

UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI
Facultatea Calculatoare, Informatică și Microelectronică
Departamentul Informatică și Ingineria Sistemelor

GRAFICA PE CALCULATOR

ТЕМА 10. ТРЕХМЕРНОЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

I.u., dr. NASTAS Andrei

- 11.1. Моделирование на основе примитивов
- 11.2. Моделирование на основе булевых операций
- 11.3. Представления, основанные на конструктивной геометрии твердого тела
- 11.4. Полигональные сетки
- 11.5. Экструзионные методы
- 11.6. Пространственная обрезка
- 11.7. Многослойное и многообъектное моделирование
- 11.8. Неровные поверхности и полости
- 11.9. Видимость и жесткость
- 11.10. Глобальные помехи и полости (углубления)

11. Трехмерное геометрическое моделирование

Трехмерная графика - раздел компьютерной графики, совокупность приемов и инструментов (как программных, так и аппаратных), предназначенных для отображения объемных объектов на плоском экране. 3D-графика - это создание объемной компьютерной модели на основе чертежей, рисунков, подробных описаний или любой другой графической, текстовой или цифровой информации. 3D-графика - это возможность посмотреть на объект со всех сторон (сверху, снизу, сбоку), встроить на любую плоскость и в любое окружение.

3D-графика используется для создания изображений на плоскости экрана или печатного листа в: картографии, архитектурной визуализации, кино, телевидении, компьютерных играх, печатных материалах, в науке и промышленности.

11.1. Моделирование на основе примитивов

Моделирование на основе примитивов является простейшим представлением, используемым в 3D моделировании. Этот метод использует список геометрических примитивов. Хотя большинство 2D- и 3D-моделей используют создание объектов, этот метод часто недостаточен для сложных приложений моделирования и представления деталей свободной формы.

Создание экземпляров простыми примитивами является простейшим методом представления и включает в себя описание шаблонов путем изменения их трехмерных размеров с помощью одного примитива. Методика может быть применена к фигурам в семействе компонентов, геометрически и топологически сходных, но не размерных, и для которых даны предельные значения чертежных примитивов.

OptiPlant's Instantaneous 3D Modelling in Action



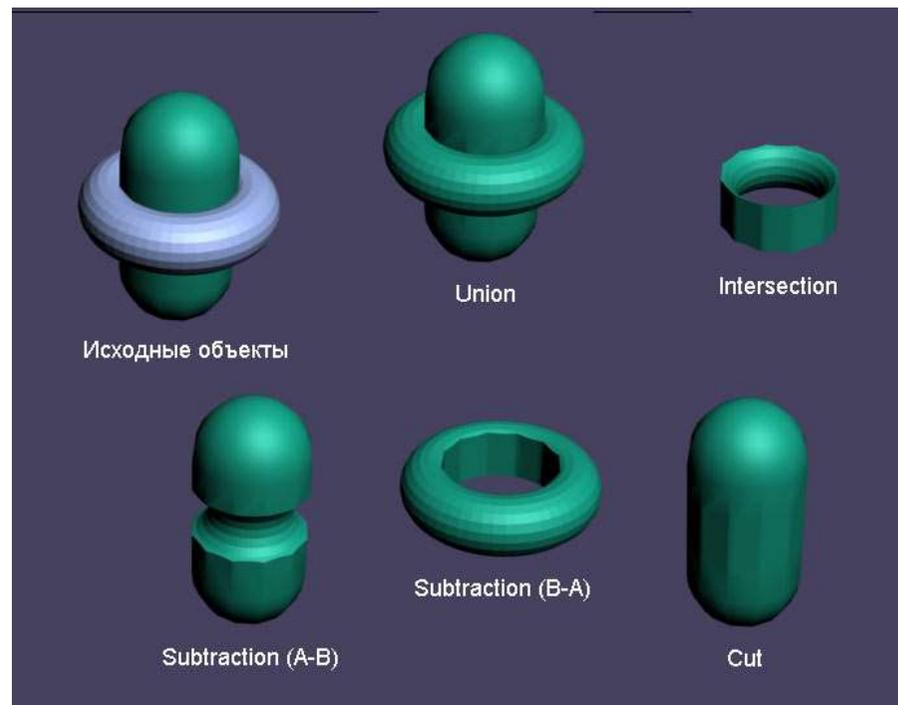
11.2. Моделирование на основе булевых операций

Методика, основанная на булевых операциях, состоит из сборки нескольких томов с помощью булевых операторов: объединения (\cup), пересечения (\cap) и вычитания ($-$).

Преимущество этого метода заключается в том, что он предлагает интуитивный подход.

Неудобство заключается в том, что точная топология глобального объекта не известна, и отсюда также возникают проблемы при полном «закрытии» контуров. Например, пересечение двух соседних кубов представляет собой одну плоскость. Плоскость не является объемом, она больше не является частью представления, и никакие другие логические операторы не могут быть применены к ней.

