UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI
Facultatea Calculatoare, Informatică și Microelectronică
Departamentul Informatică și Ingineria Sistemelor

Unitatea de curs

MECANICA FINĂ

TEMA 3 BAZELE CALCULULUI DE REZISTENȚĂ

- Titularul unității de curs: **Ion BODNARIUC**

CONȚINUT

3.1. Obiectivele Rezistenței Materialelor. Noțiuni de bază

Obiectivele RM: economia de material și buna funcționare (respectarea condițiilor de rezistență rigiditate și stabilitate) .

Noțiuni de bază:

- **Rezistența** – capacitatea materialului construcției și elementelor ei de a suporta o sarcină fără a se distruge. *Calculul la rezistență* dă posibilitatea determinării dimensiunilor și formei pieselor apte să suporte o anumită sarcină cu minime cheltuieli de material;
- **Rigiditatea** – capacitatea corpului sau a construcției de a se opune deformărilor sub acțiunea unor sarcini. *Calculul la rigiditate* garantează că schimbarea formei și dimensiunilor elementelor construcției nu vor depăși valorile admisibile;
- **Stabilitatea** – este capacitatea construcției sau a elementelor ei deași menține forma inițială a echilibrului elastic. Calculul la stabilitate preîntâmpină posibilitatea pierderii neașteptată a echilibrului static a pieselor lungi și subțiri.

3.1. Obiectivele Rezistenței Materialelor. Noțiuni de bază

Problemele de bază ale RM:

- **probleme de dimensionare**, prin care se stabilesc dimensiunile optime ale pieselor proiectate;
- **probleme de verificare**, prin care se determină dacă un corp solid cu anumite dimensiuni respectă sau nu, sub acțiunea forțelor exterioare, condițiile de rezistență, rigiditate și stabilitate;
- **probleme de calcul al sarcinii admisibile**, cunoscându-se în acest caz materialul, dimensiunile şi modul de solicitare.

Schema de calcul

Pentru calculul la rezistență, se alcătuiește varianta simplificată a formei construcției, numită *schema de calcul.*

3.1. Obiectivele Rezistenței Materialelor. Noțiuni de bază

Clasificarea corpurilor

Elementele simple, utilizate în schemele de calcul la rezistență, se împart în următoarele trei categorii:

- **Bare –** corpul la care una din dimensiuni este cu mult mai mare decât celelalte două. După destinație și modul de solicitare barele se divizează în: tiranți (întindere); stâlpi sau coloane (compresiune); grinzi (încovoiere); arbori (răsucire și încovoiere).

- **Plăci –** corpuri cu două dimensiuni mai mari faţă de cea de a treia;

- **Corpuri masive –** care au cele trei dimensiuni aproximativ de acelaşi ordin (bile, tuburi cu pereţi groşi, blocuri, fundații, batiuri etc.).

3.1. Obiectivele Rezistenței Materialelor. Noțiuni de bază

Ipoteze de bază în rezistența materialelor:

- **Ipoteza mediului continuu și omogenității** care considera toate materialele folosite ca un mediu continuu și omogen care umple tot spațiul reprezentat de volumul lor cu proprietăți similare în orice punct;
- **Ipoteza izotropiei**. Materialele se consideră izotrope daca au aceleași constante elastice in toate direcțiile. In caz contrar ele sunt anizotrope;
- **Ipoteza elasticității perfecte,** prin care se presupune, că, până la anumite valori ale eforturilor exterioare, materialul este elastic perfect, adică odată cu dispariția sarcinilor dispar complet și deformațiile;
- **Ipoteza deformării liniare a corpurilor** care presupune că deplasarea punctelor și a secțiunilor unui corp elastic, în limita unor încărcări cunoscute, sunt direct proporționale cu eforturile care au produs aceste deplasări;
- **Ipoteza secțiunilor plane sau ipoteza lui Bernoulli.** În conformitate cu această ipoteză, secțiunile plane și normale la axa barei înainte de deformare, rămân plane și normale la axa și după deformare.

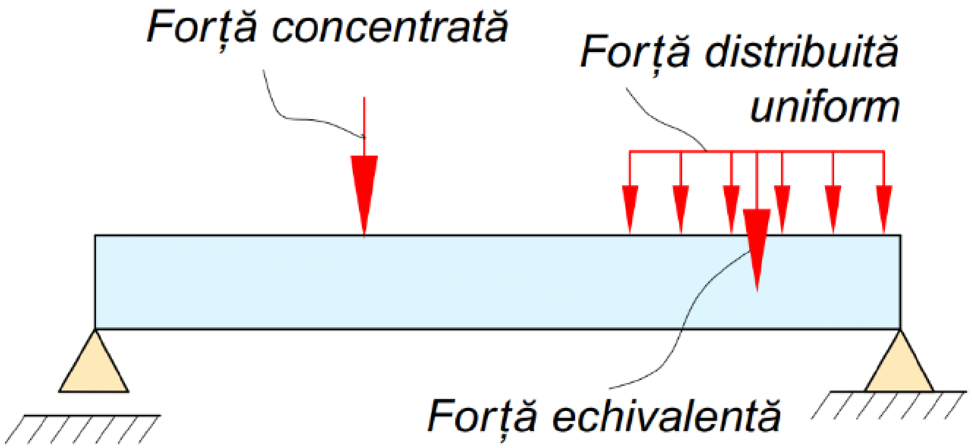
3.2. Forțe, care acționează în mecanisme

Forțele externe se referă la solicitările, pe care un corp le impune altui corp, de interes. Interacțiunea dintre elementele unui sistem mecanic este iminentă întrucât, de cele mai multe ori, sistemele mecanice sunt compuse din mai multe piese. Interacțiunea menționată presupune automat apariția forțelor de diferit tip și caracter, în dependență de care s-au făcut mai multe clasificări:

a. În dependență de mărimea suprafeței pe care este aplicată forța, avem **forțe distribuite** și **forțe concentrate**.

Forțele distribuite sunt considerate forțele aplicate pe o linie, pe o suprafață sau în volumul unui corp. Forțele pot fi distribuite în mod uniform sau neuniform. Deseori, la rezolvarea problemelor, sistemul de forțe distribuite este înlocuit cu o forță concentrată echivalentă.

Forțele concentrate sunt cele aplicate pe un punct al corpului. În realitate, nu există forțe concentrate întrucât toate corpurile sunt, într-o măsură mai mare sau mai mică, deformabile. Drept consecință, forțele apărute la acțiunea a două corpuri se transmit prin suprafețe.



b. În dependență de locul de aplicare, forțele distribuite pot fi **de suprafață** sau **de volum**.

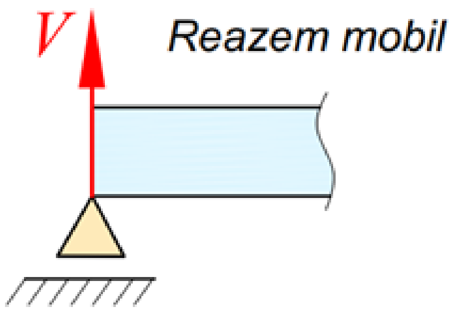
3.2. Forțe, care acționează în mecanisme

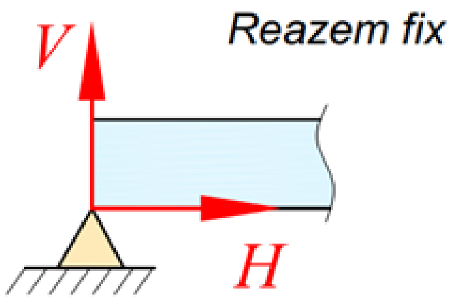
Piesele, rezistența și rigiditatea cărora este calculată în capitolul introductiv de Rezistența Materialelor, sunt statice și sunt rezemate pe alte obiecte numite **Reazeme**.

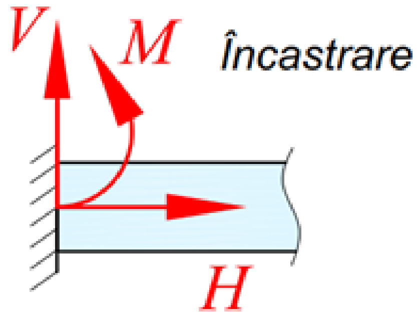
Din partea reazemelor, conform Legii a Treia a lui Newton, apar forțe de reacțiune. Aceste tipuri de forțe exterioare sunt, de obicei, necunoscute și în unele probleme de rezistență și rigiditate, trebuie calculate pentru a putea trece la etapele ulterioare ale calculului.

Sunt întâlnite, de obicei, trei tipuri de reazeme:

- **reazem mobil** – poate acționa asupra corpului de interes cu o singură forță de reacțiune, care este dispusă vertical
- **reazem fix** – poate acționa cu două forțe de reacțiune, una dispusă vertical, iar alta dispusă orizontal
- **reazem încastrat** – poate acționa cu trei reacțiuni: una dispusă vertical, alta dispusă orizontal și o a treia reacțiune sub formă de moment. O bară susținută doar de un reazem de tip încastrare este numită consolă.



