-(d+2)})(q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2})} = \\
&= \frac{d_0 z^{-d} + d_1 z^{-(d+1)} + d_2 z^{-(d+2)} + d_3 z^{-(d+3)} + d_4 z^{-(d+4)}}{c_0 - c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + c_3 z^{-3} - c_4 z^{-4} + c_5 z^{-d} + c_6 z^{-(d+1)} + c_7 z^{-(d+2)} + c_8 z^{-(d+3)} + c_9 z^{-(d+4)}}, \quad (4.40)
\end{aligned}$$

unde coeficienții $\overline{d_0}, \overline{d_4}$ sunt exprimați prin coeficienții $\overline{b_0}, \overline{b_2}$ și $\overline{q_0}, \overline{q_2}$, iar coeficienții $\overline{c_0}, \overline{c_9}$ sunt exprimați prin coeficienții $\overline{a_0}, \overline{a_2}, \overline{b_0}, \overline{b_2}, \overline{q_0}, \overline{q_2}$ și $\overline{p_1}, \overline{p_2}$.

În continuare, admițând că semnalul de intrare este treaptă unitară discretă și în transformata z se prezintă prin expresia:

$$r(z) = \frac{z}{z-1} = \frac{1}{1-z^{-1}} = r(z^{-1}) \quad (4.41)$$

și utilizând metode de calcul mărimea de ieșire $y(z^{-1})$ a sistemului în formă operațională se prezintă:

$$\begin{aligned} y(z^{-1}) &= H_0(z^{-1})r(z^{-1}) = \frac{D(z)}{C(z)} \frac{1}{1-z^{-1}} = \frac{N(z^{-1})}{M(z^{-1})} = \\ &= y_0z^{-1} + y_1z^{-2} + y_2z^{-3} + \dots, \end{aligned} \quad (4.42)$$

obținându-se un șir în z^{-1} , unde fiecare termen succesiv prezintă valoarea ordonatei la pasul de eșantionare egal cu z^{-k} .

În domeniul timpului discret mărimea de ieșire $y(kT)$ a sistemului închis este procesul indicial și se prezintă prin expresia:

$$y(kT) = y((k-1)T) + y((k-2)T) + \dots, \quad (4.43)$$

unde $y(kT), y((k-1)T), y((k-2)T), \dots$ sunt ordonatele procesului indicial al sistemului la momentele de eșantionare $k = 0, 1, 2, \dots$.

Pentru determinarea proceselor indiciale ale sistemului numeric cu modelul obiectului de reglare și algoritmi numerici elaborați se utilizează procedura de simulare pe calculator.

În figura 4.1 se prezintă schema de simulare a sistemului numeric cu algoritmul de reglare elaborat în pachetul KOPRAS, iar procesul indicial se dă în figura 4.2.

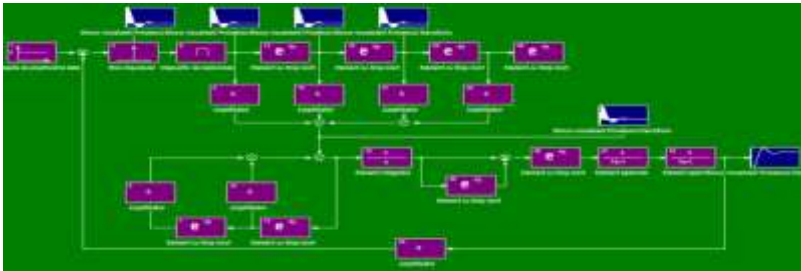


Fig. 4.1. Schema de simulare a sistemului numeric în KOPRAS

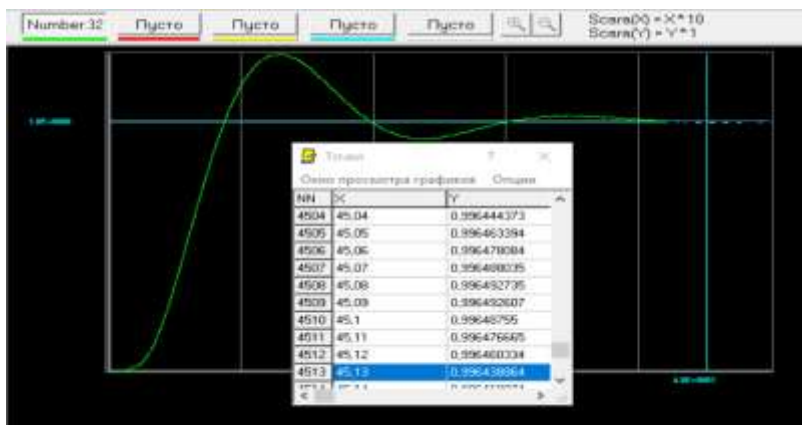


Fig. 4.2. Procesul indicial al sistemului numeric în KOPRAS

Se determină performanțele sistemului numeric cu fiecare tip de algoritm numeric elaborat și se completează tabelul 4.2.

Tabelul 4.2. Performanțele sistemului numeric

Nr. crt.	Tip algoritm	Performanțele sistemului				
		$\varepsilon, \%$	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	λ

5 DESCRIEREA SARCINII PROIECTULUI DE CURS

5.1 Sarcina proiectului de curs

Să se proiecteze un sistem de reglare automată în timp continuu și discret a parametrului tehnologic al procesului industrial. Proiectarea sistemului de reglare automată constă în realizarea următoarelor etape.

1. Se consideră procesul tehnologic pentru care s-a ridicat răspunsul experimental al procesului la semnalul de intrare treaptă unitară și prin aplicarea procedurii de identificare s-au determinat parametrii modelului matematic de aproximare ca obiect de reglare cu inerție de ordinul unu cu timp mort cu parametrii coeficientul de transfer k , constanta de timp T și timpul mort τ , care sunt date în tabelul A2.1 (pe variante) anexa 2.

2. Construiți schema de principiu și funcțională a sistemului de reglare automată conform temei proiectului, pornind de la procesul tehnologic ca obiect de reglare, alegeți și dimensionați elementele funcționale ale sistemului automat pentru procesul dat.

3. Descrieți funcționarea sistemului de reglare automată.

4. Să se determine modelul matematic al obiectului de reglare printr-un element cu inerție stabil de ordinul doi cu timp mort, calculând parametrii modelului k , T_1 , T_2 , τ utilizând parametrii modelului obiectului de reglare de ordinul unu cu parametrii inițiali k , T , τ .

5. Să se determine modelul matematic al obiectului de reglare cu inerție de ordinul doi în formă discretă prin transformata z . Perioada de eșantionare T se alege conform metodelor de sinteză a regulatorului.

6. Alegeți și dimensionați traductorul și aparatul secundar pentru indicarea și înregistrarea parametrului tehnologic măsurat al obiectului de reglare. Prezentați modelul matematic al traductorului în forma funcției de transfer și calculați parametrii lui.

7. Pentru datele sarcinii (organul de reglare) din tabelul A2.1:

- cuplul de sarcină M_s ,
- momentul de inerție al sarcinii I_s ,
- viteza unghiulară maximă a sarcinii ω_s ,
- accelerația maximă a sarcinii $\dot{\omega}_s$,

- randamentul reductorului η
calculați și alegeți elementul de acționare (vezi anexa 5). Prezentați modelul matematic al elementului de acționare în forma funcției de transfer și determinați parametrii lui.

8. Pentru performanțele date ale sistemului de reglare automată proiectat (vezi tabelul A2.1 anexa 2):

- eroarea staționară ε ,
- durata timpului de reglare t_r ,
- suprareglarea σ

și parametrii obiectului de reglare cu inerție de ordinul doi cu timp mort sintetizați algoritmi de reglare.

8.1. Pentru sistemul automat continuu utilizați metodele de acordare a algoritmilor tipizați:

- metoda Ziegler-Nichols,
- metoda criteriului modulului,
- metoda gradului maximal de stabilitate,
- metoda reglării în cascadă,
- metoda de optimizare parametrică.

8.2. Pentru sistemul numeric de reglare automată utilizați metodele de sinteză a algoritmilor:

- metoda algoritmul PID numeric,
- metoda algoritmul răspunsului impus - normal,
- metoda algoritmul răspunsului - extins,
- metoda timpului minim.

9. Să se determine funcția de transfer a sistemului de reglare automată închis prin transformata Laplace s și transformata z .

10. Să se simuleze pe calculator sistemul automat cu algoritmul elaborat după metodele indicate și să se determine performanțele sistemului.

11. Să se analizeze performanțele sistemelor obținute și comparându-le cu performanțele impuse indicați metoda de sinteză a algoritmului de reglare în timp continuu și discret pentru care performanțele sistemului sunt cele mai ridicate.

12. Alcătuiți schemele de principiu, funcțională și structurală a sistemului automat.

13. Concluzii.
14. Bibliografie.
15. Anexe.

5.2 Procesele tehnologice și parametrii reglați

1. Sistem de reglare automată a temperaturii în cuptor termic (0 ...200 °C).
2. Sistem de reglare automată a presiunii în recipient tehnologic (0 ...2,5 bar).
3. Sistem de reglare automată a debitului în recipient tehnologic (0 ...3 m³/oră).
4. Sistem de reglare automată a nivelului în recipient tehnologic (0 ...2 m).
5. Sistem de reglare automată a umidității în cameră tehnologică (0 ...50 %).
6. Sistem de reglare automată a concentrației gazelor în cameră tehnologică (0 ...40 %).

5.3 Cerințe privind perfectarea proiectului de curs

Obiectivele proiectului de curs sunt sistematizarea și aprofundarea cunoștințelor teoretice și aplicative prin analiza modului de funcționare al sistemului automat liniar continuu și sistemului cu eșantionare, proiectarea algoritmului de reglare și determinarea performanțelor sistemului continuu și sistemului cu eșantionare.

Proiectul de curs este alcătuit din **nota explicativă** și **partea grafică**. Nota explicativă va conține 20-25 pagini formatul A4 (210x297 mm) dactilografiate la calculator, font Times New Roman cu mărimea caracterului 12-14 puncte în grafie latină. O pagină de text a lucrării va avea 30-32 de rânduri imprimate la 1.5 linii, iar fiecare rând va conține 70-75 semne, inclusiv spațiile dintre cuvinte.

Textul lucrării, tabelele, schemele etc. se vor încadra în pagină cu formatul: din stânga – 30 mm, din dreapta – 15 mm, de sus și de jos – 20 mm. Textul memoriului va fi alineat către marginile din stânga și dreapta,

iar toate alineatele vor începe cu un spațiu *tab* (12,5 mm - șapte caractere) din stânga. Textul în notă se scrie de la persoana întâi plural. Partea grafică se prezintă după necesitate din contextul lucrării.

Titlurile capitolelor se scriu cu font TNR, 12-14 puncte, cu majuscule **Bold** cu aliniere centrală, numerotate cu cifre arabe 1, 2, ... fără punct după cifră și fără cuvântul capitol, iar titlurile subcapitolelor cu font TNR, 12-14 puncte, **Bold**, aliniate la stânga cu un spațiu *tab* și numerotate 1.1, 1. 2, 2.1,... fără punct după ultima cifră și fără cuvântul subcapitol; titlurile punctelor subcapitolelor cu font TNR, 12 puncte, **Bold+Italic**, aliniate la stânga cu un spațiu *tab* și numerotate 1.1.1, 2.1.1.1 etc. Capitolele încep din pagină nouă.

Partea grafică se prezintă din figuri (scheme bloc, scheme structurale, scheme de principiu, diagrame, programe, funcții de timp, funcții frecvențiale, figuri etc.) și sub figură se inserează numărul și titlul aliniat central, **Bold** cu 11 puncte alcătuit din două cifre, unde prima cifră indică capitolul, iar a doua – numărul figurii în capitol: fig. 1.1, fig. 2.3 etc.

Tabelele se numerotează cu două cifre urmate de titlu, **Bold** cu 11 puncte, care se inserează deasupra tabelului și se aliniază central, unde prima cifră indică capitolul, iar a doua – numărul tabelului în capitol: tabelul 1.1, tabelul 2.3 etc. Textul din celulele tabelului se scriu cu font TNR, 11 puncte cu spațiere între rânduri cu o linie. Prima linie a tabelului care indică denumirile coloanelor se scrie **Bold** cu 11 puncte, aliniat central.

În nota explicativă, anexele se dau în ordine crescătoare - Anexa 1, Anexa 2 etc. și fiecare anexă începe din pagină nouă și are un titlu, **Bold**, care se amplasează deasupra anexei, aliniat la stânga. În anexe formulele, tabelele și figurile, dacă sunt mai mult de una, se numerotează luând în considerare numărul anexei: de exemplu: figura A1.1 (figura 1 din anexa 1; (A1.3) – formula 3 din anexa 1; tabelul A1.2 – tabelul 2 din anexa 1).

Toate paginile notei se numerotează de la foaia de titlu (pe care nu se imprimă cifra 1) până la ultima, inserând numărul în subsolul paginii cu aliniere centrală.

Sucesiunea materialelor expuse în notă se recomandă a fi prezentate în ordinea următoare: Foaia de titlu (Anexa 1), Cuprinsul, Sarcina proiectului, Introducere, Conținutul proiectului (divizat în capitole, puncte și subpuncte etc.), Încheiere (concluzii), Sarcina proiectului, Bibliografie, Anexe (după necesitate).

