

I. Să se calculeze integrala curbilinie de speță I:

1. $\int_L x dl$, L – arcul $y = x^2 + 1$ cuprins între punctele $A(0,1)$ și $B(1,2)$
2. $\int_L x^2 y^2 dl$, L – segmentul de dreaptă, cu $A(0,0)$ și $B(2,1)$
3. $\int_L \sqrt{1+y^4} dl$, L – arcul $3x = y^3$ ($1 \leq y \leq 2$)
4. $\int_L \frac{\sin^3 x}{\sqrt{1+\sin^2 x}} dl$, L – arcul $y = \cos x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$)
5. $\int_L y^2 dl$, L – arcul $x = \ln y$ cuprins între punctele $A(0,1)$ și $B(1,e)$
6. $\int_L (x+y+z) dl$, L – segmentul de dreapta, cuprins între punctele $A(0,0,0)$ și $B(1,1,1)$
7. $\int_L \sqrt{x^2 + y^2} dl$, L – partea de sus a cardiodei $\rho = 3(1 + \cos \varphi)$
8. $\int_L \sqrt{x^2 + y^2} dl$, L – arcul lemniscatei $\rho = \sqrt{\cos 2\varphi}$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$
9. $\int_L \sqrt{x^2 + y^2} \left(\operatorname{arctg} \frac{y}{x} \right)^2 dl$, L – arcul curbei $\rho = a\sqrt{\sin 2\varphi}$, ($0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$)
10. $\int_L xy dl$, L – arcul elipsei $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ situat în I cadrant
11. $\int_L \sqrt{x^2 + y^2} dl$, L – cercul $x^2 + y^2 = 4x$
12. $\int_L xy^2 dl$, L – arcul cercului $\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 2\sin t \end{cases}$, ce aparțin I cadrant
13. $\int_L y dl$, L – primul arc al cicloidei $\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y_3(1 - \cos t) \end{cases}$

II. Să se găsească lungimea arcului l (plan sau spațial), dacă l este determinat de:

1. $y = 1 - \ln \cos x, \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$

2. $\rho = \sin^3 \frac{\varphi}{3}$

3. $\begin{cases} x = e^t \sin t \\ y = e^t \cos t \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$

4. $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 4^{\frac{2}{3}}$

5. $\begin{cases} x = 3t \\ y = 3t^2 \\ z = 2t^3, \quad 0 \leq t \leq 1 \end{cases}$

6. $\begin{cases} x = t \cos t^2 \\ y = t \sin t^2 \\ z = t^2, \quad 0 \leq t \leq \sqrt{2\pi} \end{cases}$

III. Să se găsească masa arcului plan AB (sau L) cu densitatea $\mu(x, y)$:

1. AB - segmentul cu capetele $A(1,1), B(2,3)$, $\mu(x, y) = 2x + y$.

2. AB - arcul parabolei $y = \frac{x^2}{2}$, cu $A(1;1,5), B(2,2)$, $\mu(x, y) = \frac{y}{x}$.

3. AB - arcul parabolei $y^2 = x$, cu $A(1,1), B(4,2)$, $\mu(x, y) = y$.

4. $L: \begin{cases} x = \ln(1 + t^2) \\ y = 2 \arctgt - t, \quad 0 \leq t \leq 1, \quad \mu(x, y) = ye^{-x} \end{cases}$

5. $L: \rho = \sqrt{\cos 2\varphi}, \quad \mu = 2\rho$