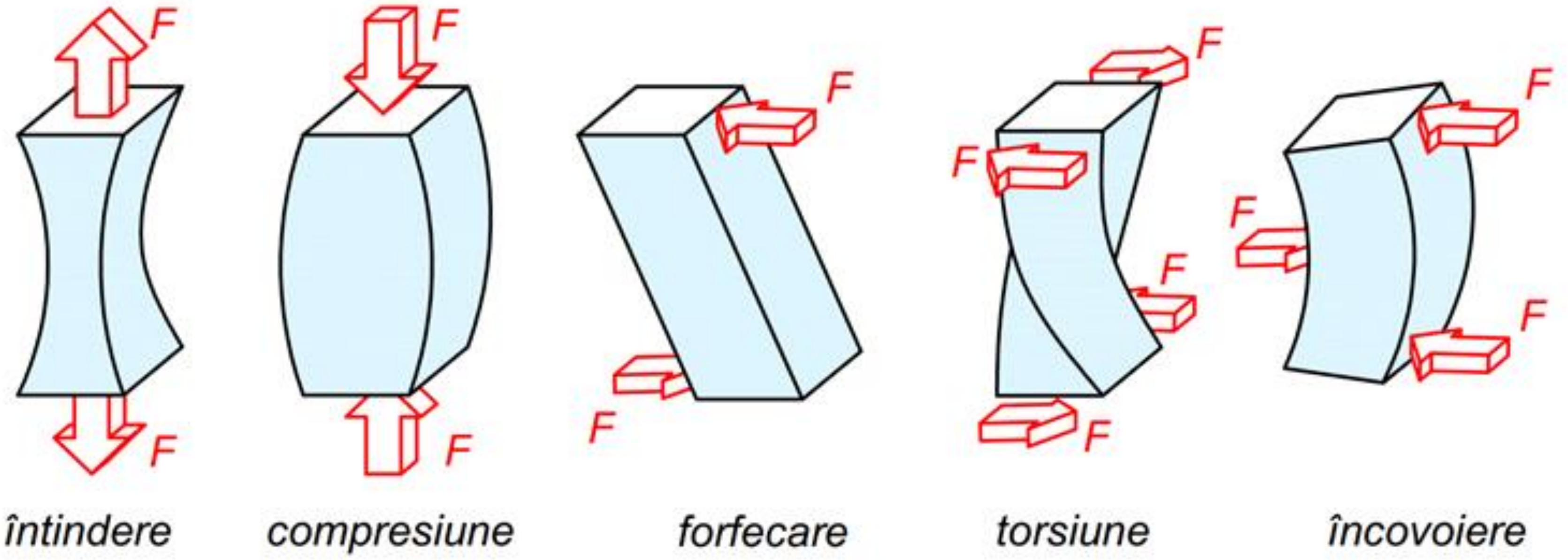




3.2. Forțe, care acționează în mecanisme

Capitolul introductiv de Rezistența Materialelor este axat pe rezolvarea problemelor de rezistență și rigiditate pentru bare.

Acestea pot fi solicitate în patru moduri distincte și anume:



Aceste tipuri de solicitări sunt numite **solicitări simple** și sunt abordate fiecare în parte în cadrul temei.

Adesea, corpurile pot fi acționate de **solicitări compuse**, formate din cel puțin două solicitări simple.

În cazul problemelor, care presupun solicitări compuse, la început sunt determinate efectele cauzate de solicitările simple, după care acestea se suprapun și se determină efectul cumulativ.

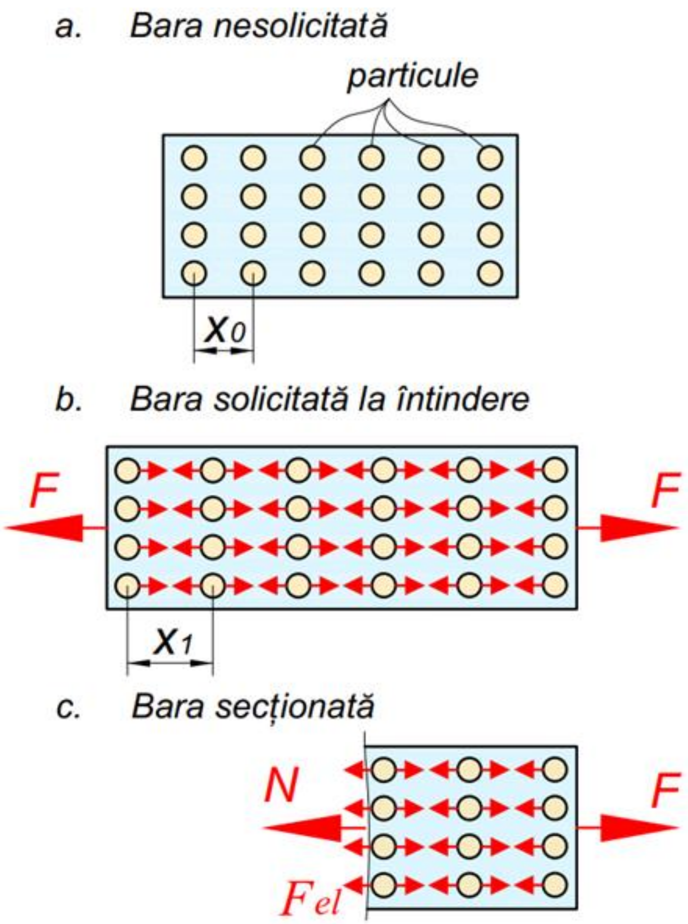
3.2. Forțe, care acționează în mecanisme

Forțe interioare.

Materialele sunt formate din atomi și molecule, din particule, poziționate într-o anumită ordine și la o anumită distanță una față de alta. În cazul în care particulele sunt forțate din exterior să-și schimbe pozițiile, între ele apar **forțe de atracție**, când sunt îndepărtate, și **forțe de respingere** când particulele sunt apropiate. Forțele generate în interiorul corpului, drept reacțiune la forțele exterioare, sunt numite **forțe interioare** sau **eforturi**. Acestea pot fi distribuite **uniform** sau **neuniform** în interiorul corpului.

Vom analiza, principial, cazul unei bare în plan, solicitată la întindere. Până la solicitare, particulele în bară sunt poziționate la distanța x_0 una față de alta.

La aplicarea forței exterioare *F*, particulele se deplasează astfel că distanța dintre ele devine x_1. Acest lucru are drept consecință generarea, între particule, a unor forțe de atracție elementare F_{el}, care pot fi vizualizate conceptual prin secționarea imaginară a barei. Sumate, forțele elementare F_{el} compun forța rezultantă numită **forța interioară normală** *N* sau **forța axială**.



3.2. Forțe, care acționează în mecanisme

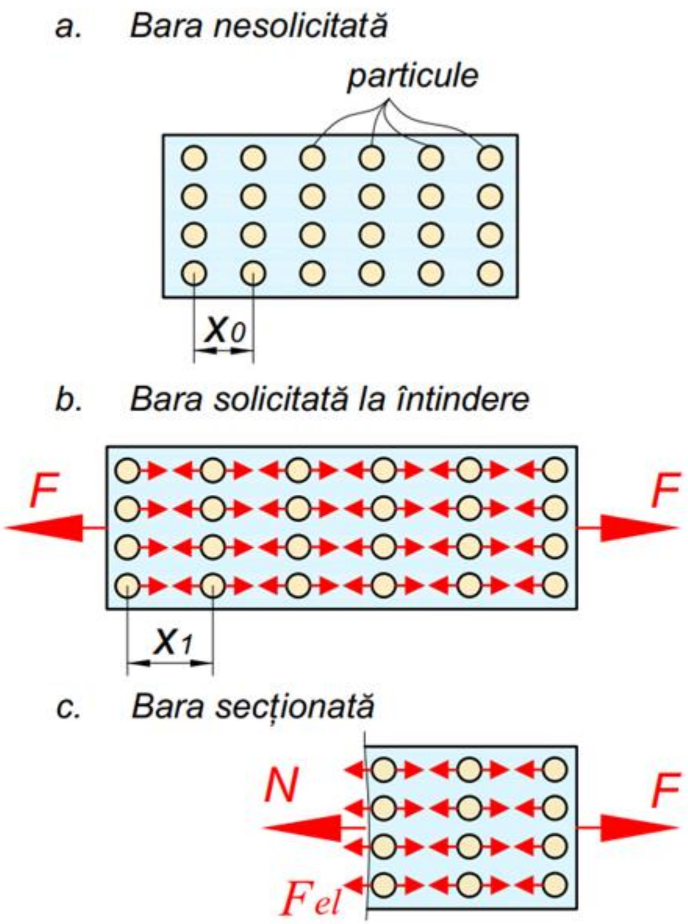
Forțe interioare.

Efectele descrise sunt în concordanță cu ***legea lui Hooke*** care spune că *deplasarea punctelor în corp sau mărimea deformației corpului este direct proporțională cu forța care cauzează deformația*. Afirmația dată este descrisă de relația:

$$F = kx,$$

unde k este o constantă, care depinde de natura materialului, care formează corpul, dar și de dimensiunile acestuia, iar x este deplasarea unui punct de interes pe corp.

Legea lui Hooke este validă atât la nivel microscopic cât și macroscopic însă poate fi aplicată doar în anumite condiții. Sub acțiunea forțelor exterioare, corpurile se deformează. Pentru început deformația este elastică, ceea ce înseamnă că după îndepărtarea forței deformația dispare. Dacă însă forța exterioară persistă și crește, deformația crește în consecință, însă corpul nu mai revine la forma și dimensiunile inițiale.

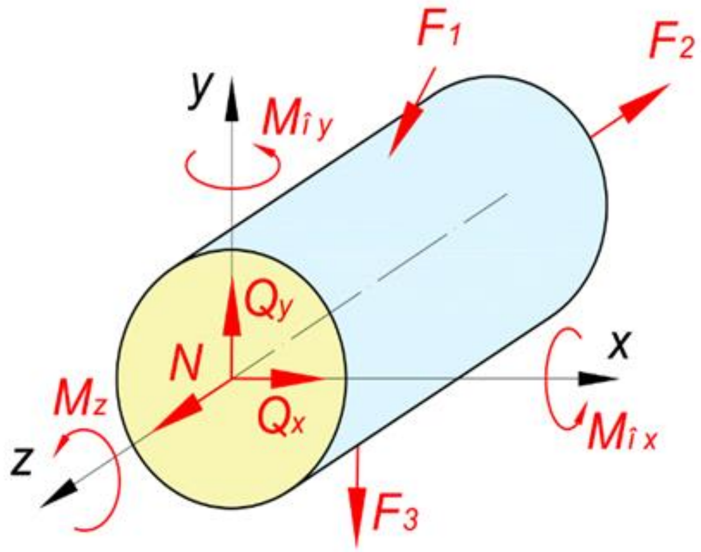


3.2. Forțe, care acționează în mecanisme

Forțe interioare.