Развитие других примитивов исключено, не может использоваться ни точка, ни кривая, ни поверхность.

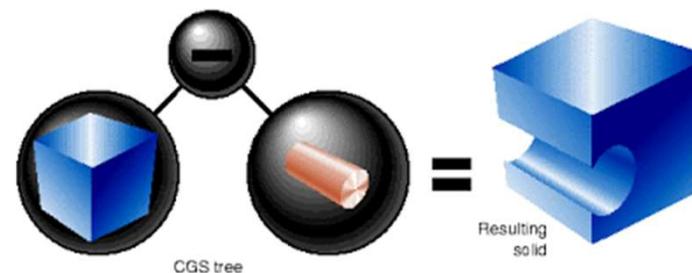


11.3. Представления, основанные на конструктивной геометрии твердого тела

Constructive Solid Geometry (CSG) — частный случай булевой операции: объект представлен в виде двоичного дерева, где вершины являются регуляризованными булевыми операциями или геометрическими операторами преобразования (вращение, перенос и т.д.), а листья — геометрическими примитивами типа «объем». Были разработаны многочисленные алгоритмы для прокрутки дерева CSG и извлечения информации с целью отображения объектов.

Методика, основанная на конструктивной геометрии твердого тела (CSG), предполагает разработку модели теоретических комбинаций множества геометрических примитивов, таких как цилиндры, призмы, параллелепипеды и др.

Для структуры данных используется ориентированная графовая модель. В этом случае граф относится к определенному типу, известному как двоичное дерево, в котором узлы соединены ветвями с корневым узлом. Любой узел имеет только одного «родителя» и двух «сыновей», известных как «листья». В модели CSG «листья» являются геометрическими примитивами, а корневой узел и промежуточные узлы удовлетворяют набору логических операций, которые строят модель.



11.3. Представления, основанные на конструктивной геометрии твердого тела

Примитивы могут быть определены несколькими способами. В некоторых системах они могут быть ограниченными твердыми телами, а в других случаях они могут быть получены из пересечения простых примитивов.

Существуют поверхности, такие как цилиндры или бесконечные плоскости, которые делят координатное пространство на твердое и полупространство. Унитарный куб, например, может быть построен пересечением шести плоских поверхностей, параллельных плоскостям $y-z$, $z-x$ и $x-y$, через точки $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$, $z = 0$, $z = 1$.

Одной из основных проблем теоретического моделирования является эффективное вычисление пересечения элементов модели. Для сложных моделей со многими экземплярами примитивов фактическое вычисление может апеллировать к многочисленным пересечениям. Сложность и комплексность этой процедуры может быть уменьшена пространственными делениями модели таким образом, что эти пересечения проверялись только для соседних областей примитивов.

11.4. Полигональные сетки

Полигональная сетка (жарг. меш от англ. polygon mesh) — это совокупность вершин, рёбер и граней, которые определяют форму многогранного объекта в трёхмерной компьютерной графике и объёмном моделировании. Гранями обычно являются треугольники, четырёхугольники или другие простые выпуклые многоугольники (полигоны), так как это упрощает рендеринг, но сетки могут также состоять и из наиболее общих вогнутых многоугольников, или многоугольников с отверстиями.

В целом, такая структура содержит несколько списков: поверхностей, полигонов, граней, ребер и вершин. Объект описывается как список поверхностей, образующих покрытие. Сборка указателей, ссылающихся на эти списки, позволяет получить доступ к определенной информации о топологии объекта. В этом методе используются следующие типы списков:

- список граней, содержащий координаты точек, которые их определяют;
- список вершин для каждой стороны (который сочетается с первым списком);
- списки вершин/граней/ребер (каждая грань определяется своими ребрами, а каждое ребро вершинами).

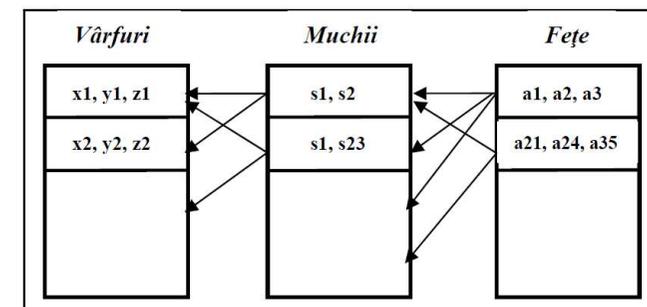
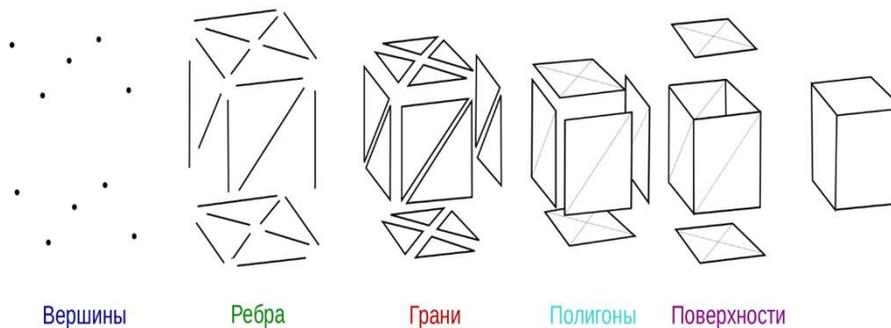


