

1. Să se determine extremele locale ale funcțiilor:

1.1. $f(x, y) = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$

1.2. $f(x, y) = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$

1.3. $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$

1.4. $f(x, y) = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$

1.5. $f(x, y) = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 14y$

1.6. $f(x, y) = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$

1.7. $f(x, y) = xy(6 - x - y)$

1.8. $f(x, y) = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y}$

1.9. $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 4\ln x - 10\ln y$

1.10. $f(x, y) = e^{2x+3y} (8x^2 - 6xy + 3y^2)$.

2. Să se determine extremele condiționate ale funcțiilor $f(x, y)$ cu legătura

$$\varphi(x, y) = 0:$$

2.1. $f(x, y) = xy, \varphi(x, y) = x^2 + y^2 - 1$

2.2. $f(x, y) = xy, \varphi(x, y) = x + y - 1$

2.3. $f(x, y) = x + 2y, \varphi(x, y) = x^2 + y^2 - 5$

2.4. $f(x, y) = x - y - 4, \varphi(x, y) = x^2 + y^2 - 1$

2.5. $f(x, y) = x^2y, \varphi(x, y) = 2x + y - 1$

2.6. $f(x, y) = \frac{x}{2} + \frac{y}{3}, \varphi(x, y) = x^2 + y^2 - 1$

2.7. $f(x, y) = e^{xy}, \varphi(x, y) = x + y - 1$

2.8. $f(x, y) = xy, \varphi(x, y) = x^3 + y^3 - xy$

2.9. $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y - 4, \varphi(x, y) = x + y + 3$

2.10. $f(x, y) = \cos 2x + \cos 2y, \varphi(x, y) = x - y - \frac{\pi}{4}$.

3. Să se determine valorile cea mai mică și cea mai mare (extremele globale) ale funcției $f(x, y)$ pe domeniul închis D , mărginit de liniile date:

3.1. $f(x, y) = 3x + y - xy, D: y = x, y = 4, x = 0$.

3.2. $f(x, y) = xy - x - 2y, D: x = 3, y = x, y = 0$.

- 3.3. $f(x, y) = x^2 + 2xy - y^2 - 4x$, $D: x - y + 1, x = 3, y = 0$.
- 3.4. $f(x, y) = 2x^3 - xy^2 + y^2$, $D: x = 0, x = 1, y = 0, y = 6$.
- 3.5. $f(x, y) = 3x^2 + 3y^2 - 2x - 2y + 2$, $D: x = 0, y = 0, x + y - 1 = 0$.
- 3.6. $f(x, y) = x^2y(4 - x - y)$, $D: x = 0, y = 0, y = 6 - x$.
- 3.7. $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$, $D: x = 0, x = 2, y = -1, y = 2$.
- 3.8. $f(x, y) = x^2 + 2xy - y^2 - 4x$, $D: x = 3, y = 0, y = x + 1$.
- 3.9. $f(x, y) = 2xy$, $D: x^2 + y^2 \leq 4$.
- 3.10. $f(x, y) = x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy$, $D: y = x^2, y = 4$.
4. Să se găsească distanța dintre curba și dreapta dată:
- 4.1. $y = x^2, x - y - 5 = 0$,
- 4.2. $x^2 - y^2 = 3, 2x - y = 0$,
- 4.3. $9x^2 + 4y^2 = 36, 3x + y - 9 = 0$.
5. Să se găsească punctul din planul XOY , suma pătratelor distanțelor de la care pînă la dreptele $x = 0, y = 0, x + 2y - 16 = 0$ să fie minimă.
6. Pe planul $x + y - 2z = 0$ să se găsească un punct, suma pătratelor distanțelor de la care pînă la planele $x + 3z - 6 = 0, y + 3z - 2 = 0$ să fie minimă.
7. Să se găsească distanța de la punctul $(0, 3, 3)$ pînă la linia $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1, \\ x + y + z = 1. \end{cases}$