În caz general, corpul poate fi solicitat de o multitudine de forțe externe, aplicate în diferite direcții. Drept consecință, în secțiunile transversale ale barei pot fi generate diferite tipuri de eforturi.

În **secțiunea transversala a barei solicitată în plan** pot exista maximum trei eforturi:



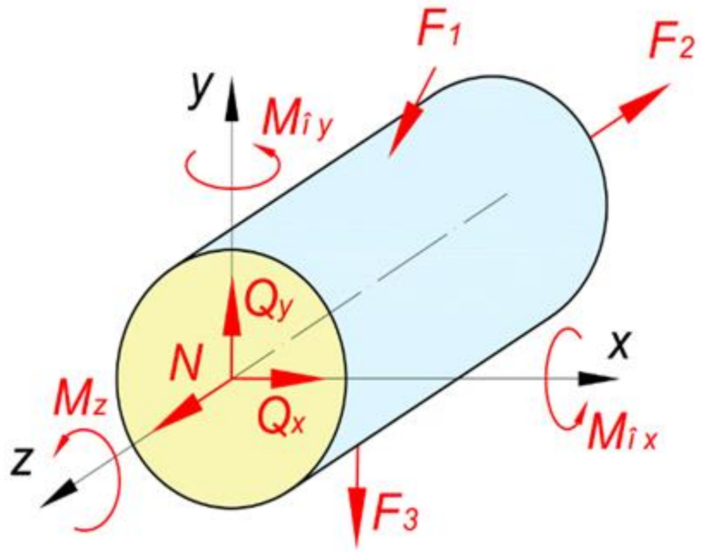
- **forța normală** sau **axială** *N*;
- **forța tăietoare** sau **transversală** *Q*;
- **momentul de încovoiere** $M_î$ care acționează în planul perpendicular planului secțiunii și apare la încovoierea barei.

3.2. Forțe, care acționează în mecanisme

Forțe interioare.

În caz general, corpul poate fi solicitat de o multitudine de forțe externe, aplicate în diferite direcții. Drept consecință, în secțiunile transversale ale barei pot fi generate diferite tipuri de eforturi.

În **secțiunea transversala a barei solicitată în spațiu** pot apărea maximum șase eforturi:



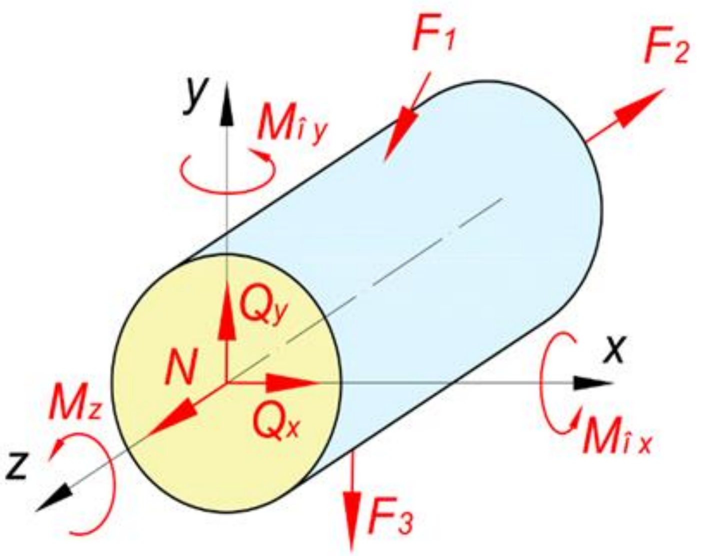
- **forța normală** sau **axială** N;
- **forțele tăietoare** (transversale) Q_x și Q_y;
- **momentele de încovoiere** $M_{îx}$ și $M_{îy}$;
- **momentul de torsiune** sau **răsucire** M_z ;

3.2. Forțe, care acționează în mecanisme

Forțe interioare.

În caz general, corpul poate fi solicitat de o multitudine de forțe externe, aplicate în diferite direcții. Drept consecință, în secțiunile transversale ale barei pot fi generate diferite tipuri de eforturi.

Fiecare dintre eforturile menționate este efectul unei solicitări simple. Astfel:

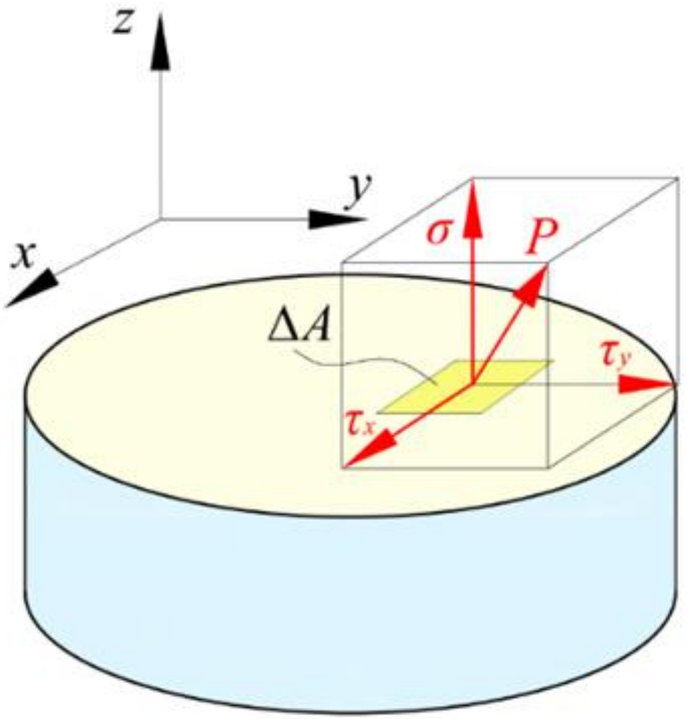


1. Forța axială *N* apare la întindere sau compresiune;
2. Forțele tăietoare Q_x și Q_y apar la solicitări de forfecare;
3. Momentele de încovoiere $M_{îx}$ și $M_{îy}$ apar la solicitarea la încovoiere;
4. Momentul de răsucire M_z apare la torsiune.

3.2. Forțe, care acționează în mecanisme

Eforturi unitare (tensiuni).

Eforturile în secțiunea transversală a corpului prezintă efectul rezultant al forțelor, care apar între particule, și se referă la toată secțiunea. În caz general, valoarea forțelor interne poate fi diferită de la un punct la altul al secțiunii. Aici apare necesitatea introducerii unei mărimi numită **tensiune**, care să reflecte valoarea localizată a forțelor interioare pe o unitate de arie.



Vom considera un element de suprafață ΔA pe secțiunea plană, de arie A, a unui obiect. Pe acest element acționează forța internă F_{in}, orientată în direcție arbitrară. Valoarea raportului:

$$P_{med} = \Delta F_{in} / \Delta A$$

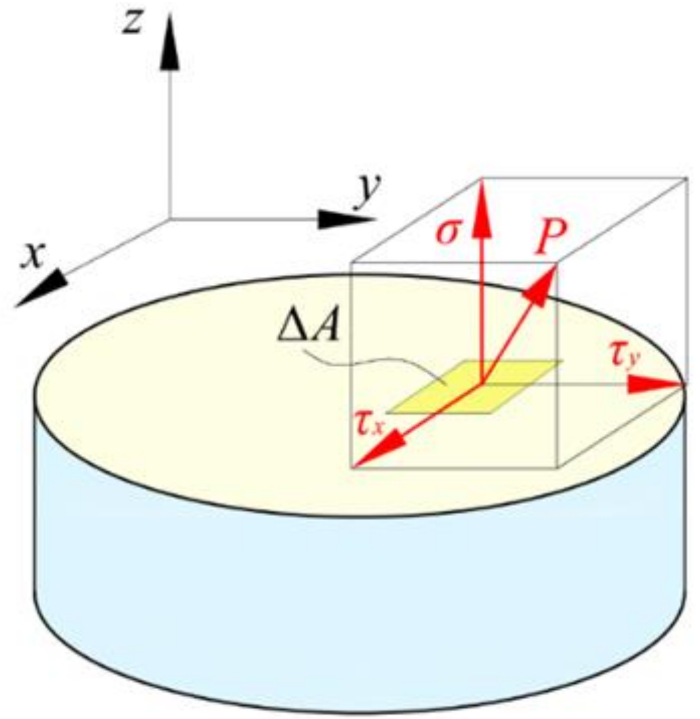
este numită **efort unitar mediu**. În cazul în care mărimea elementului de arie ΔA tinde spre zero, expresia ia forma:

$$P = \lim_{\Delta A \to 0} \Delta F_{in} / \Delta A$$

3.2. Forțe, care acționează în mecanisme

Eforturi unitare (tensiuni).

Eforturile în secțiunea transversală a corpului prezintă efectul rezultant al forțelor, care apar între particule, și se referă la toată secțiunea. În caz general, valoarea forțelor interne poate fi diferită de la un punct la altul al secțiunii. Aici apare necesitatea introducerii unei mărimi numită **tensiune**, care să reflecte valoarea localizată a forțelor interioare pe o unitate de arie.