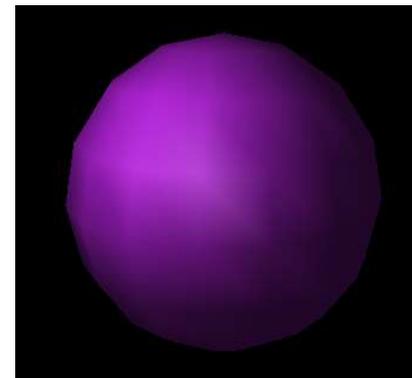
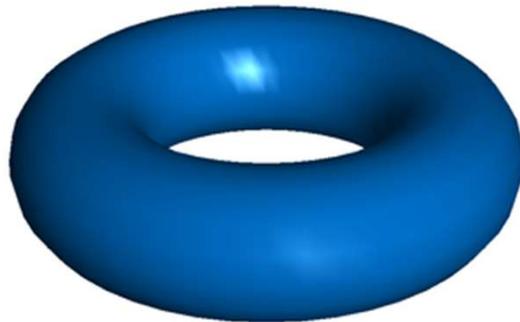
Рис. 11.1. Разбиение на основе списков вершин - ребер - граней

11.4. Полигональные сетки

Потоковые сетки хранят грани упорядочено, но независимо, чтобы таким образом сетку можно было пересылать по частям. Порядок граней может быть пространственным, спектральным, или базированным на других свойствах сетки. Потоковые сетки позволяют рендерить очень большие сетки даже тогда, когда они ещё загружаются.

Прогрессивные сетки передают данные о вершинах и гранях с повышающимся уровнем детализации. В отличие от потоковых сеток, прогрессивные сетки дают общую форму целого объекта, но на низком уровне детализации. Дополнительные данные, новые рёбра и грани, прогрессивно увеличивают детализацию сетки.

Нормальные сетки передают постепенные изменения сетки как множество смещений нормалей от базовой сетки. С помощью этой техники, ряд текстур отображает желаемые нарастающие изменения. Нормальные сетки компактны, так как для выражения смещения нужно лишь одно скалярное значение. Однако, техника требует ряд сложных трансформаций чтобы создать текстуры сдвига.



11.5. Методы, основанные на экструзии (выдавливании)

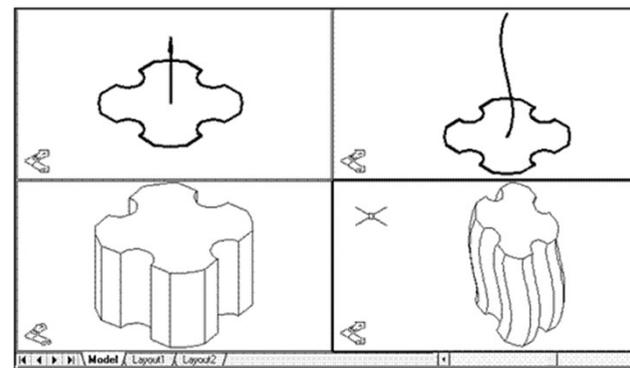
Многие трехмерные (3D) объекты могут быть определены как экструзии двумерных (2D) объектов в пространстве. Объекты определяются 2D-контуром и кривой, которая описывает траекторию этого контура в пространстве. Сборка всех положений 2D-контура образует 3D-твердое тело.

Используется несколько видов экструзии:

- экструзия путем переноса, если траектория прямая;
- экструзия вращением, если траектория представляет собой окружность;
- обобщенная экструзия, где траектория представляет собой некоторую прямую.

Размер поверхности 2D-контура также может варьировать; например, при экструдировании квадрата вдоль отрезка получается пирамида.

Преимущество метода заключается в том, что он интуитивно понятен для пользователей. Недостатком является тот факт, что можно описать только ограниченные классы объектов.