Proiectul de curs va fi executat în termenul până la sfârșitul săptămânii a 14-ea a semestrului și prezentat conducătorului pentru verificare, după care se anunță ziua susținerii proiectului în prezența comisiei.

5.4 Indicații metodice la realizarea proiectului de curs

Varianta datelor inițiale pentru a realiza proiectul de curs se alege de către student conform numărului listei registrului grupei academice din tabelul A2-1 Anexa 2: varianta, tema, parametrii obiectului de reglare, datele sarcinii pentru organul de reglare, performanțele sistemului.

Proiectul de curs are scopul de a sistematiza și a aprofunda cunoștințele teoretice și aplicative la disciplina studiată prin efectuarea următoarelor etape: analiza modului de funcționare a sistemului de reglare automată a parametrului tehnologic; alegerea și dimensionarea traductorului și a elementului de execuție; efectuarea calculului pentru a determina modelul matematic al obiectului de reglare; modelul matematic al traductorului și al elementului de execuție; acordarea algoritmilor de reglare în timp continuu și discret la modelul obiectului de reglare utilizând metodele respective; simularea pe calculator a sistemului automat studiat și ridicarea procesului indicial al sistemului automat închis continuu și numeric; determinarea performanțelor sistemului continuu și numeric și aprecierea rezultatelor obținute.

1. În etapa de elaborare a schemei de principiu, pornind de la procesul tehnic (tehnologic), determinați mărimea de intrare și mărimea de ieșire a modelului matematic al obiectului de reglare. După mărimea de ieșire se alege și se dimensionează traductorul, iar după mărimea de intrare se alege și se dimensionează elementul de execuție (elementul de acționare).

2. Pentru determinarea performanțelor sistemului automat continuu și numeric cu algoritmul de reglare elaborat, se utilizează procedura de simulare, aplicând la intrare semnal treaptă unitară și se ridică procesul indicial al sistemului, după care se determină performanțele sistemului și se completează tabelul 5.1 pentru sistemul continuu și numeric.

Tabelul 5.1. Performanțele sistemului numeric

Nr. crt.	Tip algoritm	Performanțele sistemului				
		$\varepsilon, \%$	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	λ

3. În concluzii se dau aprecieri rezultatelor obținute la analiza performanțelor sistemului continuu și numeric.

4. Pentru sursele de literatură, utilizate în proiect, se alcătuieste lista lor în ordine cronologică sau alfabetică completată conform cerințelor, indicând numărul 1, 2, 3, ... (vezi Ghidul). În textul proiectului la locul respectiv, pentru sursele utilizate, vor fi indicate în paranteze pătrate numărul curent al sursei (de ex. [1], [3], [11] etc.).

Exemplul 5.1. Se consideră procesul tehnologic de reglare a temperaturii în cuptorul industrial.

Se cere de efectuat:

1. Să se construiască schema de principiu a sistemului de reglare automată a temperaturii în cuptorul industrial.

2. Să se construiască schema funcțională a sistemului de reglare automată a temperaturii în cuptorul industrial.

4. Să se descrie modul de funcționare al sistemului de reglare automată a temperaturii în cuptorul industrial.

Soluționare:

1. Pentru alegerea traductorului de temperatură se consideră temperatura stabilizată în cuptor 150 °C cu precizia $\pm 5 \%$ (7.5 °C). Se

alege traductorul de tipul termometrul rezistiv Pt100 de tipul TCPI-1088 (-200...+500°C), care la temperatura 150°C rezistența $R_t = 157.31 \Omega$.

2. În continuare se construiește schema de principiu a sistemului automat dată în figura 5.1.

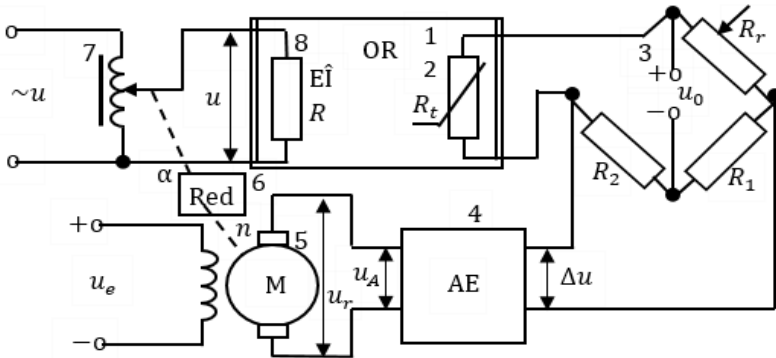


Fig. 5.1. Schema de principiu a sistemului de reglare automată a temperaturii în cuptorul industrial

În schemă sunt prezentate însemnările: 1 - cuptorul industrial ca obiect de reglare (OR), 2 - traductorul de temperatură termometrul rezistiv R_t , 3 - elementul de comparare este puntea alcătuită din rezistențele R_r , R_1 , R_2 , în care se conectează termometrul rezistiv R_t , 4 - elementul de amplificare (EA) este un amplificator electronic, 5 - motorul de curent continuu (M) cu excitație separată este elementul de acționare, 6 - reductorul (Red) care transformă turațiile în deplasarea cursorului transformatorului 7, care este elementul (organul) de reglare, 8 - elementul de încălzire (EÎ) care degajează cantitatea de căldură în cuptor și sursele de alimentare de curent continuu cu tensiunile u_e , u_0 și curent alternativ u .

3. Temperatura θ care se cere a fi stabilizată în cuptor, se dă de cursorul rezistenței R_r - stabilește temperatura θ_r de referință și puntea se dezechilibrează și la ieșirea ei se obține semnalul Δu , care se transmite amplificatorului EA. La ieșirea amplificatorului se obține tensiunea u_A care se aplică la circuitul rotorului motorului M și arborele lui se rotește, acționând reductorul Red, care deplasează cursorul transformatorului 7

și, astfel, se ridică tensiunea u aplicată rezistenței R elementului de încălzire $E\hat{I}$ pe care se produce cantitatea de căldură Q și, astfel, ridicând temperatura în cuptor. Termometrul R_t percepe temperatura în cuptor și puntea se echilibrează, micșorând tensiunea $\Delta u = 0$ care deconectează motorul și, astfel, temperatura se stabilizează în cuptor.

După schema de principiu (fig. 5.1) și modul de funcționare s-a construit schema bloc funcțională a sistemului care este dată în figura 5.2, *a*, iar în figura 5.2, *b* este dată schema funcțională cu partea fixată (PF) alcătuită din conexiunea serie a elementelor și obiectului M-Red-ER-E \hat{I} -C-Tr și regulatorul automat (RA) care substituie elementul de amplificare EA. ■

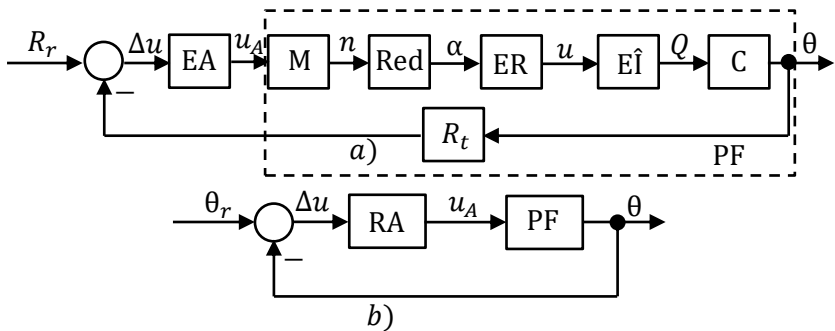


Fig. 5.2. Schema funcțională a sistemului de reglare automată

BIBLIOGRAFIE

1. *Automatica*. Coord. I. DUMITRACHE. București: Editura Academiei Române, 2009. V. 1. 961 p. ISBN 978-973-27-1883-4.
2. BALABANOV, A.A. *KOPRAS – Tehnika komputernogo modelirovania avtomaticheskikh sistem*. Chișinău: TUM, 2004. T.1. 390 s. ISBN 5-7417-0151-5.
3. COJUHARI, Irina; IZVOREANU, B. *Modelare și identificare. Ghid pentru proiectarea de curs*. Chișinău, 2015. 120 p. ISBN 978-9975-45-376-9.
4. DYNNIKOV, A.I. *Tzifrovye sistemy upravleniia*. M.: MFTI, 2006. 196 s. ISBN 5-7417-0151-5.
5. DORF, R. K., BISHOP, R. X. *Sovremennye sistemy upravleniia (Modern Control Systems)*. Moskva: Laboratoria Bazovyyh Znaniy, 2004. 832 s. ISBN 5-93208-119-8.
6. DUMITRACHE, I. *Ingineria reglării automate*. București: Ed. Politehnica Press, 2005. 725 p. ISBN 973-8449-72-3.
7. DUMITRACHE, I. *Ingineria reglării automate*. București: Ed. Politehnica Press, 2016. V. 1. 407 p. ISBN 978-606-515-686-9.
8. IZVOREANU, B., FIODOROV, I. The Synthesis of Linear Regulators for Aperiodic Objects with Time Delay According to the Maximal Stability Degree Method. In: *Preprints the Fourth IFAC Conference on System Structure and Control*. București: Editura Tehnică, 1997, pp. 449 - 454.
9. IZVOREANU, B., COJUHARI, Irina; FIODOROV, I., MORARU, D., SECRIERU, A. Tuning the PID Controller to the Model of Object with Inertia Second Order According to the Maximum Stability Degree Method with Iteration. *Annals of the University of Craiova. Electrical Engineering series*, No. 43, Issue 1, 2019, pp. 79-85. ISSN-4805.
10. KIM, D. P. *Teoria avtomaticheskogo upravleniia*. T.1. *Lineinye sistemy*. M.: FIZMATLIT, 2003. 288 s. ISBN 5-9221-0379-2.
11. KIM, D.P., DIMITRIEVA, N.D. *Sbornik zadach po teorii avtomaticheskogo upravleniia. Lineinye sistemy*. M.: FIZMATLIT, 2007. 168 s. ISBN 978-5-9221-0873-7.

12. KUO, B. *Teoria i proektirovanie tzifrovyyh sistem upravleniya*. M.: Mashinostroenie, 1986. 448 s.
13. LAZĂR, C., PĂSTRĂVANU, O., POLI, Elena; SCHONBERGER, F. *Conducerea asistată de calculator a proceselor tehnice. Proiectarea și implementarea algoritmilor de reglare numerică*. B.: MATRIXROM, 1996. 226 p. ISBN 973-97494-6-1.
14. MARTYNENKO, I.I., LYSENKO, V.F. *Proektirovanie sistem avtomatiki*. M.: Agropromizdat, 1990. 243s. ISBN 5-10-00072-9.
15. *Metody klassicheskoi i sovremennoi teorii avtomaticheskogo upravleniya. T. 3. Sintez reguleatorov sistem avtomaticheskogo upravleniya*. Pod. red. K.A. PUPKOVA, N.D. EGUPOVA. M.: Izd-vo MGТУ im. N. E. BAUMANA, 2004. 616 s. ISBN 5-7038-2191-6.
16. PETUHOV, C.V., KRISHIANIS, M.V. *Elektroprivod*. Arhanghelsk: C(A)FU, 2015. 303 s. / elektroprivod.pdf. [Accesat 10.10.2020].
17. *Rukovodstvo po proekturovaniu sistem avtomaticheskogo upravleniya*. Pod red. V.A. BESEKERSKOGO. M.: Vysshaya shkola, 1983. 296 s.
18. *Raschiot avtomaticheskikh sistem*. Pod red. A.V. FATEEVA. M.: Vysshaya shkola, 1983. 336 s.
19. SOLODOVNIKOV, V.V., PLOTNIKOV, V.N., IAKOVLEV, A.V. *Osnovy teorii i elementov sistem avtomaticheskogo regulirovaniya*. M.: Mashinostroenie, 1985. 536 s.
20. *Teoria avtomaticheskogo upravleniya*. Pod red. V.B. IAKOVLEVA. M.: Vysshaya shkola, 2005. 567 s. ISBN 5-06-004096-8.
21. VOICU, M. *Introducere în automatică*. Iași: Ed.Dosoftei, 1998. 237 p. ISBN 973-9135-60-9.
22. ZAGARII, G. I., SHUBLADZE, A. M. *Sintez sistem upravleniya na osnove criteria maksimalnoi stepeni ustoichivosti (The Synthesis of the Control System According to the Maximal Stability Degree Criteria)*. Moskva: Energoatomizdat, 1998. 198 s.