Vectorul *P* se numește **efort unitar** sau **tensiune** [N/m^2 = *Pa*] și poate fi descompus în componente prin proiecția acestuia pe direcțiile celor trei axe de coordonate

Componenta perpendiculară pe secțiune este numită tensiune normală, notată cu simbolul σ. Componentele situate în planul secțiunii, pe direcția axelor *x* și *y*, sunt numite tensiuni tangențiale τ_x, și respectiv, τ_y.

Tensiunile normale apar în cazul în care particulele care formează materialul sunt forțate să se îndepărteze sau să se apropie una fața de alta. Tensiunile tangențiale apar în cazul în care particulele sunt forțate să se deplaseze în planul secțiunii, adică să alunece una față de alta.

3.2. Forțe, care acționează în mecanisme

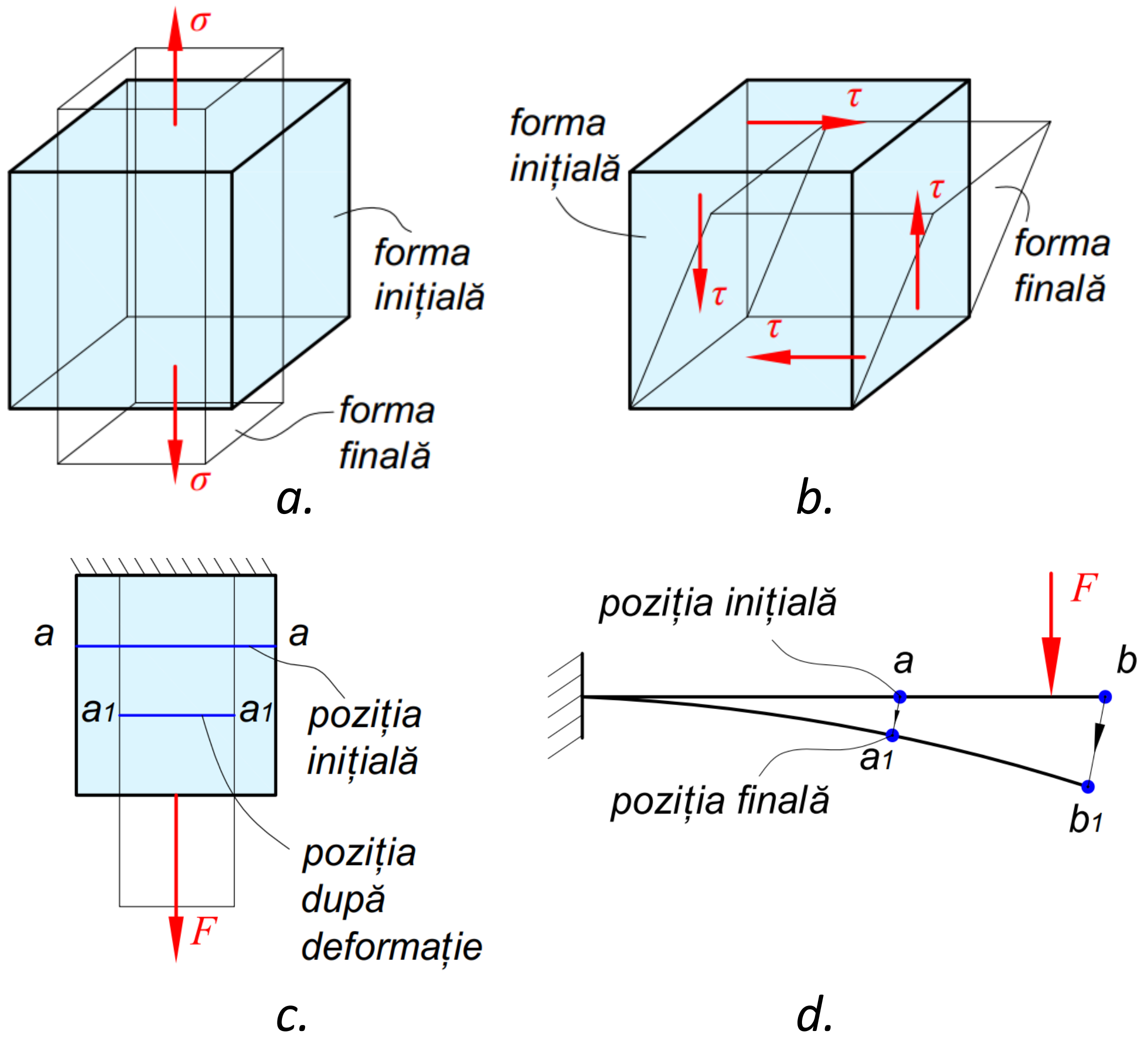
Deformații și deplasări.

Deformațiile și deplasările sunt consecințe ale acțiunii forțelor exterioare asupra unui corp. Deformațiile generate pot fi fie de dimensiuni, fie de formă, fie ambele

Deplasarea este drumul parcurs de un punct al piesei, ca urmare a deformației. În figura *c* este prezentat cazul unei bare solicitate la întindere, în care poate fi observată deplasarea punctelor aflate, inițial, pe linia *a - a*. După deformație, punctele s-au deplasat către linia a_1 - a_1.

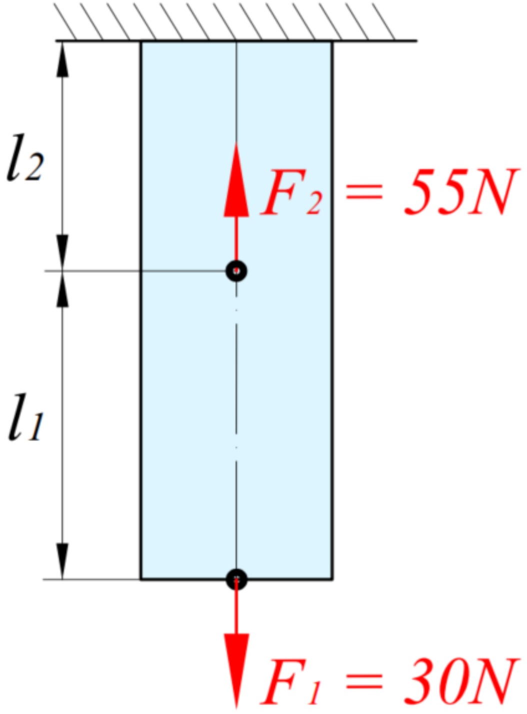
Figura *d* afișează cazul unei console deformate, pentru care punctele *a* și *b* se deplasează către pozițiile a_1 și b_1.

Calculul deformațiilor și deplasărilor este subiectul calculului la rigiditate.



3.3. Calculul la întindere și compresiune

Problemele de rezistență presupun determinarea tensiunilor în diferite puncte ale secțiunilor corpului. Un pas preliminar determinării tensiunilor este calculul forțelor interioare. Acest lucru se face implicând **metoda secțiunilor** și aplicarea **ecuațiilor de echilibru**.



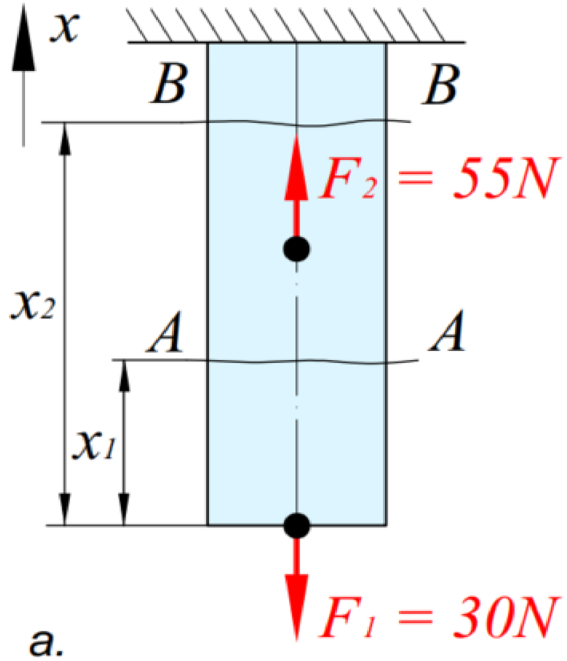
Vom analiza o bară, pe care acționează două forțe pe direcție axială $F_1 = 30N$ și $F_2 = 55N$.

În mod obișnuit, calculul începe cu determinarea forțelor de reacțiune în reazeme.

În unele cazuri, cum este cel de față, se poate trece la pașii următori, desconsiderând reacțiunile.

3.3. Calculul la întindere și compresiune

Problemele de rezistență presupun determinarea tensiunilor în diferite puncte ale secțiunilor corpului. Un pas preliminar determinării tensiunilor este calculul forțelor interioare. Acest lucru se face implicând **metoda secțiunilor** și aplicarea **ecuațiilor de echilibru**.



Aplicăm două plane, care secționează bara în două locuri.