11.6. Пространственная обрезка

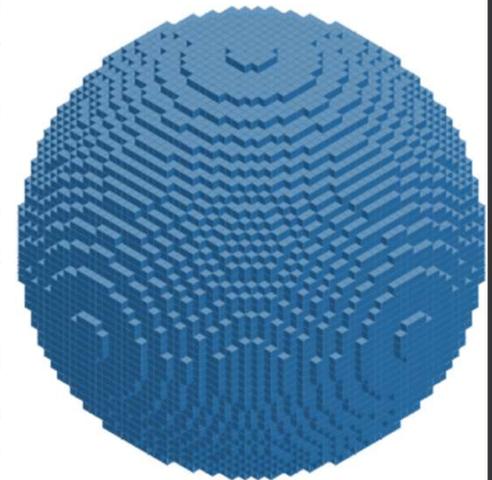
Метод пространственного отсечения аналогичен методу полигональных сеток, при котором модель разделяется на ряд мелких элементов, но этот случай предполагает идентификацию с регулярной сетью кубических объемов, которые полностью или частично заняты моделируемым объектом.

Этот тип представления использует вырез объекта моделирования на небольшие смежные и несвязанные ячейки. Метод имеет очень часто используемый вариант, а именно разложение на воксели.

Пространство вырезано в регулярную сеть вокселей (элементарных объемов). Каждый воксель активен или неактивен в зависимости от того, находится ли часть объекта в этом элементарном объеме. Единственными примитивами, к которым апеллирует это представление, являются воксели.

Наиболее известным применением этого типа представления является рендеринг изображений в медицине или восстановление данных, полученных с помощью сканера.

Вариант этого метода подразделяет пространство на зоны: полную, частично полную и пустую. Если область частично заполнена, она подразделяется до тех пор, пока не будут получены только полные и пустые области. Деление должно быть прекращено, когда полученная точность является удовлетворительной.



Модель кошки в
воксельном (слева) и
полигональном (справа)
представлении

11.7. Многослойное и многообъектное моделирование

Многослойные и многообъектные системы – это интерактивные системы для проектирования трехмерных форм. Конструктор передает команды через аппаратную периферию, и эти системы обновляют внутренние представления модели и при необходимости обновляют изображения на экране.

Системы должны быть достаточно высокопроизводительными, чтобы иметь возможность реагировать на команды за несколько долей секунды, поскольку возврат сообщений об ошибках или обновление сложных изображений должны занимать очень мало времени.

Эта методика сталкивается со многими трудностями в трехмерном моделировании, одни из которых связаны с внутренними механизмами системы (структуры данных и их программирование), а другие напрямую связаны с работой системы (доступные периферийные устройства, программные средства, совместимость и т.д.).

Процедуры представительства, определенные системой, должны быть стабильными и, по возможности, обратимыми. Стабильные процессы обеспечивают хороший запуск и не уничтожают данные при возникновении программной или физической ошибки, поскольку они включают методы обработки ошибок с гарантией их быстрого восстановления при возникновении ошибки. Используя эти системы, можно использовать широкий спектр простых команд.

В связи с тем, что монитор представляет собой двумерную поверхность, возникает потребность в трехмерных средствах просмотра (таких как: моделирование яркости, перспективы, теней), все из которых увеличивают время пересчета изображения (одна из больших проблем интерактивных систем).

11.7. Многослойное и многообъектное моделирование

Многослойные системы определить начальную, стабильную процедуру, которая использует серию обратимых команд, предоставляя пользователю возможность выдавать команды, наблюдать за эффектами и восстанавливать исходное состояние в любое время. Данные команды формируют запись модели за один раз и вместе с выходными структурами данных могут быть использованы при реконструкции модели после появления любого типа дефекта.

Эти системы осуществляют хорошее резервное копирование, примерно до 15 одновременных «слоев». Слои могут быть необязательно объединены, с некоторыми ограничениями, заданными математической формой поверхности. Система обеспечивает условие обязательной непрерывности, в том смысле, что изменения в слое автоматически отражаются в соседних слоях.

11.7. Многослойное и многообъектное моделирование

Многообъектные системы, основываясь на опыте, полученном с помощью многослойных технологий, являются расширяемыми и гибкими, предлагая особые возможности.

Многообъектные системы позволяют моделировать, включая такие примитивы как точки, линии, кривые, объемы и структуры.

Кривые и поверхности разных порядков (от одного до пяти) могут быть смешаны с геометрическими примитивами.

Используемые обширные языки позволяют пользовательским командам включать скалярные и векторные переменные, аргументы, математические выражения. Эти языки обеспечивают более гибкую связь с моделью и могут облегчить анализ геометрических свойств.

Типы кривых и поверхностей, предлагаемые в качестве примитивного представления, влияют на легкость, с которой модель может быть построена. Существует множество типов кривых и поверхностей, которые можно использовать. Если неявные изогнутые фигуры позволяют точно определить элементарные геометрические свойства, то кубические параметры предлагают, помимо этих преимуществ и других, например, точки в бесконечности (это поверхности Кунса).