ANEXE

Anexa 1

Modelul foii de titlu

**Ministerul Educației și Cercetării al Republicii Moldova
Universitatea Tehnică a Moldovei
Facultatea Calculatoare, Informatică și Microelectronică
Departamentul Ingineria Software și Automatică**

Programul de studii Automatică și informatică

PROIECT DE CURS

**la disciplina *Ingineria sistemelor automate*
cu tema (denumirea conform variantei, de exemplu)
Sistem de reglare automată a temperaturii
în cuptorul industrial**

A efectuat

**Nume, prenume,
student gr.**

A verificat

**Nume, prenume
cadrul didactic,
titlul șt.-didactic,
titlul șt.**

Chișinău, 2021

Date inițiale pentru proiectare

Tabelul A2.1. Date inițiale pentru proiectare

Nr. var.	Nr. temei	Parametrii OR			Parametrii sarcinii					Performanțele SA		
		k	T, s	τ, s	M_n, Nm	$J_n, Nm/s^2$	$\omega, 1/s$	$\dot{\omega}_n, 1/s^2$	η	$\varepsilon, \%$	t_r, s	$\sigma, \%$
1	2	4	5	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	0,1	20	1,2	0,2	0,10	4,1	5,0	0,7	5	15	6
2	2	0,2	18	1,4	0,3	0,15	4,2	5,2	0,7	5	16	7
3	3	0,3	16	1,6	0,4	0,20	4,3	5,3	0,7	5	17	8
4	4	0,4	14	1,7	0,5	0,25	4,4	6,0	0,7	5	18	9
5	5	0,5	22	1,9	0,6	0,30	4,5	6,2	0,7	5	19	10
6	6	0,6	24	2,0	0,7	0,35	4,6	6,3	0,7	5	20	11
7	1	0,7	26	2,9	0,8	0,40	4,7	6,8	0,7	5	19	12
8	2	0,8	22	2,3	0,9	0,45	4,8	6,5	0,7	5	18	13
9	3	0,9	21	2,4	0,3	0,50	4,9	6,6	0,7	5	17	14
10	4	1,5	19	2,1	0,8	0,43	3,0	6,7	0,7	5	16	13
11	5	2,5	17	1,6	0,7	0,34	3,2	6,8	0,7	5	15	12
12	6	3,5	15	1,5	0,6	0,23	3,3	6,9	0,7	5	14	11
13	1	4,5	23	2,8	0,5	0,16	3,4	5,1	0,7	5	15	10
14	2	0,9	25	2,9	0,4	0,21	3,5	5,2	0,7	5	16	9
15	3	0,8	16	1,2	0,3	0,38	3,6	5,3	0,7	5	17	8
16	4	0,7	15	2,1	0,2	0,27	3,7	5,4	0,7	5	18	7
17	6	0,6	16	3,3	0,6	0,33	3,9	5,5	0,7	5	19	6
18	5	0,5	17	3,4	0,8	0,43	5,1	5,6	0,7	5	18	7
19	4	0,55	18	3,5	0,7	0,36	5,2	5,7	0,7	5	17	8
20	3	0,65	19	3,6	0,5	0,24	5,3	5,8	0,7	5	16	9
21	2	0,75	20	3,7	0,6	0,11	5,4	5,9	0,7	5	15	10
22	1	0,85	21	3,8	0,4	0,29	3,5	4,2	0,7	5	14	11
23	2	0,95	22	3,9	0,8	0,39	3,6	4,3	0,7	5	13	12
24	3	1,5	23	4,0	0,6	0,44	3,7	4,4	0,7	5	12	13
25	3	2,5	24	3,5	0,7	0,54	3,8	4,5	0,7	5	10	14

Notă. Momentul M_n și J_n se înmulțesc la 10^{-2} .

Funcții de timp și imaginea lor

Tabelul A3.1. Funcții de timp continuu și discret și imaginea Laplace s și transformata z

Nr crt .	Denumirea funcției	Timp continuu		Timp discret	
		Original $f(t)$	Imaginea $H(s)$	Original $f(kT)$	Imaginea $H(z)$
1	Delta impuls	$\delta(t)$	1	$\delta(kT)$	$z^{-0} = 1$
2	Treaptă unitară	$1(t)$	$\frac{1}{s}$	$1(kT)$	$\frac{z}{z-1}$
3	Funcție rampă	t	$\frac{1}{s^2}$	kT	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
4	Funcție pătratică	t^2	$\frac{2!}{s^3}$	$(kT)^2$	$\frac{T^2 z(z+1)}{(z-1)^3}$
5	Funcție polinomială	t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$\frac{1}{n-1} (kT)^{n-1}$	$\frac{1}{n-1} \frac{T^{n-1} z(z+1)}{(z-1)^n}$
6	Exponențială	$e^{\alpha t}$	$\frac{1}{s-\alpha}$	$e^{\alpha kT}$	$\frac{z}{z+e^{\alpha T}}$
7	Exponențială	$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{s+\alpha}$	$e^{-\alpha kT}$	$\frac{z}{z-d}, d = e^{-\alpha T}$
8	Sinusoidă	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$\sin \omega kT$	$\frac{z \sin \omega T}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$
9	Cosinusoidă	$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$\cos \omega kT$	$\frac{z^2 - z \cos \omega T}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$
10	Produsul exponentei cu sinusoidă	$e^{-\alpha t} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s+\alpha)^2 + \omega^2}$	$e^{-\alpha kT} \sin \omega kT$	$\frac{z d \sin \omega T}{z^2 - 2zd \cos \omega T + d^2}$
11	Produsul exponentei cu cosinusoidă	$e^{-\alpha t} \cos \omega t$	$\frac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2 + \omega^2}$	$e^{-\alpha kT} \cos \omega kT$	$\frac{z d \cos \omega T}{z^2 - 2zd \cos \omega T + d^2}$

Funcții de transfer al elementelor dinamice în transformata s și transformata z

Tabelul A4.1. Funcții de transfer al elementelor dinamice

Nr crt	Imaginea $H(s)$	Imaginea $H(z)$
1	2	3
1	k	k
2	$\frac{k}{s}$	$\frac{kz}{z-1}$
3	$\frac{k}{s^2}$	$\frac{kTz}{(z-1)^2}$
4	$\frac{k}{T_0s+1}$	$\frac{k}{T_0} \frac{z}{(z-e^{-T/T_0})}$
5	$\frac{k}{s(T_0s+1)}$	$\frac{k(1-e^{-T/T_0})z}{(z-1)(z-e^{-T/T_0})}$
6	$\frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$	$\frac{k(e^{-T/T_1}-e^{-T/T_2})}{T_1-T_2} \frac{z}{(z-e^{-T/T_1})(z-e^{-T/T_2})}$
7	$\frac{k}{(T_0s+1)^2}$	$\frac{kTe^{-T/T_0}}{T_0^2} \frac{z}{(z-e^{-T/T_0})^2}$
8	$\frac{k}{s^2(T_0s+1)}$	$k\left[\frac{Tz}{(z-1)^2} - \frac{T_0(1-e^{-T/T_0})z}{(z-1)(1-e^{-T/T_0})}\right]$
9	$\frac{k}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}$	$k\left[\frac{z}{z-1} + \frac{T_1}{T_2-T_1} \frac{z}{z-e^{-T/T_1}} - \frac{T_2}{T_2-T_1} \frac{z}{z-e^{-T/T_2}}\right]$

Continuarea anexei 4

1	2	3
10	$\frac{k}{s^2(T_1s + 1)(T_2s + 1)}$	$k\left[\frac{Tz}{(z-1)^2} - \frac{(T_1 + T_2)z}{z-1} - \frac{T_1^2}{T_2 - T_1} \frac{z}{z - e^{-T/T_1}} + \frac{T_2^2}{T_2 - T_1} \frac{z}{z - e^{-T/T_2}}\right]$
11	$\frac{k}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)(T_3s + 1)}$	$k\left[\frac{T_1^2}{(T_1 - T_2)(T_1 - T_3)} \frac{z}{z - e^{-T/T_1}} + \frac{T_2^2}{(T_2 - T_1)(T_2 - T_3)} \frac{z}{z - e^{-T/T_2}} + \frac{T_3^2}{(T_3 - T_1)(T_3 - T_2)} \frac{z}{z - e^{-T/T_3}}\right]$
12	$\frac{k}{s(T_1s + 1)(T_2s + 1)(T_3s + 1)}$	$k\left[\frac{z}{z-1} - \frac{T_1^2}{(T_1 - T_2)(T_1 - T_3)} \frac{z}{z - e^{-T/T_1}} - \frac{T_2^2}{(T_2 - T_1)(T_2 - T_3)} \frac{z}{z - e^{-T/T_2}} - \frac{T_3^2}{(T_3 - T_1)(T_3 - T_2)} \frac{z}{z - e^{-T/T_3}}\right]$

Algoritmi de acordare a reguletoarelor PID după metoda gradului maximal de stabilitate

Se prezintă funcțiile de transfer al modelelor matematice ale obiectelor de reglare cu diverse proprietăți în formă generalizată. Pentru tipul de model se dau expresiile analitice de calcul al gradului optimal de stabilitate și ale valorilor parametrilor de acord ale algoritmilor de tipul PID. Expresiile de calcul al parametrilor sunt prezentate ca funcții de parametrii modelului obiectului și de gradul de stabilitate al sistemului $k_p = f_p(J)$, $k_i = f_i(J)$, $k_d = f_d(J)$, care se utilizează pentru calculul și construirea acestor curbe în cazul aplicării metodei gradului maximal de stabilitate cu iterații.

1. Modele de obiecte cu inerție

$$1.1. H(s) = \frac{k}{Ts+1} = \frac{k}{a_0s+a_1}, \quad a_0 = T, \quad a_1 = 1.$$

Regulatorul P:

$$k_p = \frac{1}{k}(a_0J - a_1) = f_p(J).$$

Regulatorul PI:

$$k_p = \frac{1}{k}(2a_0J - a_1) = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{1}{k}(-a_0J^2 - a_1J) + k_pJ = \frac{a_0J^2}{k} = f_i(J).$$

Regulatorul PID:

$$k_p = \frac{1}{k}(2a_0J - a_1) + 2k_dJ = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{1}{k}(-2a_0J^2 - a_1) - k_dJ^2 + k_pJ = f_i(J),$$

$$k_d = \frac{a_0}{k} = f_d(J).$$

$$1.2. H(s) = \frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)} = \frac{k}{a_0s^2 + sa_1 + a_2},$$

$$a_0 = T_1T_2, a_1 = T_1 + T_2, a_2 = 1.$$

Regulatorul P:

$$2a_0J - a_1,$$

$$k_p = \frac{1}{k}(-a_0J^2 + a_1J - a_2) = \frac{1}{k}\left(\frac{a_1^2}{4a_0} - a_2\right) = f_p(J).$$

Regulatorul PI:

$$3a_0J - a_1,$$

$$k_p = \frac{1}{k}(-3a_0J^2 + 2a_1J - a_2) = \frac{1}{k}\left(\frac{a_1^2}{3a_0} - a_2\right) = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{1}{k}(a_0J^3 - a_1J^2 + a_2) + k_pJ = \frac{1}{k}\frac{a_1^3}{27a_0^2} = f_i(J).$$

Regulatorul PD:

$$k_d = \frac{1}{k}(2a_0J - a_1) = f_d(J),$$

$$k_p = \frac{1}{k}(-a_0J^2 + a_1J - a_2) + k_dJ = \frac{1}{k}(a_0J^2 - a_2) = f_p(J).$$

Regulatorul PID:

$$k_d = \frac{1}{k}(3a_0J - a_1) = f_d(J),$$

$$k_p = \frac{1}{k}(-3a_0J^2 + 2a_1J - a_2) + 2k_dJ = \frac{1}{k}(3a_0J^2 - a_2) = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{1}{k}(a_0J^3 - a_1J^2 + a_2) - 2k_dJ + k_pJ = \frac{a_0}{k}J^3 = f_i(J).$$

$$1.3. H(s) = \frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)} = \frac{k}{a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3},$$

$$a_0 = T_1T_2T_3, a_1 = T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3, a_2 = T_1 + T_2 + T_3, a_3 = 1.$$

Regulatorul P:

$$3a_0J^2 - 2a_1J^2 + a_2 = 0,$$

$$k_p = \frac{1}{k}(a_0J^3 - a_1J^2 + a_2J - a_3) = f_p(J).$$

Regulatorul PD:

$$3a_0J - a_1 = 0,$$

$$k_d = \frac{1}{k}(-3a_0J^2 + 2a_1J - a_2) = \frac{1}{k}\left(\frac{a_1^2}{3a_0} - a_2\right) = f_d(J),$$

$$k_p = \frac{1}{k}(a_0J^3 - a_1J^2 + a_2J - a_3) + 2k_dJ = \frac{1}{k}\left(\frac{a_1^3}{27a_0^2} - a_3\right) = f_p(J).$$

Regulatorul PI:

$$6a_0J^2 - 3a_1J^2 + a_2 = 0,$$

$$k_p = \frac{1}{k}(4a_0J^3 - 3a_1J^2 + 2a_2J - a_3) = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{1}{k}(3a_0J^4 - 2a_1J^3 + a_2J^2) = f_i(J).$$

Regulatorul PID:

$$4a_0J - a_1 = 0,$$

$$k_d = \frac{1}{k}(-6a_0J^2 + 3a_1J - a_2) = f_d(J),$$

$$\begin{aligned} k_p &= \frac{1}{k}(4a_0J^3 - 3a_1J^2 + 2a_2J - a_3) + 2k_dJ = \\ &= \frac{1}{k}(-8a_0J^3 + 3a_1J^2 - a_3) = f_p(J), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_i &= \frac{1}{k}(-a_0J^4 + a_1J^3 - a_2J^2 + a_3J) - k_dJ^2 + k_pJ = \\ &= \frac{1}{k}(-a_0J^4 + a_1J^3) = f_i(J). \end{aligned}$$

$$1.4. H(s) = \frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)(T_4s+1)} = \frac{k}{a_0s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + a_3s + a_4},$$

$$a_0 = T_1T_2T_3T_4, a_1 = T_1T_2T_3 + T_1T_2T_4 + T_1T_3T_4 + T_2T_3T_4,$$

$$a_2 = T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3 + T_1T_4 + T_2T_4 + T_3T_4,$$

$$a_3 = T_1 + T_2 + T_3 + T_4, a_4 = 1.$$

Regulatorul PI:

$$-10a_0J^3 + 6a_1J^2 - 3a_2J + a_3 = 0,$$

$$k_p = \frac{1}{k}(-5a_0J^4 + 4a_1J^3 - 3a_2J^2 + 2a_3J - a_4) = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{1}{k}(-4a_0J^5 + 3a_1J^4 - 2a_2J^3 + a_3J^2) = f_i(J).$$