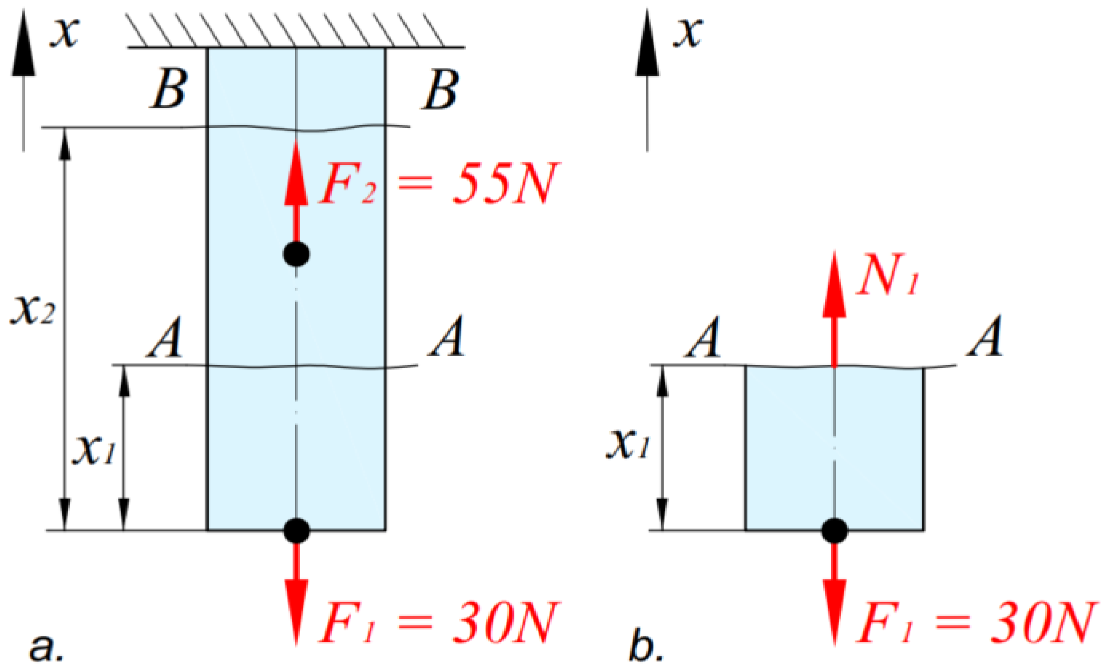
Primul plan, situat la distanța x_1 față de capătul barei, formează secțiunea *A-A* și se găsește între punctele de aplicare a forțelor F_1 și F_2.

Al doilea plan, situat la distanța x_2 față de același reper, formează secțiunea *B-B* aflată între punctul de aplicare a forței F_2 și reazem.

În general, planele de secționare se aplică în locuri unde se presupune că efectele în interiorul barei nu se schimbă sau se schimbă în mod continuu.

3.3. Calculul la întindere și compresiune

Problemele de rezistență presupun determinarea tensiunilor în diferite puncte ale secțiunilor corpului. Un pas preliminar determinării tensiunilor este calculul forțelor interioare. Acest lucru se face implicând **metoda secțiunilor** și aplicarea **ecuațiilor de echilibru**.



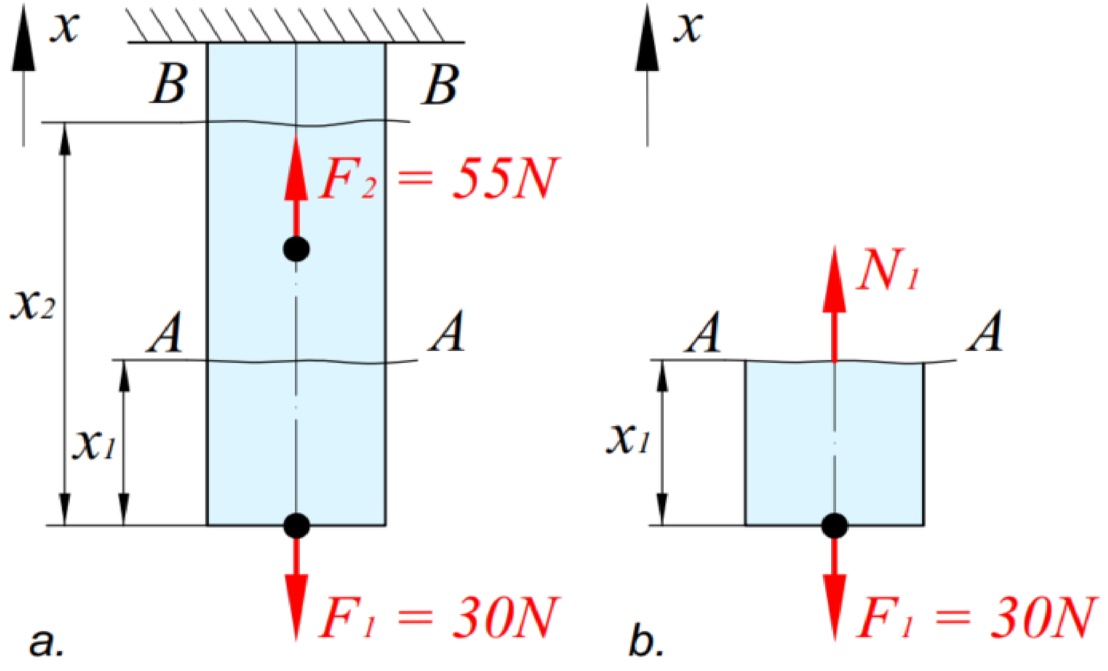
Începem cu secțiunea *A-A*, care împarte bara în două sectoare și înlăturăm una din ele. Este recomandabilă înlăturarea sectorului cu cele mai multe forțe aplicate, acest lucru simplificând calculele. În acest caz particular înlăturăm sectorul, care conține reazemul întrucât forțele de reacțiune nu au fost determinate.

În planul secționat al sectorului rămas aplicăm forțele interioare, care pot apărea. Întrucât bara este solicitată doar pe direcția axei, în secțiune apare o singură forță interioară – *N*, care poate fi funcție de distanța x_1.

Dacă forța interioară normală solicită bara la întindere, convențional îi este atribuit semnul pozitiv și invers.

3.3. Calculul la întindere și compresiune

Problemele de rezistență presupun determinarea tensiunilor în diferite puncte ale secțiunilor corpului. Un pas preliminar determinării tensiunilor este calculul forțelor interioare. Acest lucru se face implicând **metoda secțiunilor** și aplicarea **ecuațiilor de echilibru**.



Având indicate toate forțele pe sectorul izolat, atât cele exterioare cât și cele interioare, aplicăm ecuațiile de echilibru.

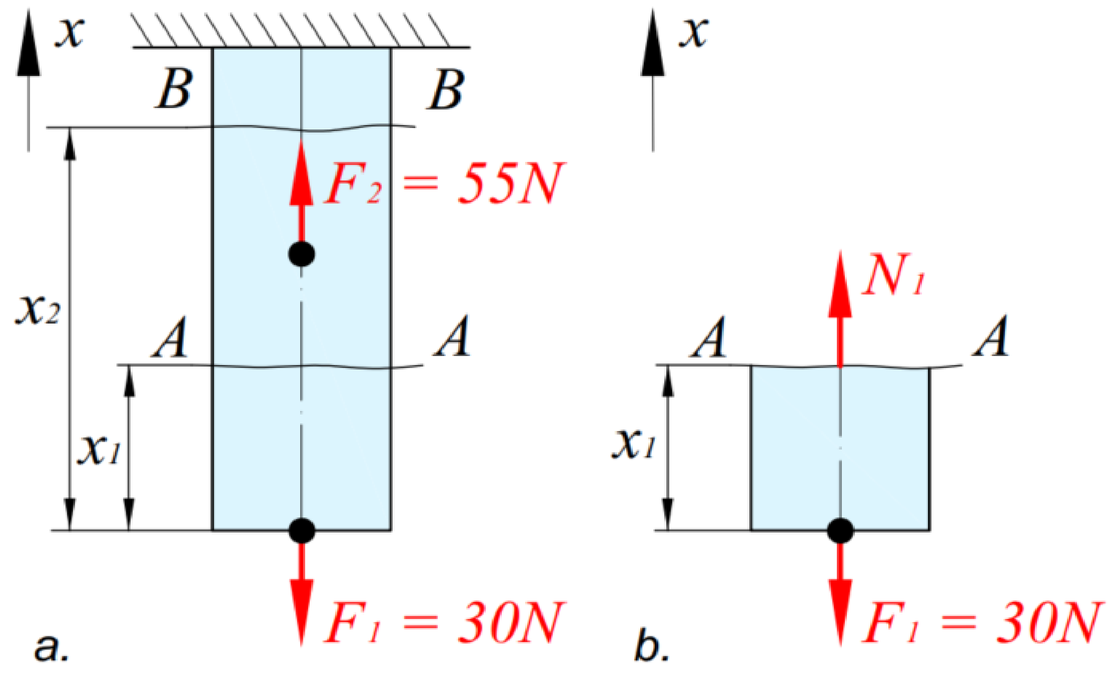
Ecuațiile de echilibru constau în sumarea tuturor forțelor (sau momentelor) proiectate dea lungul unei axe de coordonate și egalarea sumei cu zero.

Aceasta este, de fapt, aplicarea Legii a Doua a lui Newton, $\Sigma F = m \cdot a$, dar, întrucât obiectele analizate sunt statice, partea dreaptă a ecuației este egală cu zero.

Deoarece avem forțe dispuse pe o singură axă, aplicăm o singură ecuație de echilibru. Semnele forțelor se identifică în baza orientării axelor de coordonate.

3.3. Calculul la întindere și compresiune

Problemele de rezistență presupun determinarea tensiunilor în diferite puncte ale secțiunilor corpului. Un pas preliminar determinării tensiunilor este calculul forțelor interioare. Acest lucru se face implicând **metoda secțiunilor** și aplicarea **ecuațiilor de echilibru**.