11.7. Многослойное и многообъектное моделирование

Любая точка (x, y, z) описываемого слоя задается выражениями:

$$\begin{aligned} x &= f(u, w), \\ y &= g(u, w), \\ z &= h(u, w), \end{aligned} \tag{11.1}$$

где u и w — параметры со значениями от 0 до 1, а f, g, h — известные функции (рисунок 11.2).

На рисунке 11.2 показаны значения параметров для ребер/вершин поверхности.

В бикубических поверхностях Кунса, используемых в многослойных системах, каждый край поверхности является частью трехмерной кривой, определяемой ее конечной точкой и вектором наклона.

Параметрическая кубическая кривая может быть представлена таким образом:

$$C = [u^3 u^2 u^1] \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0_u \\ 1_u \end{bmatrix}, \tag{11.2}$$

где конечный тензор содержит векторы положения краевых конечных точек (0 и 1) и векторы, касательные к этим точкам (0_u и 1_u) (рисунок 11.3).

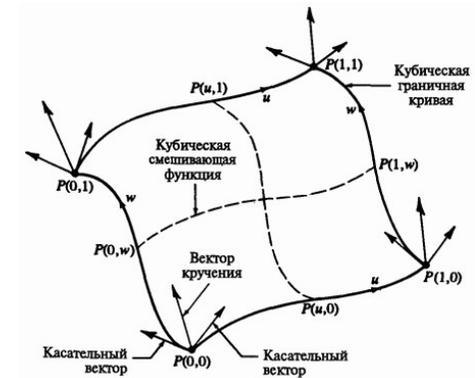
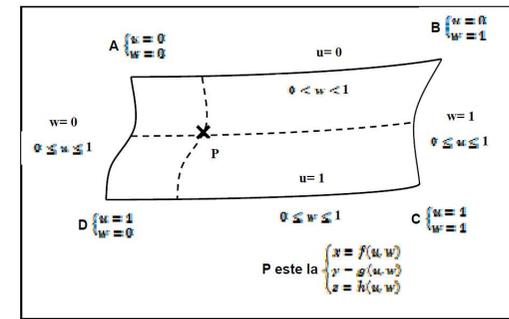


Рис. 11.2. Параметры поверхности Кунса

11.7. Многослойное и многообъектное моделирование

Начиная с четырех параметрических кубических ребер, бикубическая поверхность имеет четыре вектора, которые управляют поверхностью формы.

Существует криволинейный вектор, связанный с каждым концом ребра. В нотации Кунса бикубическая поверхность описывается следующим образом:

$$uw = [u^3 u^2 u^1] \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 00 & 01 & 00w & 01w \\ 10 & 11 & 10w & 11w \\ 00u & 01u & 00uw & 01uw \\ 10u & 11u & 10uw & 11uw \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w^3 \\ w^2 \\ w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (11.3)$$

где криволинейные векторы обозначаются $00uw$ и т.д.

Соблюдая условие, что система учитывает «перевернутый знак» склонов, конструкция, основанная на интерактивном тангенциальном алгоритме, достижима, но все же сложна в реализации.

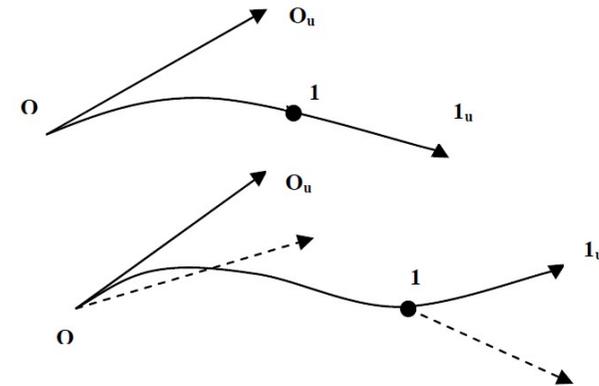


Рис. 11.3. Инкрементация v-координат 0_u и 1_u

11.7. Многослойное и многообъектное моделирование

Формулировки Безье

Суть этих формулировок заключается в том, что определение поверхностей и кривых обеспечивается рядом точек, все относительно начала и осей модели. Таким образом, параметрическая кубическая кривая может быть определена четырьмя точками, конечными точками и одной точкой тангенциальной проекции для каждого криволинейного вектора (рисунок 11.4).

Математическое выражение:

$$C = [(1 - u)^3 \cdot 3(1 - u)^2u \cdot 3(1 - u)u^2 \cdot u^3] \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix}, \quad (11.4)$$

где P_1 и P_4 — конечные точки кривой, а P_2 и P_3 — точки по касательной в P_1 и P_4 соответственно.