Regulatorul PID:

$$10a_0J^2 - 4a_1J + a_2 = 0,$$

$$k_d = \frac{1}{k}(10a_0J^3 - 6a_1J^2 + 3a_2J - a_3) = f_d(J),$$

$$k_p = \frac{1}{k}(-5a_0J^4 + 4a_1J^3 - 3a_2J^2 + 2a_3J - a_4) + 2k_dJ = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{1}{k}(a_0J^5 - a_1J^4 + a_2J^3 - a_3J^2) + a_4J) - k_dJ^2 + k_pJ = f_i(J).$$

$$1.5. H(s) = \frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)^n}.$$

Regulatorul PI:

$$(1 - T_2J)^n(c_0J^2 - c_1J + c_2) = 0,$$

$$c_0 = T_1T_2^2(n(n+3) + 2),$$

$$c_1 = (4T_1T_2 + nT_2^2)(n+1),$$

$$c_2 = 2T_1 + 2T_2n,$$

$$k_p = \frac{1}{k}(1 - T_2J)^{n-1}(-T_1T_2J^2(n+2) +$$

$$+(T_2(n+1) + 2T_1)J - 1) = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{1}{k}(1 - T_2J)^{n-1}(-T_1T_2J^3(n+1) + (T_1 + nT_2)J^2) =$$

$$= \frac{1}{k}J(1 - T_1J)(1 - T_2J)^n + k_pJ = f_i(J).$$

Regulatorul PID:

$$(1 - T_2J)^n(-c_0J^2 + c_1J - c_2) = 0,$$

$$c_0 = T_1T_2^2(n(n+3) + 2),$$

$$c_1 = 6(n+1)T_1T_2 + T_2^2(n^2 - 1),$$

$$c_2 = 6T_1 + T_2(n-1),$$

$$k_d = \frac{1}{2k}(1 - T_2J)^{n-2}[-T_1T_2^2J^2(n(n+3) + 2) + (4T_1T_2 +$$

$$+nT_2^2)(n+1)J-2(T_1+nT_2)] = f_d(J),$$

$$k_p = \frac{1}{k}(1-T_2J)^{n-1}(T_1T_2(n+2)J^2 + \\ + (T_2(n+1) + 2T_1)J - 1] + 2k_dJ = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{1}{k}J(1-T_1J)(1-T_2J)^n - 2k_dJ + k_pJ = f_i(J).$$

$$1.6. H(s) = \frac{k}{(T_2s+1)^n}.$$

Regulatorul PI:

$$(1-T_2J)^n(-T(n+1)J+2) = 0,$$

$$k_p = \frac{1}{k}(1-TJ)^{n-1}(T(n+1)J-1) = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{1}{k}J(1-TJ)^n + k_pJ = f_i(J).$$

Regulatorul PID:

$$(1-T_2J)^n(T(n+1)J-3) = 0,$$

$$k_d = \frac{nT}{2k}(1-TJ)^{n-2}(TJ(n+1)-2) = \frac{nT}{2k}\left(\frac{n-2}{n+1}\right)^{n-2} = f_d(J),$$

$$k_p = \frac{1}{k}[-(1-TJ)^n - nTJ(1-TJ)^{n-1} +$$

$$+n(n-1)T^2J^2(1-TJ)^{n-2}] = \frac{1}{k}\frac{(n-2)^{n-2}}{(n+1)^{n+1}}(5n-4) = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{1}{2k}n(n-1)T^2J^3(1-TJ)^{n-2} = \frac{27n(n-1)}{2kT}\frac{(n-2)^{n-2}}{(n+1)^{n+1}} = f_i(J).$$

2.1. Modele de obiecte cu inerție și timp mort

$$2.1. H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{Ts+1}.$$

Regulatorul PI:

$$\tau^2 TJ^2 - (\tau^2 + 4\tau T)J + 2(\tau + T) = 0,$$

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}}{k} (-\tau J^2 + (\tau + 2T)J - 1) = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{1}{T_i} = \frac{e^{-\tau J}}{k} J^2 (-\tau TJ + \tau + T) = f_i(J).$$

Regulatorul PID:

$$\tau^2 TJ^2 - (\tau^2 + 6\tau T)J + 3(\tau + 2T) = 0,$$

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}}{k} (-\tau^2 TJ^3 + (\tau^2 + 3\tau T)J^2 - \tau J - 1) = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{1}{T_i} = \frac{e^{-\tau J}}{2k} J^3 (-\tau TJ + \tau + 2T) = f_i(J),$$

$$k_d = T_d = \frac{e^{-\tau J}}{2k} (-\tau^2 TJ^2 + (\tau^2 + 4\tau T)J - 2(\tau + T)) = f_d(J).$$

$$2.2. H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)} = \frac{ke^{-\tau s}}{a_0s^2+a_1s+a_2}.$$

Regulatorul P:

$$-c_1J^2 + c_2J - c_3 = 0,$$

$$c_0 = a_0\tau, \quad c_1 = a_0\tau + 2a_0, \quad c_2 = a_2\tau + a_1,$$

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}}{k} (-a_0J^3 + a_1J^2 - a_2J) = f_p(J).$$

Regulatorul PI:

$$-c_0J^3 + c_1J^2 - c_2J + c_3 = 0,$$

$$c_0 = a_0\tau^2, c_1 = a_1\tau^2 + 6a_0\tau, c_2 = a_2\tau^2 + 4a_1\tau + 6a_0,$$

$$c_3 = 2a_2\tau + 2a_1,$$

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}}{k} (a_0\tau J^3 - (a_1\tau + 3a_0)J^2 + (a_2\tau + 2a_1)J - a_2) = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}}{k} (a_0J^3 - a_1J^2 + a_2J) + k_pJ = f_i(J).$$

Regulatorul PID:

$$c_0J^3 - c_1J^2 + c_2J - c_3 = 0,$$

$$c_0 = \tau^3 a_0, c_1 = \tau^3 a_1 + 9\tau^2 a_0, c_2 = \tau^3 a_2 + 6\tau^2 a_1 + 18\tau a_0,$$

$$c_3 = 3\tau^2 a_2 + 6\tau a_1 + 6a_0,$$

$$k_d = \frac{e^{-\tau J}}{2k} (a_0\tau^2 J^3 - (a_1\tau^2 + 6a_0\tau)J^2 +$$

$$+(a_3\tau + 4a_2\tau + 6a_1)J - 2a_3\tau - 2a_2) = f_d(J),$$

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}}{k} (a_0\tau J^3 - (a_1\tau + 3a_0)J^2 + (a_2\tau + 2a_1)J - a_2) +$$

$$+2k_dJ = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}}{k} (a_0J^3 - a_1J^2 + a_2J) - k_dJ^2 + k_pJ = f_i(J).$$

3. Modele de obiecte cu inerție și astatism

$$3.1. H(s) = \frac{1}{Ts}$$

Se aplică numai regulatorul PI:

$$k_p = 2TJ = f_p(J),$$

$$k_i = TJ^2 = f_i(J).$$

$$3.2. H(s) = \frac{k}{s(Ts+1)} = \frac{k}{a_0s^2+a_1s}, a_0 = T, a_1 = 1.$$

Regulatorul P:

$$2a_0J - a_1 = 0,$$

$$k_p = \frac{1}{k}(-a_0J^2 + a_1J) = \frac{a_1^2}{4ka_0} = f_p(J).$$

Regulatorul PI:

$$3a_0J - a_1 = 0,$$

$$k_p = \frac{1}{k}(-3a_0J^2 + 2a_1J) = \frac{a_1^2}{3ka_0} = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{1}{k}(a_0J^3 - a_1J^2) + k_pJ = \frac{a_1^3}{27ka_0^2} = f_i(J).$$

Regulatorul PID:

$$k_d = \frac{1}{2k}(6a_0J - 2a_1) = \frac{1}{k}(3a_0J - a_1) = f_d(J),$$

$$k_p = \frac{1}{k}(-3a_0J^2 + 2a_1J) + 2k_dJ = \frac{1}{k}3a_0J^2 = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{1}{k}(a_0J^3 - a_1J^2) - k_dJ^2 + k_pJ = \frac{1}{k}a_0J^3 = f_i(J).$$

$$3.3. H(s) = \frac{k}{s(T_1s+1)(T_2s+1)} = \frac{k}{a_0s^3+a_1s^2+a_2s},$$

$$a_0 = T_1 T_2, a_1 = T_1 + T_2, a_2 = 1.$$

Regulatorul P:

$$-3a_0 J^2 + 2a_1 J - a_2 = 0,$$

$$k_p = \frac{1}{k} (a_0 J^3 - a_1 J + 1) = f_p(J).$$

Regulatorul PI:

$$6a_0 J^2 - 3a_1 J + a_2 = 0,$$

$$k_p = \frac{1}{k} (4a_0 J^3 - 3a_1 J^2 + 2a_2) = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{1}{k} (-a_0 J^4 + a_1 J^3 - a_2 J^2) + k_p J = f_i(J).$$

Regulatorul PID:

$$4a_0 J - a_1 = 0,$$

$$k_d = \frac{1}{k} (-6a_0 J^2 + 3a_1 J - a_2) = \frac{1}{k} \left(\frac{3a_1^2}{8a_0} - a_2 \right) = f_d(J),$$

$$k_p = \frac{1}{k} (-8a_0 J^3 - 3a_1 J^2) = \frac{1}{k} \frac{a_1^3}{16a_0^2} = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{1}{k} (-3a_0 J^4 + a_1 J^3) = \frac{1}{k} \frac{a_1^4}{256a_0^3} = f_i(J).$$

$$3.4. H(s) = \frac{k}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)} = \frac{k}{a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s},$$

$$a_0 = T_1 T_2 T_3, a_1 = T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3,$$

$$a_2 = T_1 + T_2 + T_3, a_3 = 1.$$

Regulatorul P:

$$4a_0J^3 - 3a_1J^2 + a_2J - a_3 = 0,$$

$$k_p = \frac{1}{k}(-a_0J^4 + a_1J^3 - a_2J^2 + a_3J) = f_p(J).$$

Regulatorul PI:

$$-10a_0J^3 + 6a_1J^2 - 3a_2J + a_3 = 0,$$

$$k_p = \frac{1}{k}(-5a_0J^4 + 4a_1J^3 - 3a_2J^2 + 2a_3J) = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{1}{k}(-4a_0J^5 + 3a_1J^4 - 2a_2J^3 + a_3J^2) = f_i(J).$$

Regulatorul PID:

$$-10a_0J^2 + 4a_1J - a_2 = 0,$$

$$k_p = \frac{1}{k}(15a_0J^4 - 8a_1J^3 + 3a_2J^2) = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{1}{k}(6a_0J^5 - 3a_1J^4 + a_2J^3 + a_3J^2) = f_i(J),$$

$$k_d = \frac{1}{k}(10a_0J^3 - 6a_1J^2 + 3a_2J - a_3) = f_d(J).$$

4. Modele cu inerție, astatism și timp mort

$$4.1. H(s) = \frac{e^{-\tau s}}{Ts}.$$

Regulatorul P:

$$\tau J - 1 = 0,$$

$$k_p = \frac{T}{\tau e}.$$

Regulatorul PI:

$$\tau^2 J^2 - 4\tau J + 2 = 0,$$

$$k_p = e^{-\tau J}(-\tau T J^2 + 2TJ) = f_p(J),$$

$$k_i = e^{-\tau J}(-\tau T J^3 + T J^2) = f_i(J).$$

Regulatorul PID:

$$-\tau^2 J^2 + 6\tau J - 6 = 0, J = \frac{1.268}{\tau},$$

$$k_p = e^{-\tau J}(-\tau^2 T J^3 + 3\tau T J^2) = 0.7836 \frac{T}{\tau} = f_p(J),$$

$$k_i = 0.5e^{-\tau J}(-\tau^2 T J^4 + 2\tau T J^3) = 0.21 \frac{T}{\tau^2} = f_i(J),$$

$$k_d = 0.5e^{-\tau J}(-\tau^2 T J^2 + 4\tau T J - 2T) = 0.206T = f_d(J).$$

$$4.2. H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{s(Ts+1)} = \frac{ke^{-\tau s}}{Ts^2+s}, a_0 = T, a_1 = 1.$$

Regulatorul P:

$$-\tau T J^2 + J(\tau + 2T) - 1 = 0,$$

$$k_p = e^{-\tau J}(-\tau T J^2 + TJ) = f_p(J).$$

Regulatorul PI:

$$-\tau^2 T J^3 + (\tau^2 + 6\tau T)J^2 - (4\tau + 6T)J + 2 = 0,$$

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}}{k}(\tau T J^3 - (\tau + 3T)J^2 + 2J) = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}}{k}(\tau T J^4 - (\tau + 2T)J^3 + J^2) = f_i(J).$$