Astfel, forța F_1, fiind orientată în direcție opusă axei de coordonate *x*, are semnul negativ, iar forța normală N_1, fiind dispusă în direcția axei *x*, are semnul pozitiv:

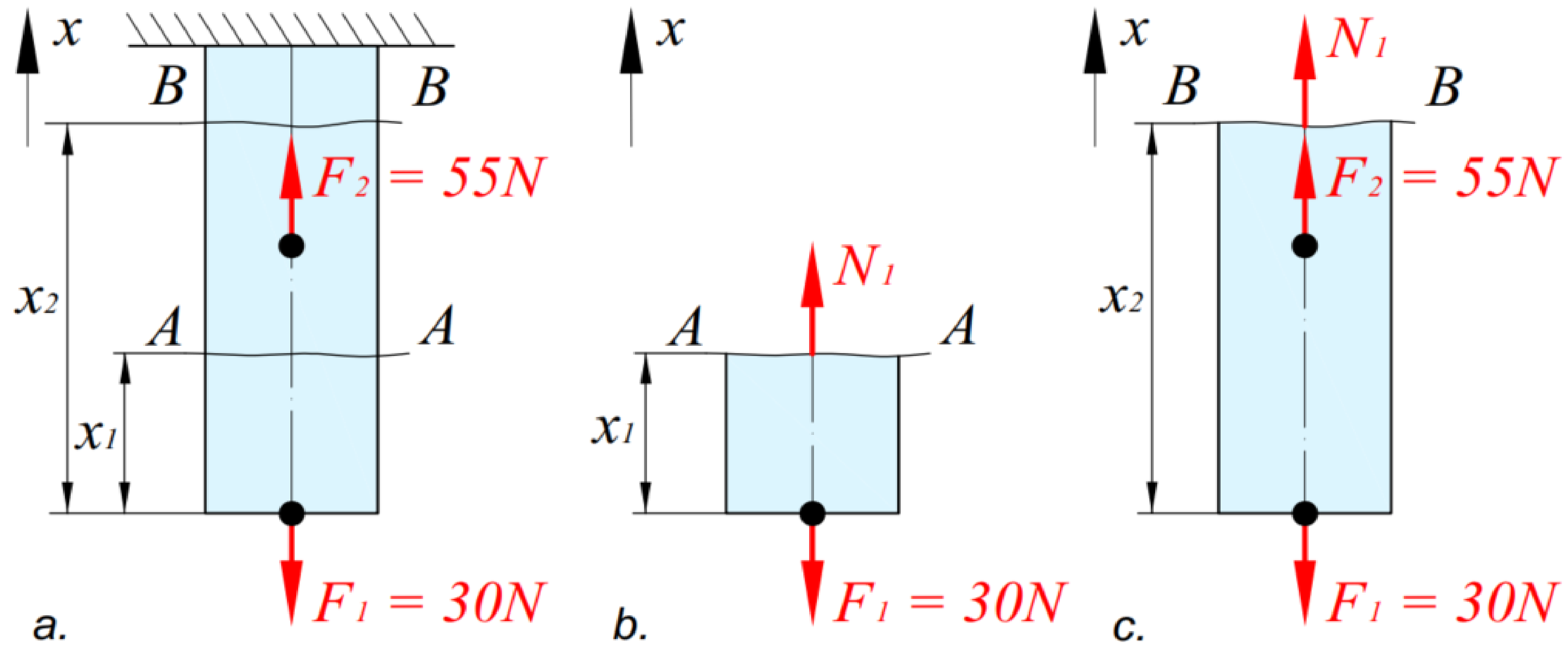
$$\Sigma F_x = 0; \qquad \Sigma F_x = -F_1 + N_1(x_1) = 0;$$

$$\Sigma F_x = -30N + N_1(x_1) = 0; \quad N_1(x_1) = 30N.$$

Valoarea pozitivă calculată pentru forța interioară N_1 ne arată că direcția aplicată inițial a fost corectă, bara fiind solicitată la întindere. De asemenea, faptul că în rezultat a fost obținută o valoare constantă ne spune că pentru acest sector, forța interioară N_1 nu este funcție de distanța x_1, adică, forța interioară este aceeași pentru întreg sectorul.

3.3. Calculul la întindere și compresiune

Problemele de rezistență presupun determinarea tensiunilor în diferite puncte ale secțiunilor corpului. Un pas preliminar determinării tensiunilor este calculul forțelor interioare. Acest lucru se face implicând **metoda secțiunilor** și aplicarea **ecuațiilor de echilibru**.



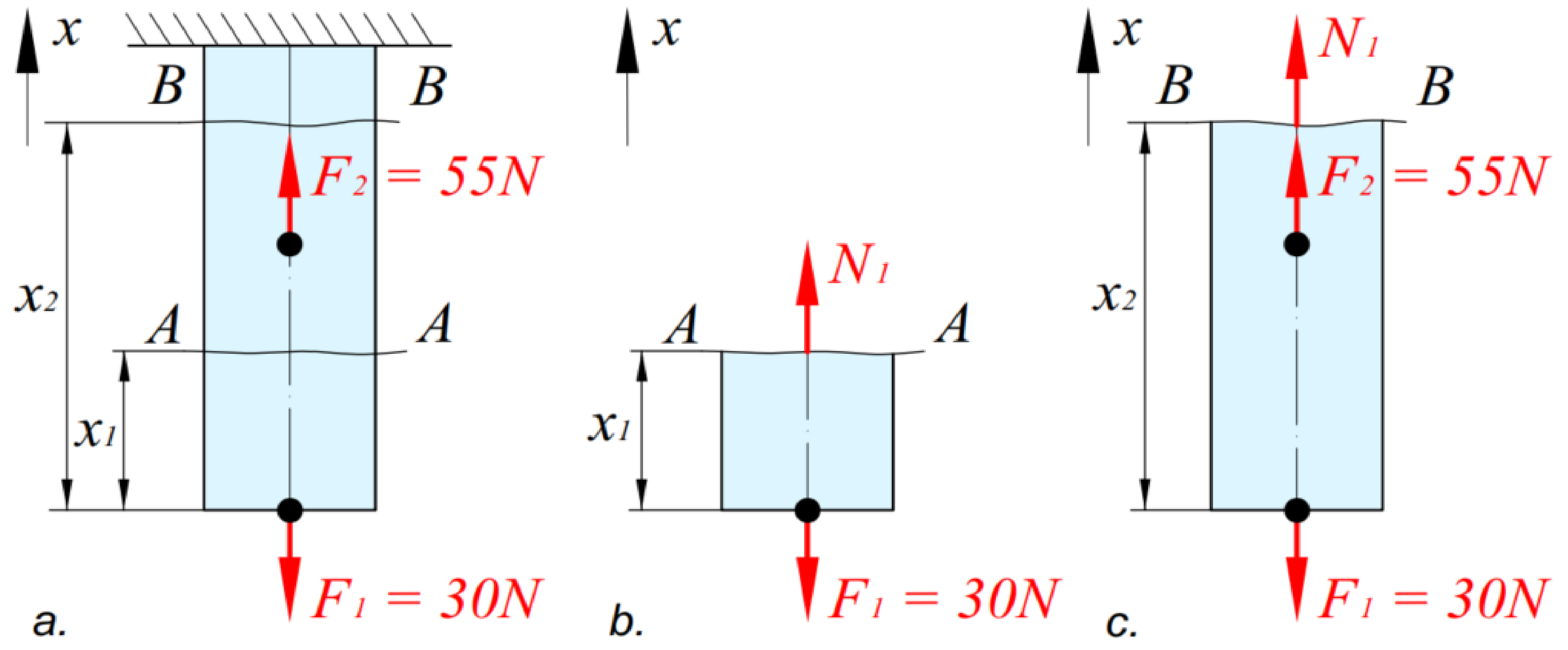
Același set de pași îl parcurgem pentru cazul secțiunii *B-B* și anume:

- Înlăturăm una din cele două parți ale barei secționate;

- În secțiunea sectorului rămas aplicăm o forță interioară, orientată pozitiv conform regulii semnelor

3.3. Calculul la întindere și compresiune

Problemele de rezistență presupun determinarea tensiunilor în diferite puncte ale secțiunilor corpului. Un pas preliminar determinării tensiunilor este calculul forțelor interioare. Acest lucru se face implicând **metoda secțiunilor** și aplicarea **ecuațiilor de echilibru**.



- Aplicăm ecuațiile de echilibru pentru a determina valoarea și direcția forței interioare necunoscute.

$$\Sigma F_x = -F_1 + F_2 + N_2(x_2) = 0;$$

$$\Sigma F_x = -30N + 55N + N_2(x_2) = 0;$$

$$N_2(x_2) = -25N.$$

Valoarea negativă constantă obținută pentru N_2, ne arată că sectorul doi este supus compresiunii, iar forța interioară este aceeași, indiferent unde este poziționat planul de secționare pe acest sector.

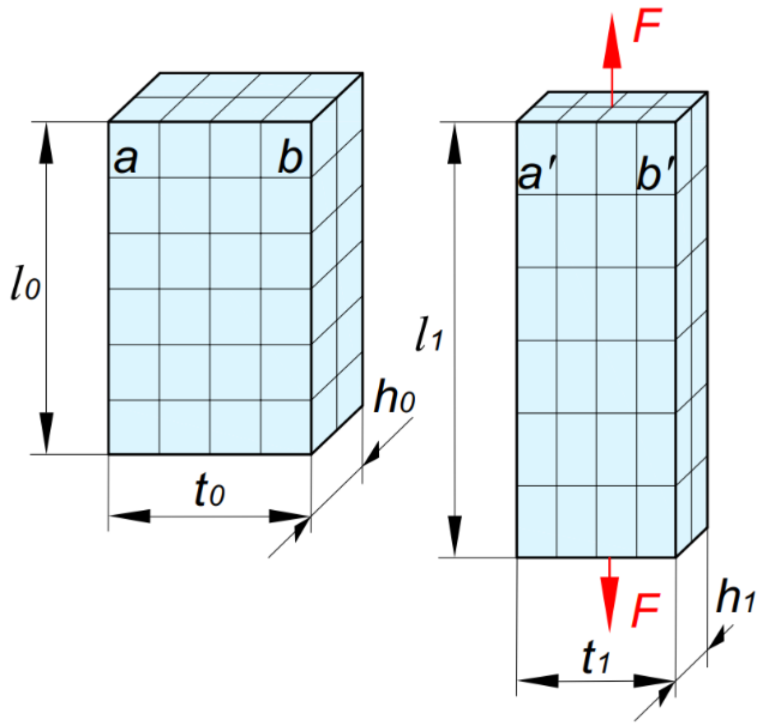
3.3. Calculul la întindere și compresiune

După determinarea forțelor interioare, pot fi calculate tensiunile și deformațiile barei. Tensiunile calculate sunt comparate cu valori maxim admisibile și astfel se stabilește dacă corpul va rezista sau nu sub acțiunea forțelor externe.