3-точечная кривая Безье (парабола) может быть записана как:

$$C = [(1 - u)^2 \cdot 2(1 - u)u \cdot u^2] \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}, \quad (11.5)$$

где P_2 задается пересечением тангенсов параболы в P_1 и P_3 .

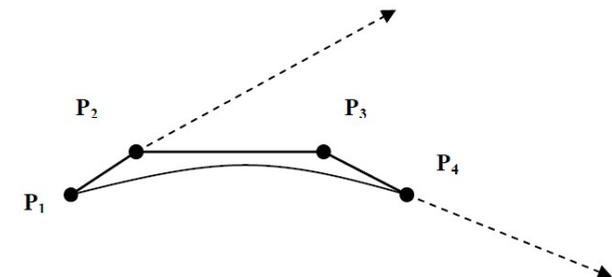


Рис. 11.4. Параметрическая кубическая кривая

11.7. Многослойное и многообъектное моделирование

Большая кривая Безье, например 5, имеет параметр u в диапазоне $(0,1)$, и кривая простирается между P_1 и P_5 . Промежуточные точки, как правило, не расположены на кривой. Однако сеть линий, соединяющих эти промежуточные точки, приближается к кривой и дает хорошее представление о влиянии на форму.

Расширяя анализ на слое Безье размером 4×4 точки, можно написать:

$$C = [(1-u)^3 \cdot 3(1-u)^2u \cdot 3(1-u)u^2 \cdot u^3] \begin{bmatrix} A & S_{AB} & S_{BA} & B \\ S_{AD} & T_A & T_B & S_{BC} \\ S_{DA} & T_D & T_C & S_{CB} \\ D & S_{DC} & S_{CD} & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (1-w)^3 \\ 3(1-w)^2w \\ 3(1-w)w^2 \\ w^3 \end{bmatrix}, \quad (11.6)$$

где центральный тензор содержит только векторы положения относительно начала и осей проекции.

Точки наклона для моделирования были отмечены S_{AB} , S_{BA} и т.д. Криволинейные векторы были присвоены четырем расчетным точкам поверхности, T_a , T_b , T_c , T_d (рисунок 11.5).

Параметрические кривые могут быть разложены в любой точке вдоль них, на пару кривых того же порядка и формы, что и исходная кривая.

Разложение параметрической кривой обеспечивает 2 точки вне проекции, а разложение кубической кривой обеспечивает 3 дополнительные точки и т.д.

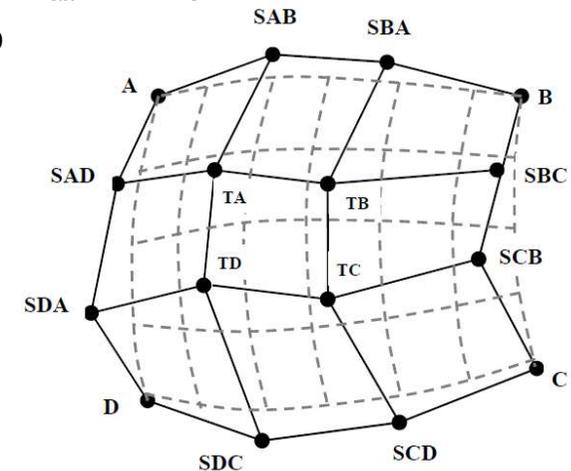


Рис. 11.5. Слой (патч) Безье 4×4 точки

11.7. Многослойное и многообъектное моделирование

Многослойное моделирование

Многослойные представления используют бикубические слои Кунса.

Когда слой впервые определен, он имеет предустановленные значения со всеми наклонами 0. (рисунок 11.6, *a*). В этих условиях края кривой являются прямыми линиями и остаются таковыми до тех пор, пока углы *A*, *B*, *C*, *D* не будут изменены командой пользователя (рисунок 11.6, *b*).