Regulatorul PID:

$$\tau^3 T J^3 - (\tau^3 + 9\tau^2 T) J^2 + (6\tau^2 + 18\tau T) J - 6(\tau + T) = 0,$$

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}}{k} (\tau^2 T J^4 - (\tau^2 + 5\tau T) J^3 + 3(\tau + T) J^2) = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}}{2k} (\tau^2 T J^5 - (\tau^2 + 4\tau T) J^4 + 2(\tau + T) J^3) = f_i(J),$$

$$k_d = \frac{e^{-\tau J}}{2k} (\tau^2 T J^3 - (\tau^2 + 6\tau T) J^2 + (4\tau + 6T) J - 2) = f_d(J).$$

$$4.3. H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} = \frac{ke^{-\tau s}}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s},$$

$$a_0 = T_1 T_2, a_1 = T_1 + T_2, a_2 = 1.$$

Regulatorul P:

$$\tau a_0 J^3 - (\tau a_1 + 3a_0) J^2 + (\tau a_2 + 2a_1) J - a_2 = 0,$$

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}}{k} (a_0 J^3 - a_1 J^2 + a_2 J) = f_p(J).$$

Regulatorul PI:

$$\tau^2 a_0 J^4 - (\tau^2 a_1 + 8\tau a_0) J^3 + (\tau^2 a_2 + 6\tau a_1 + 12a_0) J^2 - (4\tau a_2 + 6a_1) J + 2a_2 = 0,$$

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}}{k} (-\tau a_0 J^4 + (\tau a_1 + 4a_0) J^3 - (\tau a_2 + 3a_1) J^2 + 2a_2 J) = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}}{k} (-\tau a_0 J^5 + (\tau a_1 + 3a_0) J^4 - (\tau a_2 + 2a_1) J^3 + a_2 J^2) = f_i(J).$$

Regulatorul PID:

$$-\tau^3 a_0 J^4 + (\tau^3 a_1 + 12\tau^2 a_0) J^3 - (\tau^3 a_2 + 9\tau^2 a_1 + 36\tau a_0) J^2 + (6\tau^2 a_2 + 18\tau a_1 + 24a_0) J - 6(\tau a_2 + a_1) = 0,$$

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}}{k} (-\tau^2 a_0 J^5 + (\tau^2 a_1 + 7\tau a_0) J^4 - (\tau^2 a_2 + 5\tau a_1 + 8) J^3 + 3(\tau a_2 + a_1) J^2) = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}}{2k} (-\tau^2 a_0 J^6 + (\tau^2 a_1 + 6\tau a_0) J^5 - (\tau^2 a_2 + 4\tau a_1 + 6a_0) J^4 + 2(\tau a_2 + a_1) J^3) = f_i(J),$$

$$k_d = \frac{e^{-\tau J}}{2k} (-\tau^2 a_0 J^4 + (\tau^2 a_1 + 8\tau a_0) J^3 - (\tau^2 a_2 + 6\tau a_1 + 12a_0) J^2 + (4\tau a_2 + 6a_1) J - 2a_2) = f_d(J).$$

5. Modele cu dublu astatism, inerție și timp mort

5.1. $H(s) = \frac{1}{Ts^2} = \frac{k}{s^2}.$

Regulatorul PID:

$$k_d = 3TJ = \frac{3J}{k} = f_d(J, T) = f_d(J),$$

$$k_p = 3TJ^2 = \frac{3J^2}{k} = f_p(J, T) = f_p(J),$$

$$k_i = TJ^3 = f_i(J, T) = f_i(J).$$

5.2. $H(s) = \frac{k}{s^2(Ts+1)} = \frac{k}{Ts^3+s^2} = \frac{k}{a_0s^3+a_1s^2}.$

Regulatorul PID:

$$4a_0J - a_1 = 0,$$

$$k_d = \frac{1}{2k}(-12a_0J^2 + 6a_1J) = \frac{3a_1^2}{8ka_0} = f_d(J),$$

$$k_p = \frac{1}{k}(4a_0J^3 - 3a_1J^2) + 2k_dJ = \frac{a_1^3}{16ka_0^2} = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{1}{k}(-a_0J^4 + a_1J^3) - k_dJ^2 + k_pJ = \frac{a_1^4}{256ka_0^3} = f_i(J).$$

$$5.3. H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{s^2(Ts+1)} = \frac{ke^{-\tau s}}{Ts^3+s^2} = \frac{ke^{-\tau s}}{a_0s^3+a_1s^2},$$

$$a_0 = T, a_1 = 1.$$

Regulatorul PID:

$$-\tau^3 a_0 J^4 + J^3(12\tau^2 a_0 + \tau^3 a_1) - J^2(36\tau a_0 + 9\tau^2 a_1) + \\ + J(24a_0 + 18\tau a_1) - 6a_1,$$

$$k_d = \frac{e^{-\tau s}}{2k}(-\tau^2 a_0 J^4 + J^3(8\tau a_0 + \tau^2 a_1) - J^2(12a_0 + 6\tau a_1) + \\ + 6a_1 J) = f_d(J),$$

$$k_p = \frac{e^{-\tau s}}{k}(-\tau a_0 J^4 + J^3(4a_0 + \tau a_1) - 3a_1 J^2) + 2k_d J = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau s}}{k}(-a_0 J^4 + a_1 J^3) - k_d J^2 + k_p J = f_i(J).$$

Elemente de execuție

A6.1. Componenta și modul de funcționare

În structura sistemului de reglare automată există elementul de execuție prin intermediul căruia se controlează fluxul de energie spre sau dinspre instalația tehnologică unde evoluează procesul (obiectul de reglare) [1, 4, 6, 7]. Elementul de execuție primește la intrare semnale sub formă de comenzi de la amplificator (regulator) și furnizează instalației tehnologice energie sub diferite forme prin intermediul organului (elementului) de reglare, care se deschide/închide și, astfel, reglând fluxul necesar de materie (substanță) în procesul tehnologic (industrial).

Elementul de execuție (EE) este constituit din două elemente conectate în serie (fig. A6.1): elementul de acționare (EA) și elementul (organul) de reglare (ER), în care mărimea de intrare în elementul de acționare este comanda $u(t)$ de la regulator, care se transformă la ieșirea lui în poziția arborelui $h(t)$, iar această mărime $h(t)$ în elementul de reglare se transformă în deplasarea organului de reglare prin care curge fluxul $q(t)$ în obiectul de reglare (OR).

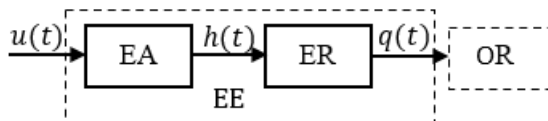


Fig. A6.1. Structura elementului de execuție

Organele de reglare au anumite caracteristici specifice în funcție de natura instalației tehnologice și modul ei de funcționare. Elementele de reglare ca elemente funcționale ale sistemului prin caracteristicile statice și dinamice contribuie la asigurarea performanțelor impuse instalației tehnologice și evoluției procesului realizat.

După caracteristicile statice de funcționare organele de reglare se divizează în două clase:

- 1) proporționale,

2) poziționale.

Organele de reglare proporționale pot fi deschise/închise la orice valoare între 0-100%, iar cele poziționale pot fi total deschise/închise sau deschise/închise prin câteva poziționări fixe. Organele de reglare după construcție și modul lor de funcționare se clasifică în două tipuri: mecanice și electrice. Organele de reglare mecanice la rândul lor se clasifică astfel: ventile mecanice (normale, cu două căi, cu trei căi), clapete de reglare, benzi transportatoare, alimentatoare cu șurub. Organele de reglare electrice se clasifică: reostate de comandă, amplificatoare magnetice, întreruptoare [1].

Principiul de funcționare al organelor de reglare de tip ventil se bazează pe modificarea secțiunii transversale de curgere a fluidelor prin anumite rezistențe hidraulice locale care se formează între un element fix numit *scaun* și altul mobil numit *obturator*. Debitul de fluid care curge prin ventilul deschis se determină prin relația [1]:

$$Q = K \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}, \quad (\text{A6.1})$$

unde Q este debitul prin ventil, S – aria secțiunii transversale de curgere, K – coeficientul specific de debit, ΔP – căderea de presiune pe ventil, ρ – densitatea fluidului. Aceste mărimi depind de construcția ventilului și de deplasarea h a obturatorului, care modifică secțiunea transversală S și, astfel, se modifică și debitul fluxului și atunci modul de funcționare se determină de o funcție a ventilului de forma:

$$K = S \sqrt{\frac{2}{\xi}}, \quad (\text{A6.2})$$

unde ξ prezintă coeficientul de pierderi hidraulice locale.

Caracteristica care descrie funcționarea ventilului este numită caracteristică intrinsecă, care reprezintă funcția coeficientului K specific de debit și deschiderea organului de reglare h dată de relația:

$$K = f(h), \quad (\text{A6.3})$$

unde K se determină experimental.

Caracteristicile statice (fig. A6.2, *a*) intrinseci ale ventilelor utilizate în practică sunt liniare 1 și logaritmice 2.

Pentru alegerea și exploatarea organelor de reglare se utilizează caracteristica statică ce caracterizează debitul Q ca funcție de deplasarea obturatorului h dată de relația:

$$Q = f(h). \quad (\text{A6.4})$$

În figura A6.2 sunt reprezentate caracteristicile statice liniare și neliniare ale organului de reglare (în figura A6.2, *a* este dată caracteristica proporțională liniară și logaritmică, iar în figura A6.2, *b* – caracteristica pozițională).

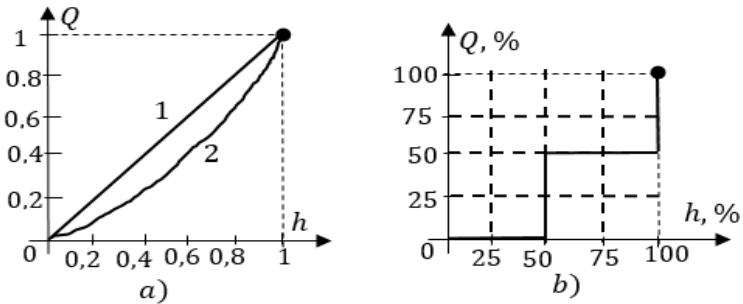


Fig. A6.2. Caracteristici statice ale organului de reglare

Pentru organele de reglare cu caracteristica pozițională (fig. A5.2, *b*) deschiderea/închiderea se efectuează în câteva poziționări (de exemplu închis/deschis, deschidere 1/4, 2/4, 3/4, 4/4).

Elementele de reglare poziționale constructiv sunt alcătuite dintr-o armatură feromagnetică mobilă, care în poziția inițială este fixată de un resort și conjugată mecanic cu organul de reglare și o armatură fixă care conține bobina de excitație a electromagnetului, alimentată în curent continuu sau alternativ. La aplicarea tensiunii la bobină, curentul formează fluxul magnetic și armatura feromagnetică mobilă este atrasă în interiorul bobinei până la o poziție determinată de echilibrul dintre forța de atracție proporțională cu pătratul curentului bobinei și forța de sens opus dezvoltată de resort. În poziția de repaus, când curentul în

bobină este egal cu zero, armatura feromagnetică datorită greutateii proprii și acțiunii presiunii exercitate de fluid, apasă obturatorul pe scaunul ventilului.

Elementele de reglare proporționale sunt acționate de elementul de acționare de tip motor (electrice, hidraulice, pneumatice), iar elementele de reglare poziționale sunt acționate de electromagneți.

Elementele de acționare electrice sunt de curent continuu și de curent alternativ. Cele de curent continuu se clasifică cu mișcare de translație (electromagneți, servomotoare cu poziționar) și cu mișcare de rotație (servomotoare: cu rotor disc, cu rotor pahar, cu rotor lung, cu comutație electronică), iar cele de curent alternativ se clasifică cu mișcare de translație (electromagneți, servomotoare cu poziționar) și cu mișcare de rotație (servomotoare bifazate și trifazate).

Organele de reglare au caracteristică neliniară și pentru a adapta cursa elementului de acționare la cursa organului de reglare se utilizează un dispozitiv special numit poziționar, care realizează o funcție programată între semnalul de comandă de la regulator și deschiderea organului de reglare (fig. A6.3). În figura A6.3 este reprezentată schema funcțională a elementului de execuție cu poziționar, în care sunt utilizate notațiile pentru blocurile funcționale și variabilele structurii: EAd este elementul de adaptare, EAm – elementul de amplificare, EA – elementul de acționare, OR – organul de reglare, Tr – traductorul de poziție a arborelui elementului de acționare, u este mărimea de comandă de la regulator, u_r – mărimea de referință adaptată la poziția organului de reglare, $\varepsilon_1 = u_r - u_h$ eroarea, u_r - mărimea de ieșire a amplificatorului, u_h – mărimea de ieșire a traductorului de poziție, u_r – poziția arborelui elementului de acționare, h – poziția organului de reglare.