Solicitările la întindere sau compresiune generează deformații de întindere sau compresiune care, la rândul lor, cauzează tensiuni normale σ.

Pentru a determina modul de repartizare a acestora pe secțiunile transversale, vom analiza deformația unei bare cu lungimea l_0, lățimea t_0 și grosimea h_0.

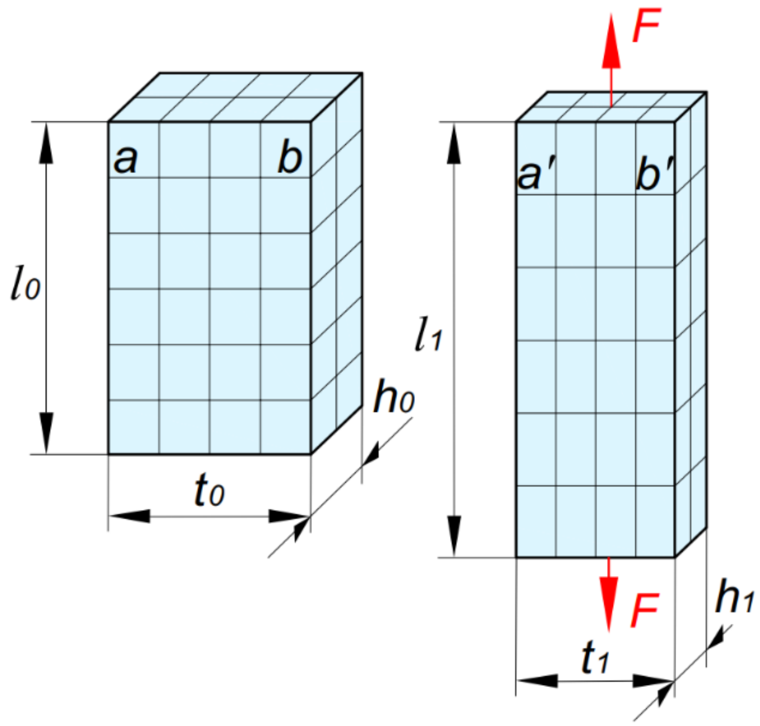
Pe suprafața barei sunt trasate linii verticale și orizontale, care formează un câmp de dreptunghiuri. La aplicarea forței *F* pe capetele barei, liniile trasate rămân drepte și paralele însă se deplasează. Spre exemplu, toate punctele pe linia *a-b* se deplasează în același mod către poziția *a'-b'*. Admitem că secțiunile plane în interiorul barei rămân plane și după deformație, iar punctele pe plan se deplasează la fel ca în cazul liniilor trasate pe suprafață.



3.3. Calculul la întindere și compresiune

După determinarea forțelor interioare, pot fi calculate tensiunile și deformațiile barei. Tensiunile calculate sunt comparate cu valori maxim admisibile și astfel se stabilește dacă corpul va rezista sau nu sub acțiunea forțelor externe.

Solicitările la întindere sau compresiune generează deformații de întindere sau compresiune care, la rândul lor, cauzează tensiuni normale σ.



Forța axială internă *N* este rezultanta eforturilor elementare *σdA* pe toată suprafața *A* a secțiunii:

$$N = \int_A \sigma dA.$$

Deoarece punctele pe secțiunile transversale se deplasează la fel, tensiunile σ formate sunt constante pe toată suprafața:

$$N = \sigma \int_A dA = \sigma A,$$

de unde:

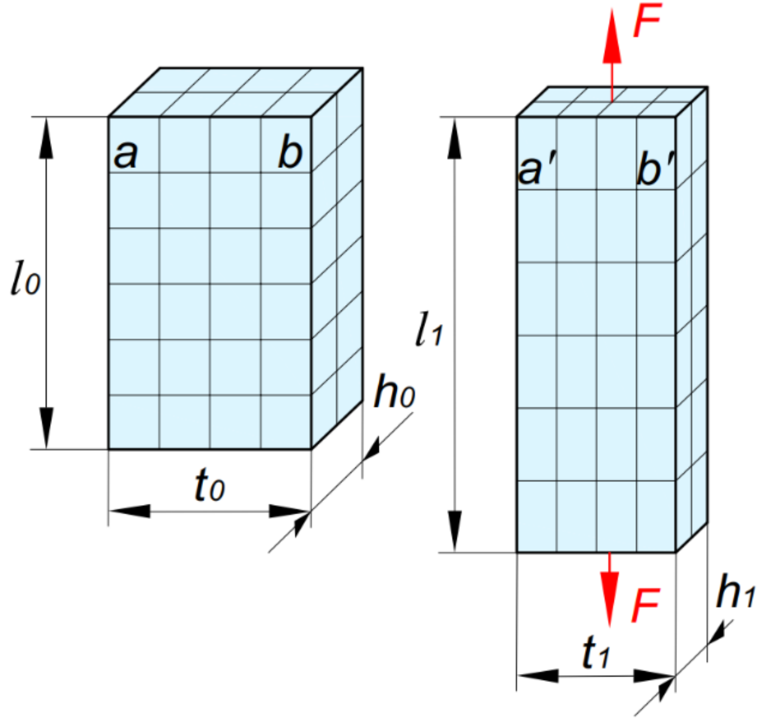
$$\sigma = N/A.$$

3.3. Calculul la întindere și compresiune

După aplicarea forței F, lungimea inițială l_0 a barei devine l_1. Diferența dintre cele două mărimi, notată cu Δl sau δ și egală cu $\Delta l = l_1 - l_0$, se numește **alungire** (în cazul întinderii) sau **scurtare** (în cazul compresiunii).

O altă mărime, care caracterizează deformația barei, este ε **alungirea specifică (relativă)** sau **scurtarea specifică (relativă)** și este definită de relația:

$$\varepsilon = {}^{\Delta l}\!/_{l_0} = {}^{l_1 - l_0}\!/_{l_0}.$$



Alungirea sau scurtarea specifică este o mărime adimensională care, pentru cele mai multe corpuri reale, are o valoare mică. În limitele deformației elastice a corpului, tensiunile normale σ sunt direct proporționale cu deformația specifică ε:

$$\varepsilon = {}^{\sigma}\!/_{E} = {}^{N}\!/_{AE},$$

unde E este o constantă de proporționalitate specifică materialului, numită modul de elasticitate longitudinală sau modulul lui Young $[N/m^2]$.

3.3. Calculul la întindere și compresiune

Ținând cont de relațiile precedente, putem scrie relația, cu ajutorul căreia este determinată alungirea *Δl* a barei:

$$\Delta l = {Nl_0}/{AE}.$$

Mărimea AE este numită rigiditatea la întindere sau compresiune a secțiunii.

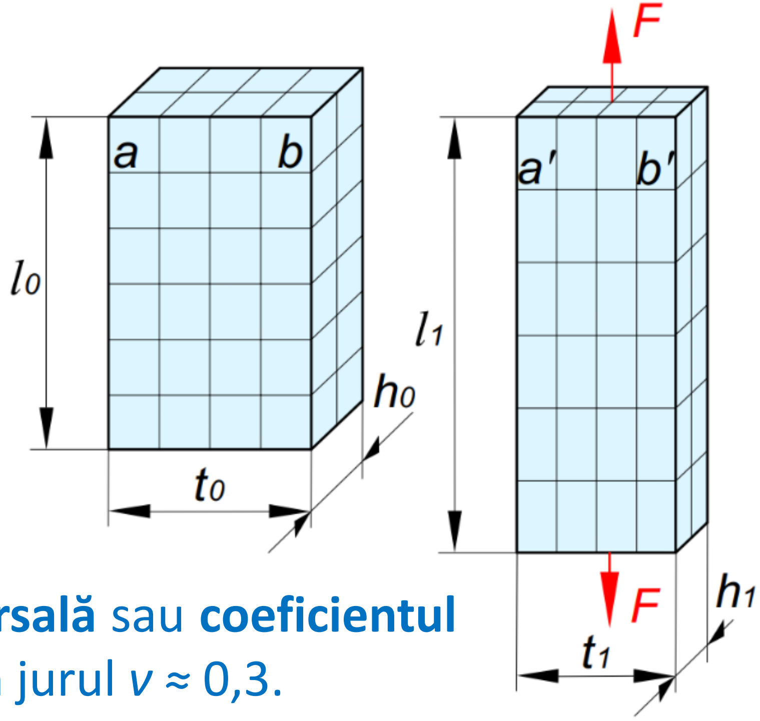
La aplicarea solicitărilor axiale, pe lângă schimbarea lungimii, are loc micșorarea secțiunilor transversale ale corpului. Astfel, bara și-a modificat lățimea t_0, care devine t_1, și grosimea h_0 care devine h_1:

$$\Delta t = t_0 - t_1; \quad \Delta h = h_0 - h_1.$$

Fenomenul de îngustare este caracterizat de mărimea ε_t numită îngustare transversală:

$$\varepsilon_t = {\Delta t}/{t_0} \cdot 100\% = {\Delta h}/{h_0} \cdot 100\%.$$

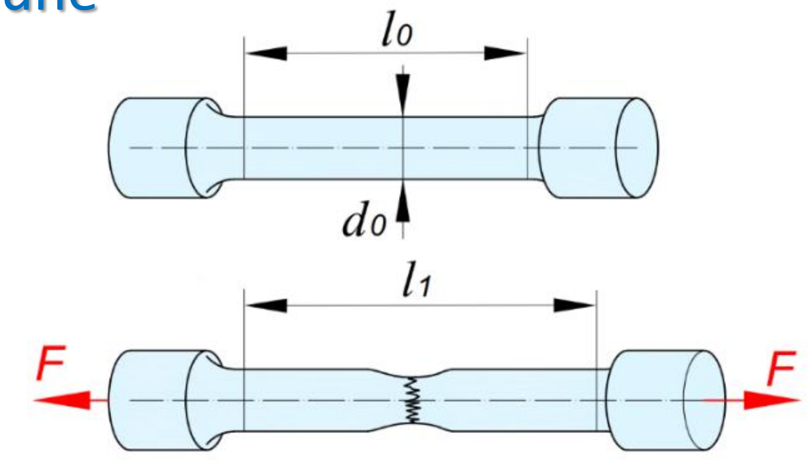
Între alungirea corpului și îngustarea acestuia există o dependență proporțională exprimată de relația: $\varepsilon_t = -\nu \cdot \varepsilon.$



Coeficientul de proporționalitate *ν* este numit **coeficientul de îngustare transversală** sau **coeficientul Poisson**. Pentru majoritatea materialelor, acest coeficient are o valoare situată în jurul *ν* ≈ 0,3.