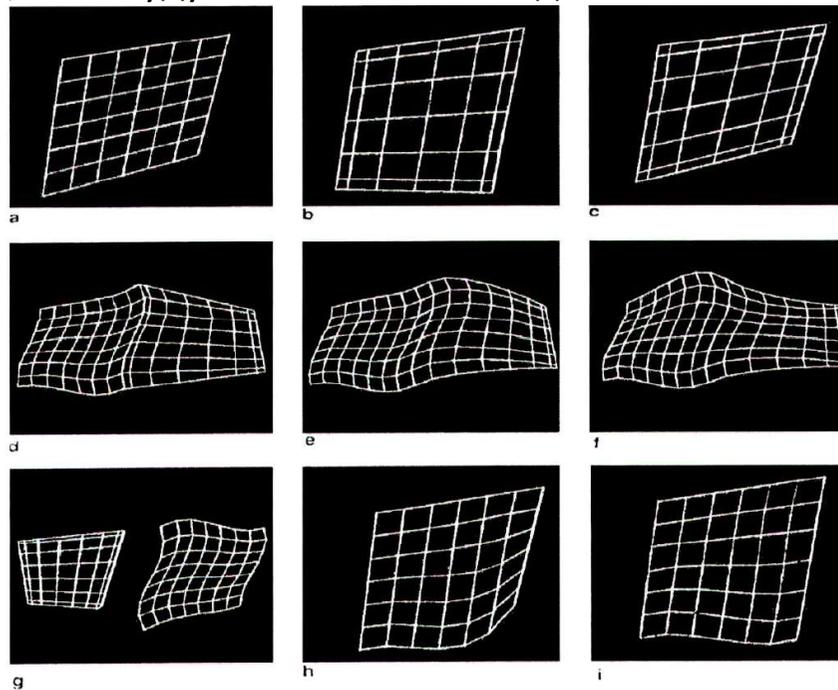


Рис. 11.6. Многослойные представления

https://scask.ru/a_book_mm3d.php?id=113

11.7. Многослойное и многообъектное моделирование

Когда углы расположены удовлетворительно, слой «нормализуется», чтобы сделать каждый из 8 векторов наклона, струнных векторов (рисунок 11.6, с).

Хотя эта нормализация не изменяет края слоя, изменение векторов наклона изменяет распределение параметрических линий, показывая места, где векторы большие / маленькие.

Большой тангенциальный вектор имеет большой радиус кривой и большое пространство между параметрическими линиями, в то время как малый тангенциальный вектор имеет малый радиус кривой и пучок параметрических линий. Нормализация готовит использование тангенциальных векторов для представления трехмерных объектов.

Перемещение углов слоя приводит к появлению изогнутых краев слоя (рисунок 11.6, d). Отбрасывая угловую статику, тангенсы SAB и SBA могут быть спроектированы для получения изогнутых краев для определенного слоя. (Рисунок 11.6, e).

Изменения края также автоматически изменяются для слоя, с которым он соединяется.

На рисунке 11.6, f показаны два отдельных слоя, а на рисунке 11.6 g показан эффект соединения края AD слоя 2 с краем BC слоя 1. Если требуется непрерывность наклона слоя 2, то изменяется только слой 2 (рисунок 11.6, h). Изменения на SAB в слое 2 автоматически отражаются на SBA в слое 1 и друг на друге.

Необходимо пересмотреть многочисленные возможные изменения, которые могут повлиять на слой и их влияние на соседние слои.

11.7. Многослойное и многообъектное моделирование

На рисунке 11.7 показаны 9 непрерывных слоев, которые обеспечивают свободу изменения центрального слоя несколькими способами с помощью отдельных команд, как показано ниже:

- перемещение всего слоя (рис. 11.7, б); это вызывает изменение всех 8 соседних слоев, делая слой 1 «высоким плато»;

- движущийся угол A слоя (рис. 11.7, с); изменяет 4 соседних слоя и производит «локальный пик» в их общей точке;

- перемещение наклона слоя SAD (рис. 11.7, d); он изменяет 4 соседних слоя и образует «долину и холм» вдоль границы между противоположными парами;

- путем перемещения TA слоя (рис. 11.7, e) определяется смена 4 слоев, образующих «долины и холмы» в углах слоя.