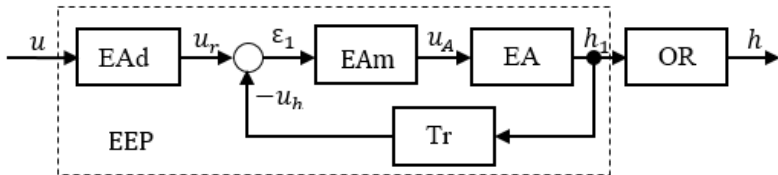


Fig. A6.3. Schema funcțională a elementului de execuție cu poziționar

Necesitatea obținerii unor performanțe mai ridicate în funcționarea instalațiilor tehnologice automatizate, în care evoluează procesele complexe cu parametri variabili în timp, au impus necesitatea construirii elementelor de execuție inteligente, care adaptează automat caracteristicile funcționale la modificările produse. Funcționarea inteligentă a elementelor de execuție este asigurată prin utilizarea poziționerelor realizate cu echipamente de calcul numeric și cu aplicarea algoritmilor de conducere implementați prin tehnici de inteligență artificială realizate cu rețele neuronale și logica fuzzy [1].

A6.2. Criterii pentru alegerea, dimensionarea și poziționarea elementelor de execuție

În practica automatizărilor diverselor procese, în calitate de elemente de execuție se utilizează electromecanice, pneumomecanice și hidromecanice. În baza caracteristicilor constructive și funcționale ale proceselor conduse, elementele de execuție se aleg și se dimensionează în funcție de particularitățile surselor de energie asociate proceselor și în funcție de obiectivele și cerințele de performanță impuse sistemelor de conducere automată.

Elementele de execuție se aleg și se dimensionează în baza următoarelor criterii [1]:

1. Capacitatea de a dezvolta forțe și cupluri suficient de mari pentru acționarea organelor de reglare în raport cu nivelul fluxurilor de energie vehiculată.

2. Domeniul de liniaritate al caracteristicilor statice cât mai mare în corelație cu domeniul de lucru selectat.

3. Asigurarea unor constante de timp cât mai mici și o dinamică în concordanță cu dinamica instalației tehnologice.

4. Compatibilitatea cu mediul în care evoluează procesul tehnologic.

5. Volume cât mai reduse și flexibilitate tehnologică în poziționarea cât mai eficientă în instalația tehnologică.

6. Prețul de cost corelat cu performanța, siguranța în funcționare și mentenanța.

Criteriile care stau la baza alegerii elementelor de execuție după

tipul de energie:

1. Elementele de acționare electrice să fie simplu cuplate la calculator, ele asigură performanțe ridicate și o gamă largă de puteri și aplicații unde semnalul de comandă trebuie transmis la distanțe mari. Nu se recomandă în sistemele automate care funcționează în condiții cu pericol de explozii.

2. Elementele de acționare pneumatice sunt recomandate pentru acționări cu viteze mici ale organelor de reglare de tip ventil și pe distanțe mici de poziționare cu un nivel redus de energie. Sunt utilizate în mediile cu pericol de explozii. Din cauza căderilor de presiune pe conductele de alimentare, aceste echipamente nu pot fi utilizate pe distanțe mai mari de 300 m.

3. Elementele de acționare hidraulice sunt recomandate în aplicațiile unde este necesar a dezvolta forțe și accelerații mari pentru acționarea organelor de reglare.

A6.3. Alegerea și calculul elementului de acționare

Alegerea și dimensionarea elementului de acționare electric se face în funcție de momentul de sarcină M_s necesar pentru deplasarea (deschidere/închidere) organului de reglare, care se determină prin relația [13]:

$$M_s = \frac{k}{M_r + M_f}, \quad (\text{A6.5})$$

unde k este coeficient constant care depinde de frecarea axului organului de reglare cu armatura și de depunerea sedimentului pe el și se recomandă de ales valoarea $k = 2 \dots 3$, M_r – momentul de reacție, care apare datorită fluxului de lichid și are tendința de închidere a organului de reglare, M_f - momentul de frecare în bușă.

Momentul de reacție M_r se determină prin relația:

$$M_r = 0,07 \Delta P_{or} D_{or}^3, \quad (\text{A6.6})$$

unde ΔP_{or} este căderea de presiune pe organul de reglare și se recomandă să fie egală cu valoarea suprapresiunii pe organul de reglare, D_{or} – diametrul organului de reglare.

Momentul de frecare M_f se determină prin relația:

$$M_f = 0,785 D_{or}^2 P_s r_{ad} \lambda, \quad (\text{A6.7})$$

unde P_s este suprapresiunea pe organul de reglare, r_{ad} - raza adâncimii pe axul organului de reglare, λ - coeficientul constant de frecare în bușă și are valoarea $\lambda = 0,15$.

Calculul energetic al elementului de acționare se efectuează în două etape [13, 15-18].

1. Pornind de la condițiile în care va funcționa elementul de acționare (acelerații, temperatura mediului, masă, dimensiuni, fiabilitate, cost etc.), se alege tipul de energie (electrică, pneumatică, hidraulică).

2. În baza datelor sarcinii (organul de reglare) se calculează caracteristicile elementului de acționare:

- momentul dinamic dezvoltat,
- viteza unghiulară (liniară) și accelerația,
- puterea necesară,
- coeficientul optimal de reducere între arborele motorului și organul de reglare.

Momentul dinamic M_m dezvoltat de motor trebuie să fie raportat la momentul sarcinii cu satisfacerea condiției:

$$M_m \geq M_s. \quad (\text{A6.8})$$

Pentru determinarea puterii elementului de acționare este necesar a cunoaște datele sarcinii pentru organul de reglare de tip ventil:

- momentul static al sarcinii M_s ,
- viteza unghiulară maximă a sarcinii ω_s ,
- accelerația unghiulară maximă a sarcinii $\dot{\omega}_s$,
- momentul de inerție al sarcinii I_s ,
- randamentul reductorului η .

Puterea necesară dezvoltată de elementul de acționare P_m se calculează, utilizând datele sarcinii după relația [13, 15-18]:

$$P_m \geq \left(\frac{\sigma J_m + i^2 J_s}{i^2}\right) \omega_s \dot{\omega}_s + \frac{M_s}{i} \omega_s, \quad (\text{A6.9})$$

unde J_m este momentul de inerție al motorului, σ – coeficientul care determină inerția reductorului, J_s – momentul de inerție al sarcinii raportat la arborele motorului, i – coeficientul de reducere al reductorului, $M_s = M_{sm} + iM_{ss}/\eta$ – momentul static sumar de rezistență raportat la arborele motorului (M_{sm} – momentul static al motorului, care se utilizează pentru motoare de curent continuu de putere mică la care sunt relativ mari pierderile la frecare dintre perii și colector, M_{ss} – momentul static al sarcinii raportat la arborele motorului, η – randamentul reductorului), $\omega_s, \dot{\omega}_s$ – viteza unghiulară și accelerația sarcinii.

Se consideră că în relația (A6.9), viteza unghiulară și accelerația sarcinii vor avea valorile maxime în același timp $\omega_s, \dot{\omega}_s$ și puterea instantanee va avea valoarea maximă:

$$P_{m\max} \geq \left(\frac{\sigma J_m + i^2 J_s}{i^2}\right) \omega_s \dot{\omega}_s + \frac{M_s}{\eta} \omega_s. \quad (\text{A6.10})$$

Deoarece puterea maximă a motorului se obține în condiția când viteza motorului are valoarea $\omega_m = 0.5\omega_{m0}$ din viteza funcționării fără sarcină, atunci coeficientul dorit de reducere al reductorului se determină din expresia:

$$i = \frac{2\omega_s}{\omega_{m0}}, \quad (\text{A6.11})$$

unde ω_s este viteza maximă a sarcinii, ω_{m0} – viteza motorului fără sarcină.

Se determină coeficientul optimal de reducere al reductorului, pentru care momentul M_m și puterea P_m motorului sunt necesare să asigure valorile maxime ale vitezei și accelerației sarcinii $\omega_s, \dot{\omega}_s$ vor fi minime.

Din (A6.10) când $M_{sm} = 0$ se obține:

$$M_m = i \frac{P_m}{\omega_s} = (\sigma J_m + i^2 J_s) \frac{\dot{\omega}_s}{i} + \frac{1}{\eta} i M_{SS}, \quad (\text{A6.12})$$

care se minimizează în raport cu coeficientul i de reducere și se obține expresia de calcul al valorii optime a coeficientului de reducere al reductorului:

$$i_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{\sigma J_m \dot{\omega}_s}{J_s \dot{\omega}_s + M_{SS}/\eta}}. \quad (\text{A6.13})$$

Din egalarea expresiilor (A6.11) cu (A6.13) se obține relația:

$$J_m \omega_{m0}^2 = \frac{4\omega_s^2}{\sigma \dot{\omega}_s} (J_s \dot{\omega}_s + \frac{M_{SS}}{\eta}). \quad (\text{A6.14})$$

În expresia (A6.12) se substituie momentul motorului J_m din (A6.14) și coeficientul de reducere $i = i_{\text{opt}}$ din (A6.13) și se determină valoarea minimă necesară a momentului motorului prin relația:

$$M_{\min} = \frac{4\omega_s}{\omega_{m0}} (J_s \dot{\omega}_s + \frac{M_{SS}}{\eta}). \quad (\text{A6.15})$$

Din valorile admise ale raportului momentului de pornire la momentul nominal al motorului $\lambda = \frac{M_{pr}}{M_m} = 2 \div 2.5$ se aleg valorile momentului nominal al motorului $M_m \approx 0.5 M_{pr}$ și puterea motorului maximă $P_{m\max} = M_m \omega_{m0}/2$.

Puterea nominală a motorului se determină după relația:

$$P_m \approx \beta \omega_s (J_s \dot{\omega}_s + M_{SS}), \quad (\text{A6.16})$$

unde coeficientul $\beta = 2$ dacă $M_{SS} < J_s \dot{\omega}_s$ sau $\beta = 2 \div 3.5$ dacă $M_{SS} \geq J_s \dot{\omega}_s$. Valorile mai mari se admit pentru motoare de curent continuu.

Coeficientul $\sigma = 1.1 \div 1.5$ și valoarea mai mare se alege pentru motoarele asincrone cu rotor disc de putere mică. Randamentul reductorului se alege $\eta = 0.7 \div 0.9$.

Calculul motorului parcurge următoarele etape:

1. Se verifică relația pentru datele sarcinii:

$$M_{SS} < J_S \dot{\omega}_S (\beta = 2) \text{ sau } M_{SS} \geq J_S \dot{\omega}_S (\beta = 2 \div 3.5)$$

și se alege coeficientul β .

2. Se calculează puterea nominală a motorului pentru coeficientul ales β după relația:

$$P_m \approx \beta \omega_S (J_S \dot{\omega}_S + M_{SS}).$$

3. După puterea nominală P_m calculată a motorului din catalog se alege motorul cu datele tehnice.

4. Se determină coeficientul de reducere al reductorului după relația:

$$i_{opt} = \sqrt{\frac{\sigma J_m \dot{\omega}_S}{J_S \dot{\omega}_S + M_{SS}/\eta}}.$$

5. Se calculează momentul static sumat la arborele motorului după relația:

$$M_S = M_{sm} + i_{opt} M_{SS}/\eta,$$

unde M_{sm} se utilizează pentru motoare de curent continuu.

6. Se determină raportul dintre momentul static la arborele motorului și momentul de pornire al motorului:

$$\gamma = \frac{M_S}{M_{pr}}$$

și dacă $\gamma \leq 0.1$, atunci se alege coeficientul optimal i_{opt} de reducere, care ar trebui să ia valori apropiate de valorile calculate prin relația (A6.11):

$$i = \frac{2\omega_s}{\omega_{m0}}$$

Dacă $\gamma > 0.1$, atunci tot se alege coeficientul optimal i_{opt} de reducere.

În cazurile când este necesar de redus valoarea coeficientului γ , se alege alt motor cu putere mai mare cu calculul coeficientului de reducere prin relația (A6.11).

7. Se calculează constanta de timp electromecanică a motorului după relația:

$$T_m = \frac{(\sigma J_m + i^2 J_s) \omega_{m0}}{M_{pr}}$$

8. Se verifică relația (A6.9) cu valorile vitezei și accelerației sarcinii ω_{smax} , $\dot{\omega}_{smax}$ cu puterea motorului P_m la viteza motorului $\omega_m = \omega_s/i$:

$$P_m \geq \left(\frac{\sigma J_m + i^2 J_s}{i^2} \right) \omega_s \dot{\omega}_s + \frac{M_s}{i} \omega_s.$$

În cazurile când $J_s \dot{\omega}_s \gg M_{ss}$ se obțin valori reduse pentru γ și atunci se calculează coeficientul de reducere după relația:

$$i_{opt} = \sqrt{\frac{\sigma J_m}{J_s}}$$

și motorul se alege după relația:

$$P_{mmax} \geq \left(\frac{\sigma J_m + i^2 J_s}{i^2} \right) \omega_s \dot{\omega}_s + \frac{M_{sm}}{i} \omega_s.$$

Dacă $J_s \dot{\omega}_s \ll M_{ss}$, atunci coeficientul γ impune condiția de alegere a motorului de o putere mai mare, care va avea și o inerție mai mare, dar va dezvolta o accelerație mai mare în comparație cu accelerația necesară.

