Derivate parțiale de ordinul I.
Diferențiala funcției. Aplicații

1. Să se determine derivatele parțiale de ordinul întîi ale următoarelor funcții:

1.1. $f(x,y) = x^3 + 2y^4 - xy + 5$

1.2. $f(x,y) = \frac{xy}{x-y}$

1.3. $f(x,y) = \frac{x}{y} - \frac{y}{x}$

1.4. $f(x,y) = (x^3 + y^3 - x^2 y)^3$

1.5. $f(x,y) = \sqrt{y^2 - x^2}$

1.6. $f(x,y) = arcsin\frac{y}{x}$

1.7. $f(x,y) = \ln(xy + lnxy)$

1.8. $f(x,y) = x^y$

1.9. $f(x,y,z) = x^3 + y^4 + z^5 - 4xy^2z^3$

1.10. $f(x,y,z) = \frac{x}{y} - \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$

1.11. $f(x,y,z) = \ln(x^2 - 3y^2 + z^2)$

1.12. $f(x,y,z) = x^{y^z}$

1.13. $f(x,y) = \ln\frac{\sqrt{x^2+y^2}+x}{\sqrt{x^2+y^2}-x}$

1.14. $f(x,y,z) = y^{\frac{x}{z}}$

1.15. $f(x,y) = arctg\frac{x+y}{1-xy}$

1.16. $f(x,y) = e^y \lg x - sinylnx$

1.17. $f(x,y) = arcsin\left(\frac{x}{y}\right)$

1.18. $f(x,y) = arccos\left(\frac{y}{x+y}\right)$

1.19. $f(x,y) = arcsin\left(\frac{x-1}{y}\right)$

1.20. $f(x,y,z) = (sinx)^{yz}$

2. Să se determine diferențiala totală de ordinul întîi pentru următoarele funcții:

2.1. $f(x,y) = x^3 + y^4 - 2x + 5$

2.2. $f(x,y) = x^3 + 2y^4 - xy + 5$

2.3. $f(x,y) = 2x^3 + 4xy^2$

2.4. $f(x,y) = arctgx + 3\sqrt{y}$

2.5. $f(x,y) = x^2 + siny$

2.6. $f(x,y) = 7x^3y - \sqrt{xy}$

2.7. $f(x,y) = ctg(y/x)$

2.8. $f(x,y,z) = e^{2x+3y-5z}$

2.9. $f(x,y,z) = arcsin\frac{x+y}{z}$

2.10. $f(x,y,z) = arctg(x-y+z)$

2.11.$f(x,y,z) = \cos(2x-3y) - z^4$

2.12. $f(x,y,z) = \ln(x^2 - y^2 + z^2)$

2.13. $f(x,y) = \frac{xy}{x-y}$

2.14. $f(x,y) = \frac{x}{y} - \frac{y}{x}$

2.15. $f(x,y) = (x^3 + y^3 - x^2y)^3$

2.16. $f(x,y) = \sqrt{y^2 - x^2}$

2.17. $f(x,y) = arcsin\frac{y}{x}$

2.18. $f(x,y) = \ln(xy + lnxy)$

2.19. $f(x,y,z) = \frac{x}{y} - \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$

3. Să se calculeze aproximativ:

3.1. $\sqrt{4{,}05^2 + 2{,}93^2}$

3.2. $\sqrt[3]{5{,}02^2 + 1{,}95}$

3.3. $\sqrt{1{,}02^3 + 1{,}98^3}$

3.4. $1{,}02^{3{,}01}$

3.5. $0{,}99^{2{,}02}$

3.6. $sin29°cos62°$

3.7. $sin31°tg46°$

3.8. $arctg\left(\frac{1{,}98}{1{,}03} - 1\right)$

3.9. $ln\left(\sqrt[3]{1{,}02 + \sqrt[4]{0{,}98} - 1}\right)$

3.10. $\frac{1{,}02^{3{,}01}}{\sqrt[3]{0{,}99\sqrt[4]{1{,}03^5}}}$

4. Să se determine derivatele parțiale de ordinul întîi ale funcției $z(x,y)$, definite implicit:

4.1. $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 4$

4.2. $x^2 + y^2 + z^2 - xy = 2$

4.3. $xy = z^2 - 1$

4.4. $3x^2y^2 + 2xyz^2 - 2x^3z + 4y^3z = 4$

4.5. $x + y + z + 2 = xyz$

4.6. $e^z + x + 2y + z = 4$

4.7. $e^z - xyz - x + 1$

4.8. $xcosy + ycosz + zcosx = \frac{\pi}{2}$

4.9. $cos^2x + \cos^2 y + \cos^2 z = \frac{3}{2}$

4.10. $e^{z-1} = cosxcosy + 1$

5. Să se scrie ecuația planului tangent şi a normalei la suprafața S în punctul $M_0(x_0, y_0, z_0)$:

5.1. $S: z = xy,\ M_0(0,0,0)$

5.2. $S: z = x + y^2,\ M_0(0,1,1)$

5.3. $S: z = x^3 + y^3,\ M_0(1,-1,0)$

5.4. $S: z = \sin(xy)$, $M_0\left(1, \frac{\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
5.5. $S: z = e^{x+y}$, $M_0(1,-1,1)$
5.6. $S: x^2 + y^2 + z^2 + 6z - 4x + 8 = 0$, $M_0(2,1,-1)$
5.7. $S: x^2 + y^2 - xz - yz = 0$, $M_0(0,2,2)$
5.8. $S: y^2 - z^2 + x^2 - 2xz + 2x - z = 0$, $M_0(1,1,1)$
5.9. $S: 4y^2 - z^2 + 4xy - xz + 3z - 9 = 0$, $M_0(1,-2,1)$
5.10. $S: 2x^2 - y^2 + z^2 - 6x + 2y + 6 = 0$, $M_0(1,-1,1)$

6. Să se demonstreze că suprafețele $z = xy - x^2 + 8x - 5$, $z = e^{x+2y+4}$ sunt tangente în punctul $(2,-3,1)$ și să se găsească ecuația planului tangent comun.

7. Să se scrie ecuațiile planelor tangente la suprafața dată, paralel planului dat:

a) $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$, $x - y + 2z = 0$,

b) $xy + xz + z^2 = 1$, $x - y + 2z = 1$.

8. Să se scrie ecuația planului tangent la suprafața $x^2 - y^2 = 3z$, ce trece prin punctul $(0,0,-1)$, paralel dreptei $x = 2y = z$.

9. Să se scrie ecuația planului tangent la suprafața, perpendicular dreptei date:

a) $x^2 + y^2 + z^2 = 2x$, $\begin{cases} x - y - z - 2, \\ 2x - 2y - z = 4 \end{cases}$,

b) $z = xy$, $x = y = -2z$.

10. Pentru suprafața $2x^2 + 5y^2 + 2z^2 - 2xy + 6yz - 4x - y - 2z = 0$ să se scrie ecuația planului tangent, conține dreapta $\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{0}$.

11. Să se scrie ecuația normalei la suprafața $x^2 + 6y^2 - z^2 - 4xz + 6x - 20y - 2z - 1 = 0$, perpendicular planului $y=0$.

12. În ce puncte ale elipsoidului $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{15} + \frac{z^2}{14} = 1$ normala la suprafață formează cu axele de coordonate unghiuri egale?