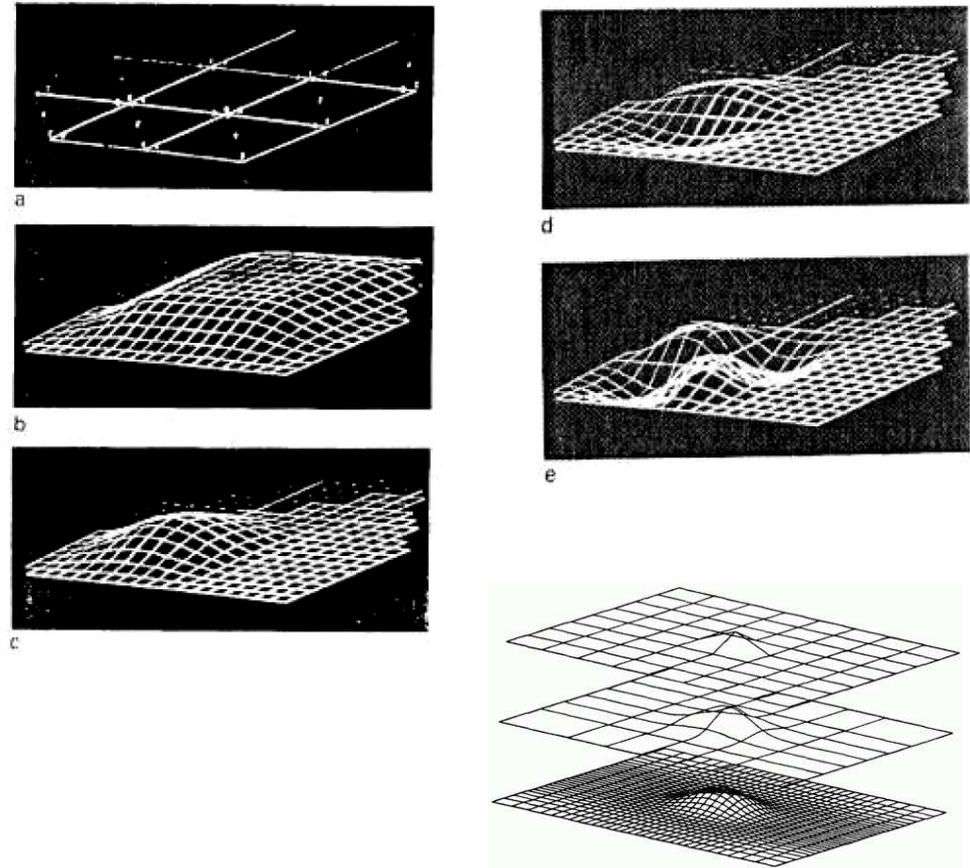


Рис. 11.7. Изменения в смежных слоях

11.7. Многослойное и многообъектное моделирование

Проектированию кривых предшествует создание слоев. Кривые Безье, определяемые 3 - 7 точками, доступны и отображаются в виде сетей. Представление кривой состоит из позиционирования конечной точки и манипулирования промежуточными средними точками для получения желаемой формы. Если считать, что эта кривая не имеет нужной формы, то можно либо разложить кривую, чтобы получить пару непрерывных кривых (того же порядка, что и начальная кривая), либо ассимилировать кривую с одной, определенной несколькими точками по составу.

Эти операции можно повторять до тех пор, пока не будут достигнуты желаемые результаты.

Компоновка обеспечивает больший контроль над моделированием, так как вставляется только одна дополнительная точка, в то время как разделение требует двух или более точек. Кривые могут быть соединены в их конечных точках. Слои могут быть определены между четырьмя кривыми, соединенными в четыре угла. Точки, которые принадлежат слою, изначально устанавливаются на значение, налагаемое конкретной ситуацией.

11.7. Многослойное и многообъектное моделирование

Если желаемая внутренняя форма слоя не может быть получена с помощью существующих точек, дизайнер может увеличить количество точек. Такой слой может иметь края разного порядка и центров.

В многослойных системах одна команда определяет новый слой, давая немедленную возможность проектирования полного слоя. Преимущество заключается в том, что новые пользователи могут быстро расположить набор слоев на экране, а недостатком является то, что слои обычно испытывают трудности с тем, чтобы иметь края успешной кривой и, наконец, иметь качественные поверхности.

В многообъектных системах определение слоя относится к существующим кривым, заставляя их создавать и проектировать перед созданием и вычислением слоя. Для непрерывности смежных слоев в многослойных системах изменение наклона производится в соответствии текущего слоя с соседними слоями, а в многообъектных системах края кривой должны быть непрерывными (по амплитуде и/или направлению). Эта непрерывность накладывает конструктивные точки поверхности. Многие другие различия в методах моделирования исходят из превосходных возможностей многообъектной системы.

11.8. Неровные поверхности и полости

Важнейший вопрос представления жестких поверхностей связан с видимостью. С этой точки зрения определяются два уровня видимости: полный и частичный.

Когда контуры поверхности полностью видны, то поверхность может быть представлена выпуклым изображением, которое представляет собой карту видимости поверхности.

Разработаны алгоритмы, обеспечивающие предопределенные пакеты объектов, для которых видимость и жесткость могут быть определены независимо. Для построения карты видимости и для подбора оптимальных пар отдельные поверхности моделируемого объекта сведены к минимуму.

В случае полостей поверхности двух пересекающихся сегментов (пластин) и водонепроницаемы, когда объект целый, являются раздельными поверхностями. Пары противоположных направлений, вдоль двух разделительных плит, представляют собой направления разделения.

Углубления или выступы полости, для которой делается изображение, препятствуют их обзору, отдельные направления называются подрезами. В зависимости от типов прореживания известны геометрические представления, сходные с различными промышленными устройствами/инструментами, которые их используют, например: канавки (зазор, резка) реализация выступов с помощью прессования литейного сердечника и прессования полости. Внутреннее истончение использует моделирование контактов или вставок.

Важен выбор направлений и разделительных поверхностей, так как они диктуют количество, форму и порядок полостей и влияют на все последующие этапы работы алгоритма.

ВОПРОСЫ