Exemplul A6.1. Se consideră datele inițiale pentru organul de reglare de tip ventil [13, 16, 17]:

momentul static al sarcinii $M_{ss} = 0.04257 \text{ Nm}$,
viteza maximă a obiectului de conducere $\omega_s = 3 \text{ s}^{-1}$,
acelerația maximală a obiectului de reglare $\dot{\omega}_s = 7 \text{ s}^{-2}$,
momentul de inerție al sarcinii $J_s = 0.03783 \text{ Nm}^2$,
coeficientul randamentului reductorului $\eta = 0.7$.

Se cere: să se aleagă elementul de acționare pentru un sistem de poziționare automată pentru organul de reglare de tip ventil cu datele inițiale ale sarcinii.

Soluționare:

Calculul motorului parcurge următoarele etape.

1. Se verifică relația pentru datele sarcinii:

$$M_{ss} < J_s \dot{\omega}_s \quad (\beta = 2) \text{ sau } M_{ss} \geq J_s \dot{\omega}_s \quad (\beta = 2 \div 3.5)$$

$$0.04257 < 0.03783 \cdot 7 = 0.2648.$$

Această relație este $0.04257 < 0.2648$ și se alege coeficientul $\beta = 2$.

2. Se calculează puterea nominală P_m a motorului pentru coeficientul ales $\beta = 2$ după relația:

$$P_m \approx \beta \omega_s (J_s \dot{\omega}_s + M_{ss}) = 2 \cdot 3 (0.03783 \cdot 7 + 0.04257) = 1.8442 \approx 1.85 \text{ W}.$$

3. După puterea nominală $P_n = 1.85 \text{ W}$ calculată a motorului din catalog se alege motorul asincron bifazic de tipul DID-2TV cu datele tehnice [13, 16, 17]:

puterea nominală $P = 2 \text{ W}$,
tensiunea bobinei de excitație $U_e = 36 \text{ V}$,
tensiunea bobinei de comandă $U_c = 30 \text{ V}$,
frecvența rețelei $f = 400 \text{ Hz}$,
rotații nominale $n_n = 10800 \text{ min}^{-1}$,
rotații fără sarcină $n_0 = 18000 \text{ min}^{-1}$,
momentul de pornire $M_{pr} = 0.33 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}$,
momentul nominal $M_n = 0.176 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}$,
momentul de inerție $J_m = 0.009 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m}^2$,
randamentul $\eta = 20 \%$,
constanta electromecanică $T_m = 0.055 \text{ s}$,
tensiunea de pornire $u_p = 1 \text{ V}$,
curentul nominal al bobinei de comandă $I_c = 0.23 \text{ A}$,
curentul nominal al bobinei de excitație $I_e = 0.40 \text{ A}$,
rezistența bobinei de comandă $Z_c = 130 \Omega$,
rezistența bobinei de excitație $Z_e = 80 \Omega$,
masa $m = 160 \text{ g}$.

4. Se determină coeficientul optimal de reducere al reductorului pentru coeficientul $\sigma = 1.5$ după relația:

$$i_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{\sigma J_m \dot{\omega}_s}{J_s \dot{\omega}_{sx}}} = \sqrt{\frac{\sigma J_m}{J_s}} = \sqrt{\frac{1.5 \cdot 0.009 \cdot 10^{-5}}{0.03783}} = 0.001889.$$

5. Se calculează momentul static sumar la arborele motorului după relația:

$$M_s = M_{sm} + \frac{i_{\text{opt}} M_{ss}}{\eta} = \frac{i_{\text{opt}} M_{ss}}{\eta} = \frac{0.001889 \cdot 0.04257}{0.7} = 0.115 \cdot 10^{-3},$$

unde $M_{sm} = 0$ pentru motorul asincron ($M_{sm} \neq 0$ pentru motoare de curent continuu).

5. Se determină raportul dintre momentul static la arborele motorului și momentul de pornire al motorului:

$$\gamma = \frac{M_s}{M_{pr}} = \frac{0.115 \cdot 10^{-3}}{0.176 \cdot 10^{-2}} = 0.065$$

și dacă $\gamma \leq 0.1$, atunci se alege coeficientul optimal i_{opt} de reducere, care ar trebui să ia valori apropiate de valorile calculate prin relația (A6.11):

$$i = \frac{2\omega_s}{\omega_{m0}} = \frac{2 \cdot 3}{18000} = 0.00318.$$

6. Se calculează constanta de timp electromecanică a motorului cu sarcină după relația:

$$T_m = \frac{(\sigma J_m + i^2 J_s) \omega_{m0}}{M_{pr}} = \frac{(1.5 \cdot 0.009 \cdot 10^{-5} + 0.001889^2 \cdot 0.03783) 18000}{0.33 \cdot 10^{-2}} = 1.47 \text{ s.}$$

7. Se verifică relația (A6.9) cu valorile vitezei și accelerației sarcinii $\omega_s, \dot{\omega}_s$ cu puterea motorului P_m la viteza motorului $\omega_m = \omega_s/i$:

$$P_m \geq \left(\frac{\sigma J_m + i^2 J_s}{i^2} \right) \omega_s \dot{\omega}_s + \frac{M_s}{i} \omega_s = \left(\frac{1.5 \cdot 0.009 \cdot 10^{-5} + 0.001889^2 \cdot 0.03783}{0.001889^2} \right) 3 \cdot 7 + \frac{0.115 \cdot 10^{-3}}{0.001825} \cdot 3 = 1.77 \text{ W.}$$

Rezultă puterea motorului $P_m = 1.85 \text{ W}$ este mai mare ca cea calculată. ■

A.6.4. Determinarea funcției de transfer a motorului asincron bifazic

Motoarele asincrone bifazice au o largă utilizare ca element de acționare în elementele de execuție la automatizarea diverselor procese. Avantajul practic al acestor tipuri de motoare este fiabilitatea ridicată, fiindcă nu au colector.

Schema de principiu electrică a motorului bifazic se dă în figura A6.5 cu notațiile: U_c este tensiunea de comandă, U_e – tensiunea de excitație, α – unghiul de rotație, M_s – cuplul de sarcină, C – condensatorul de defazaj.

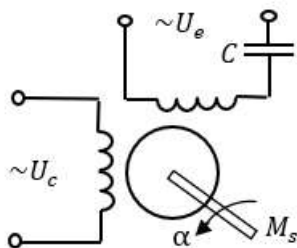


Fig. A6.5. Schema de principiu a motorului asincron bifazic

Pentru motorul asincron bifazic inerția în bobina de conducere este mică și este egală cu zero. Pentru motorul asincron cu amplitudine constantă a tensiunii de excitație și pentru mici variații ale variabilelor mărimea de ieșire în unghi α de rotație se dă de relația [15-18]:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{1}{k_e} U_c - \frac{1}{k_e k_m} M_m, \quad (\text{A6.17})$$

unde $\frac{d\alpha}{dt} = \omega$ este viteza unghiulară a motorului, dimensiunea rad/s; α – unghiul de rotație al arborelui motorului, dimensiunea rad; U_c – tensiunea la comandă a motorului, V; M_m – momentul dinamic al motorului, Nm; k_e, k_m – constante ale motorului determinate în regim de funcționare al motorului, V·s/rad, Nm/V.

Regimul de echilibru al momentelor motorului M_m și sarcinii M_s se descrie de relația:

$$M_m = J \frac{d^2\alpha}{dt^2} + M_s, \quad (\text{A6.18})$$

unde $J = J_m + J_s$ este momentul sumar de inerție al arborelui motorului J_m cu sarcină J_s , Nm^2 , $\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt}$ – accelerația, m/s^2 .

Soluționând ecuațiile (A6.17) și (A6.18) și transformând variabilele după Laplace, se obține ecuația operațională a motorului asincron bifazic:

$$(T_m s + 1)s\alpha(s) = kU_c(s) - k_p M_s(s), \quad (\text{A6.19})$$

unde $T_m = J/(k_e k_m)$ este constanta de timp electromecanică, s ; $k = 1/k_e$ – coeficientul de transfer al motorului pe transferul tensiunea de comandă-unghiul, $(\text{rad/s})/\text{V}$; k_p – coeficientul de transfer al motorului pe transferul cuplul de sarcină-unghiul, $(\text{rad/s})/\text{Nm}$.

Constantele k_e, k_m motorului se calculează aproximativ după datele tehnice ale motorului prin relațiile:

$$k_e = \frac{\Delta U_c}{\Delta \omega_m} = \frac{M_{pr} - M_m}{M_{pr}} \frac{U_c}{\omega_m}, \quad (\text{A6.20})$$

$$k_m = \frac{\Delta M_m}{\Delta U_c} = \frac{M_{pr}}{U_c}, \quad (\text{A6.21})$$

unde $\Delta U_c = U_c - U_{pr}$ ($U_{pr} = U_c M_m / M_{pr}$ este tensiunea de pornire a motorului), M_{pr} – momentul de pornire a motorului.

Coeficienții din ecuația (A6.19) se determină aproximativ după relațiile:

$$k = \frac{M_{pr}}{M_{pr} - M_m} \frac{\omega}{U_c},$$

$$k_p = \frac{\omega}{M_{pr} - M_m}, \quad (\text{A6.22})$$

$$T_m = J \frac{\omega}{M_{pr} - M_m}.$$

Funcția de transfer tensiunea de conducere-unghi a motorului este:

$$H_{u\alpha}(s) = \frac{\alpha(s)}{U_c(s)} = \frac{k}{s(T_e s + 1)}, \quad (\text{A6.23})$$

iar a transferului momentul de sarcină-unghi a motorului este:

$$H_{p\alpha}(s) = \frac{\alpha(s)}{M_s(s)} = \frac{-k_p}{s(T_e s + 1)}. \quad (\text{A6.24})$$

Exemplul A6.2. Să se calculeze parametrii k , k_p și T_e funcțiilor de transfer (A6.23) și (A6.24) după datele tehnice ale motorului asincron de tipul DID-2TV [12, 13]:

$$k = \frac{M_{pr}}{M_{pr} - M_m} \frac{\omega}{U_c} = \frac{M_{pr}}{M_{pr} - M_m} \frac{\pi \cdot n}{30 \cdot U_c} = \frac{0.33 \cdot 10^{-2}}{0.33 \cdot 10^{-2} - 0.176 \cdot 10^{-2}} \frac{3.14 \cdot 10800}{30 \cdot 30} = 80.74,$$

$$k_p = \frac{\omega}{M_{pr} - M_m} = \frac{\pi \cdot n}{30(M_{pr} - M_m)} = \frac{3.14 \cdot 10800}{30(0.33 \cdot 10^{-2} - 0.176 \cdot 10^{-2})} = 734 \cdot 10^3,$$

$$T_m = J \frac{\omega}{M_{pr} - M_m} = J \frac{\pi \cdot n}{30(M_{pr} - M_m)} = 0.9 \cdot 10^{-7} \frac{3.14 \cdot 10800}{30(0.33 \cdot 10^{-2} - 0.176 \cdot 10^{-2})} = 0.066 \text{ s}.$$

Constanta de timp a motorului după datele tehnice este $T_m = 0.055 \text{ s}$.

Funcția de transfer a tensiunii de comandă-unghi a motorului este:

$$H_{u\alpha}(s) = \frac{\alpha(s)}{U_c(s)} = \frac{k}{s(T_e s + 1)} = \frac{80.74}{s(0.055s + 1)}. \blacksquare$$

A6.5. Determinarea funcției de transfer a motorului de curent continuu

Vom expune procedura de determinare a funcției de transfer a motorului de curent continuu (MCC) cu excitație separată, schema de

principiu a căruia se dă în figura A6.6 [15-18].

Motorul este alimentat cu tensiunile rotorică U_r și de excitație U_e , cuplul de sarcină M_s este perturbația și mărimea de ieșire viteza unghiulară ω sau turațiile n , care sunt exprimate ca relație:

$$\omega = \frac{\pi}{30} n \approx 0.105n.$$

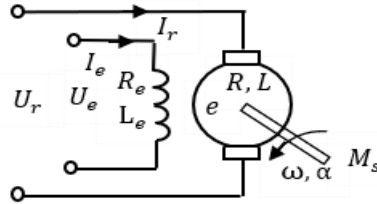


Fig. A6.6. Schema de principiu electrică a MCC

Se formulează problema de determinare a ecuației diferențiale și a funcției de transfer a motorului de curent continuu a transferului tensiune rotorică-viteză unghiulară.

Viteza ω a motorului este în funcție de trei variabile: tensiunea rotorică U_r , tensiunea de excitație U_e și de perturbație – momentul de sarcină M_s în forma:

$$\omega(t) = f(U_e(t), U_r(t), M_s(t)). \quad (A6.25)$$

Această relație se simplifică dacă se au în vedere următoarele condiții. Tensiunea de excitație U_e este o mărime constantă care produce fluxul magnetic în interiorul statorului și se exclude din relație, se analizează regimul de funcționare al motorului fără sarcină $M_s = 0$ și se exclude din relație.

Astfel, relația (A6.25) după simplificare reprezintă viteza unghiulară $\omega(t)$ a motorului în funcție numai de tensiunea rotorică de reglare U_r [12-14, 16]:

$$\omega(t) = f(U_r(t)). \quad (A6.26)$$

Circuitul electric rotoric se descrie conform legii a 2-a Kirchhoff:

$$U_r(t) = RI_r(t) + L \frac{dI_r(t)}{dt} + e(t), \quad (\text{A6.27})$$

unde $U_r(t)$ este tensiunea aplicată la bornele circuitului rotoric, R , L – rezistența și inductanța rotorului, $I_r(t)$ – curentul rotoric, $e(t)$ – tensiunea contraelectromotoare.

Circuitul electric rotoric unde se formează tensiunea contraelectromotoare se descrie de relația:

$$e(t) = k_e \omega(t), \quad (\text{A6.28})$$

unde k_e este coeficientul de proporționalitate constant al motorului, care se determină din datele tehnice.

Ecuția arborelui motorului care reprezintă echilibrul momentelor motorului și al sarcinii în regim de funcționare se descrie de relația:

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = M_m(t) - M_s(t), \quad (\text{A6.29})$$

unde J este momentul de inerție al tuturor părților rotative, M_m – cuplul mecanic dezvoltat de motor, $M_s = 0$ – cuplul mecanic de sarcină.

Momentul dinamic M_m se reprezintă în prima aproximare ca proporțional curentului rotoric i_r :

$$M_m = k_m I_r, \quad (\text{A6.30})$$

unde k_m este coeficientul de proporționalitate constant al motorului, care se determină din datele tehnice.

Coeficienții motorului k_e și k_m se exprimă prin relația:

$$\frac{k_e}{k_m} = \frac{2\pi}{60} \approx 0.105.$$

Din (A6.29) și (A6.30) se exprimă curentul rotoric în condiția $M_s = 0$ dată de relația:

$$I_r(t) = \frac{J}{k_m} \frac{d\omega(t)}{dt}. \quad (\text{A6.31})$$

Expresia (A6.25) cu (A6.26) și (A6.31) după unele transformări obține forma:

$$U_r(t) = \frac{JR}{k_m} \frac{d\omega(t)}{dt} + \frac{JL}{k_m} \frac{d^2\omega(t)}{dt^2} + k_e\omega(t), \quad (\text{A6.32})$$

care reprezintă ecuația diferențială a motorului.

Ecuația (A6.32) se aduce la forma standard, împărțind toți termenii la coeficientul k_e și se scrie mărimea de ieșire ca funcție din partea stângă în ordinea descreșterii ordinului derivatei:

$$\frac{JL}{k_mk_e} \frac{d^2\omega(t)}{dt^2} + \frac{JR}{k_mk_e} \frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) = \frac{1}{k_e} U_r(t). \quad (\text{A6.33})$$

În ecuația (A6.33) se introduc notațiile:

$$k = \frac{1}{k_e},$$

$$T_m = \frac{JR}{k_mk_e}, \quad (\text{A6.34})$$

$$\frac{JL}{k_mk_e} \cdot \frac{R}{R} = \frac{JR}{k_mk_e} \cdot \frac{L}{R} = T_m T_e, \quad T_e = \frac{L}{R}, \quad T_m = \frac{JR}{k_mk_e},$$

unde k este coeficientul de transfer al motorului, T_m – constanta de timp electromecanică cu dimensiunea secunda, T_e - constanta de timp electrică cu dimensiunea secunda.

Se introduc notațiile (A6.34) în (A6.33) și se obține ecuația diferențială de ordinul doi a motorului în forma:

$$T_m T_e \frac{d^2\omega(t)}{dt^2} + T_m \frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) = k U_r(t). \quad (\text{A6.35})$$

Deoarece în datele tehnice pentru motoare se dau rotațiile n ,

atunci în (6.35) se substituie viteza unghiulară $\omega = 1/9.55n$ și ecuația ia forma:

$$T_m T_e \frac{d^2 n(t)}{dt^2} + T_m \frac{dn(t)}{dt} + n(t) = k U_r(t), \quad (\text{A6.35}')$$

unde constanta de timp electromecanică se exprimă $T_m = \frac{1}{9.55} \frac{JR}{k_m k_e}$.

După cum se observă, s-a obținut aproximarea modelului matematic al motorului de curent continuu ca element cu inerție de ordinul doi. În cazul când inductanța L a bobinei este foarte mică, atunci din raportul $T_e \ll T_m$, rezultă că primul termen în (A6.35') se neglijează în comparație cu termenul al doilea și se obține ecuația diferențială de ordinul unu, care descrie un element cu inerție de ordinul unu:

$$T_m \frac{dn(t)}{dt} + n(t) = k U_r(t). \quad (\text{A6.36})$$

Dacă constanta de timp electromecanică $T_m \ll 0$, atunci motorul se aproximează ca element ideal descris de ecuația diferențială de ordinul zero:

$$n(t) = k U_r(t). \quad (\text{A6.37})$$

dacă la ieșirea motorului se conectează reductorul, care reprezintă elementul integrator descris de ecuația diferențială:

$$\frac{d\alpha(t)}{dt} = \omega(t) = k_r U_r(t) \quad (\text{A6.38})$$

sau ecuația integrală:

$$\alpha(t) = k_r \int_0^t U_r(t) dt, \quad (\text{A6.39})$$

unde α este unghiul la ieșire a reductorului, $k_r = 1/i$ - coeficientul de transfer al reductorului, iar i - coeficientul de reducere al reductorului.

În ecuația (A6.35) se substituie $\omega(t) = \frac{d\alpha(t)}{dt}$ și se obține ecuația diferențială de ordinul trei care descrie transferul tensiune u_r -unghi α ale motorului cu reductor reprezentată în forma:

$$T_m T_e \frac{d^3 \alpha(t)}{dt^3} + T_m \frac{d^2 \alpha(t)}{dt^2} + \frac{d\alpha(t)}{dt} = k_1 U_r(t), \quad (\text{A6.40})$$

unde $k_1 = k k_r$ este coeficientul de transfer motor-reductor.

Dacă constantele de timp ale motorului sunt neglijabile, atunci (A6.40) va lua forma:

$$\frac{d\alpha(t)}{dt} = k_1 U_r(t) \text{ sau } \alpha(t) = k_1 \int_0^t U_r(t) dt, \quad (\text{A6.41})$$

care reprezintă un element integrator.

Funcțiile de transfer tensiune rotorică-viteză unghiulară și tensiune rotorică-unghi ale motorului au forma:

$$H_{u\omega}(s) = \frac{n(s)}{U_r(s)} = \frac{k}{T_m T_e s^2 + T_m s + 1}, \quad (\text{A6.42})$$

$$H_{u\alpha}(s) = \frac{\alpha(s)}{U_r(s)} = \frac{k}{s(T_m T_e s^2 + T_m s + 1)} = \frac{k}{T_m T_e s^3 + T_m s^2 + s}. \quad (\text{A6.43})$$

Se dă calculul coeficientului de transfer k și al constantelor de timp T_m și T_e .

Coeficientul de transfer tensiune rotorică-viteză unghiulară a motorului se calculează cu datele tehnice prin relația:

$$k = \frac{1}{k_e} = \frac{n}{U_r - \alpha R I_r}, \quad (\text{A6.44})$$

unde n – rotațiile motorului, rot/min; $\alpha = 1.2$ - coeficientul care introduce corecția creșterii rezistenței cu creșterea temperaturii în regim de funcționare; U_r , R și I_r – tensiunea, rezistența activă și curentul rotorului.

Cunoscând coeficientul k_e , se calculează coeficientul k_m prin

relația:

$$\frac{k_e}{k_m} = \frac{2\pi}{60} = 0.105, \quad (\text{A6.45})$$

de unde rezultă:

$$k_m = \frac{k_e}{0.105}. \quad (\text{A6.46})$$

Constanta de timp electromecanică se determină prin relația:

$$T_m = \frac{1}{9.55} J \frac{\alpha R}{k_m k_e}, \quad (\text{A6.47})$$

unde s-a substituit viteza $\omega = 1/9.55n$.

Constanta de timp electrică se determină după datele tehnice prin relația:

$$T_e = \frac{L}{R}, \quad (\text{A6.48})$$

unde inductanța L bobinei rotorice se calculează prin relația:

$$L = \frac{30}{\pi} \beta \frac{U_r}{pnI_r}, \quad (\text{A6.49})$$

unde $\beta = 0.25 \div 0.6$, p – numărul de perechi de poli ai motorului, n – rotațiile motorului, U_r , I_r – tensiunea și curentul rotorului.

Exemplul A5.3. Se dă motorul de curent continuu cu excitație separată de tipul SL-121 cu datele tehnice [16, 17]:

Tensiunea rotorică $U_r = 110$ V.

Puterea $P = 5$ W.

Rotațiile nominale $n_n = 4800$ rot/min.

Curentul rotorului $I_r = 0.21$ A.

Curentul de excitație $I_e = 0.07$ A.

Momentul motorului $M_m = 0.0137$ Nm.

Momentul de pornire al motorului $M_{pr} = 0.0392$ Nm.

Rezistența activă a rotorului $R = 215$ Ω .

Rezistența activă de excitație $R_e = 1750 \Omega$.

Momentul de inerție al motorului $I_m = 39.2 \cdot 10^{-7} \text{ kgm}^2$.

Masa 0.44 kg .

Se cere: să se determine coeficientul de transfer k și constantele de timp T_m și T_e ale motorului.

Soluționare:

1. Coeficientul de transfer tensiune rotorică-viteză unghiulară a motorului se calculează cu datele tehnice prin relația:

$$k = \frac{1}{k_e} = \frac{n}{U_r - \alpha R I_r} = \frac{4800}{110 - 1.2 \cdot 215 \cdot 0.21} = 86 \text{ (rot/min)/V.}$$

2. Se calculează coeficientul k_e prin relația:

$$k_e = \frac{1}{k} = \frac{1}{86} = 0.01163.$$

3. Se calculează coeficientul k_m din relația:

$$k_m = \frac{k_e}{0.105} = \frac{0.01163}{0.105} = 0.1107.$$

4. Se calculează constanta de timp electromecanică cu relația:

$$T_m = \frac{1}{9.55} \frac{J \alpha R}{k_m k_e} = \frac{1}{9.55} \frac{39.2 \cdot 10^{-7} \cdot 1.2 \cdot 215}{0.1107 \cdot 0.01163} = 0.082 \text{ s.}$$

5. Se calculează inductanța cu $\beta = 0.3$ și $p = 2$ poli după relația:

$$L = \frac{30}{\pi} \beta \frac{U_r}{p n I_r} = \frac{30}{3.14} \cdot 0.3 \frac{110}{2 \cdot 4800 \cdot 0.21} = 0.156 \text{ H.}$$

6. Se calculează constanta de timp electrică după relația:

$$T_e = \frac{L}{R} = \frac{0.156}{215} = 0.00073 \text{ s.}$$

7. Funcția de transfer a tensiunii rotorului-unghi a motorului cu datele numerice este:

$$\begin{aligned} H_{u\omega}(s) &= \frac{\omega(s)}{U_r(s)} = \frac{k}{T_m T_e s^2 + T_m s + 1} = \frac{86}{0.082 \cdot 0.00073 s^2 + 0.082 s + 1} = \\ &= \frac{86}{59.86 \cdot 10^{-6} s^2 + 0.082 s + 1}. \blacksquare \end{aligned}$$

Sarcina individuală pentru proiect

**Tabelul A7.1. Datele inițiale pentru proiect al studentului
(nume, prenume, gr.)**

Nr. var.	Nr. temei	Valorile parametrilor obiectului de reglare			Valorile parametrilor sarcinii					Performanțele SA		
		k	T, s	τ, s	M_s, Nm	J_s, Nm^2	$\omega_s, 1/s$	$\dot{\omega}_s, 1/s^2$	$\eta, \%$	$\varepsilon, \%$	t_r, s	$\sigma, \%$
1	2	4	5	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Data primirii sarcinii _____ Semnătura studentului _____

Tabelul A7.2. Grafic de elaborare a proiectului de curs

Nr. crt.	Denumirea etapei de realizare	Termen de realizare
1	Construirea schemei de principiu a sistemului automat	Săptămânile 1-3
2	Descrierea matematică a sistemului liniar	Săptămâna a 4-a
3	Sinteza algoritmului de reglare după metoda Ziegler-Nichols și metoda modulului	Săptămâna a 5-a
4	Sinteza algoritmului de reglare după metoda gradului maximal de stabilitate	Săptămâna a 6-a
5	Sinteza algoritmului de reglare în cascadă	Săptămâna a 7-8-a
6	Sinteza algoritmului PID numeric	Săptămâna a 9-a
7	Sinteza algoritmului numeric cu proces impus metoda normală	Săptămâna a 10-a
8	Sinteza algoritmului numeric cu proces impus metoda extinsă și metoda timpului minim	Săptămâna a 11-a
9	Determinarea funcției de transfer a sistemului închis liniar și numeric	Săptămâna a 12-a
10	Aprecierea performanțelor sistemului liniar și numeric de reglare automată	Săptămâna a 13-a
11	Finisarea memoriului explicativ al proiectului de curs	Săptămâna a 14-a
12	Prezentarea și susținerea proiectului de curs	Săptămâna a 15-a

Ingineria sistemelor automate
Ghid pentru proiectarea de curs

Autor: B. Izvoreanu

Redactor E. Balan

Bun de tipar 22.11.21	Formatul 60x84 1/16
Hârtie ofset. Tipar RISO	Tirajul 50 ex.
Coli de tipar 7,75	Comanda nr. 95

2004, UTM, Chișinău, bd. Ștefan cel Mare și Sfânt, 168
Editura "Tehnica-UTM"
2045, Chișinău, str. Studenților, 9/9