3.3. Calculul la întindere și compresiune

Studiul experimental al materialelor la întindere



Proprietățile materialelor sunt determinate experimental, supunând piese, cu dimensiuni standardizate, la diferite tipuri de solicitări. Unul dintre cele mai importante teste este încercarea la întindere a corpului. În acest scop, este pregătită o epruvetă cilindrică, din materialul de interes, cu lungimea l_0 = 100 *mm* și diametrul d_0 = 10 *mm*.

Capetele îngroșate ale epruvetei sunt introduse în fălcile mașinii de încercat la întindere, care solicită piesa cu o sarcină statică care este înregistrată.

De asemenea, mașina este echipată cu un dispozitiv, care măsoară deformația sub formă de alungire a epruvetei, date care la fel sunt înregistrate.

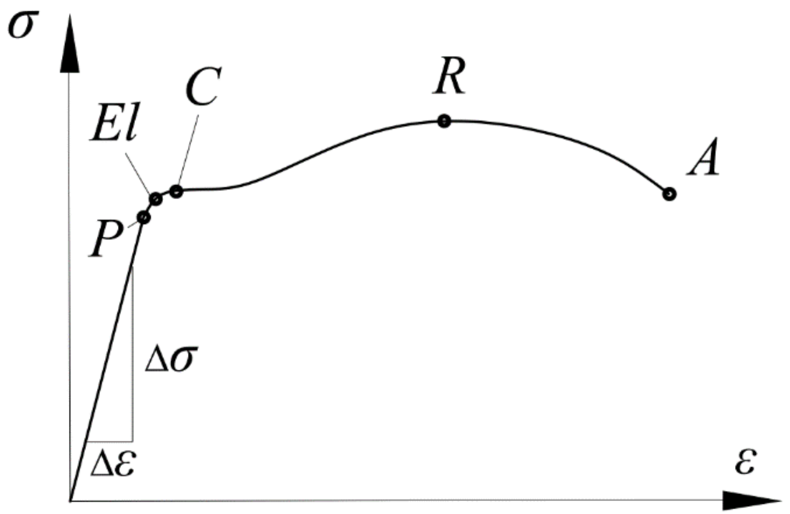
Ținând cont de lungimea inițială și aria secțiunii transversale cunoscute, calculatorul mașinii afișează diagrama la întindere, care prezintă relația dintre tensiunile normale σ și alungirea specifică ε.

Diagrama la întindere oferă informații privind proprietățile materialului testat.

3.3. Calculul la întindere și compresiune

Studiul experimental al materialelor la întindere. Diagrama la întindere.

Tensiunea normală, care corespunde punctului *P* pe grafic, se numește limita de proporționalitate, notată cu σ_{pr}. Până la această valoare, deformațiile ε sunt proporționale cu tensiunile σ, dependență care se manifestă grafic printr-o linie dreaptă. Panta acestei linii, exprimată de raportul $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$, reprezintă modulul lui Young *E* caracteristic materialului. Până la limita de proporționalitate, este valabilă legea lui Hooke.



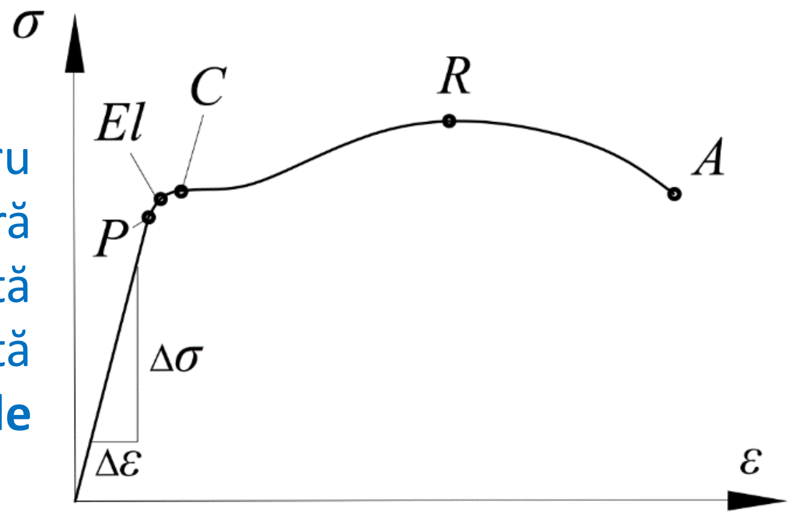
Tensiunea, care corespunde punctului *El*, reprezintă limita de elasticitate a materialului, notată cu σ_{el}. Până la atingerea acestei valori a tensiunii, materialul are un comportament elastic, adică, după îndepărtarea solicitării, materialul revine la forma și dimensiunile inițiale. Dincolo de această valoare, corpul se deformează plastic.

Întrucât materialele nu sunt perfect elastice, în realitate corpul nu-și revine complet după îndepărtarea forței, păstrând deformații remanente. În cazul în care aceste deformații sunt foarte mici, de aproximativ 0,01%, se consideră că, condiția de elasticitate este satisfăcută.

Valoarea tensiunii, pentru care deformația are o asemenea valoare, este numită limita de elasticitate tehnică.

3.3. Calculul la întindere și compresiune

Studiul experimental al materialelor la întindere. Diagrama la întindere.



Punctul *C* pe grafic corespunde **limitei de curgere a materialului**. Pentru valoarea dată a tensiunii, notată cu σ_c, materialul se deformează rapid fără creșterea substanțială a forței de întindere. Unele materiale nu manifestă zona de curgere. În aceste cazuri, drept limită de curgere este considerată tensiunea, pentru care epruveta se deformează cu 0,2%, numită **limită de curgere convențională**.

Punctul R corespunde valorii maxime a tensiunilor, pe care materialul le poate suporta, aceasta reprezentând rezistența la rupere, notată cu σ_r. Valoarea dată este definită de relația:

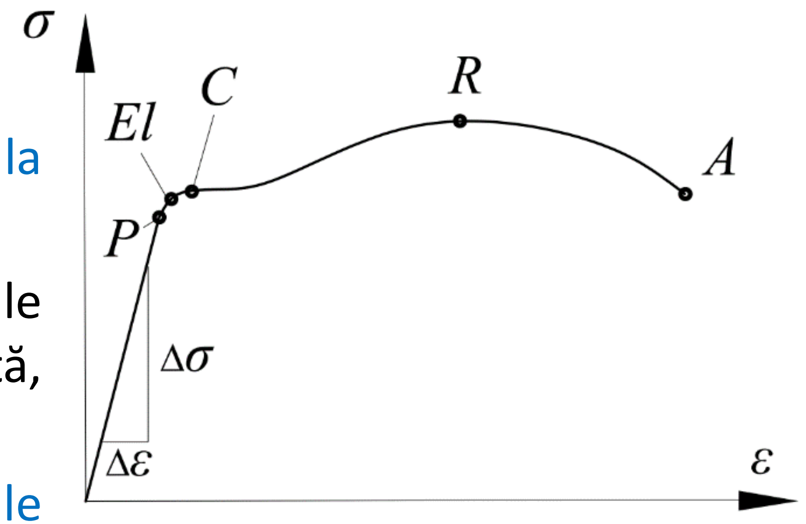
$$\sigma_r = F_{max} / A_0 ,$$

unde F_{max} este forța maximă înregistrată în timpul încercării, iar A_0 este aria inițială a secțiunii transversale a epruvetei.

În jurul acestei valori a tensiunii, corpul suferă deformații plastice importante. Dincolo de valoarea σ_r, deformația se localizează și pe epruvetă apare o gâtuire, regiune în care aria transversală se micșorează. La această etapă, forța înregistrată scade și după o perioadă are loc ruperea materialului, care corespunde punctului *A*.

3.3. Calculul la întindere și compresiune

Studiul experimental al materialelor la întindere. Diagrama la întindere.



Toate aceste valori, determinate cu ajutorul diagramei solicitării la întindere, sunt importante privind calculul de rezistență.

În dependență de problemă sau cerințele față de piesă, dintre valorile menționate (σ_{pr}, σ_{el}, σ_c, σ_r), drept valoare de referință, se alege cea relevantă, care trebuie să fie mai mare decât tensiunile maxime calculate.

În acest scop este introdusă **condiția de rezistență**, care spune că tensiunile maxime calculate σ_{max} nu trebuie să depășească valoarea admisibilă [σ].

Dacă considerăm drept valoare de referință limita de curgere σc, atunci tensiunea admisibilă este calculată cu relația:

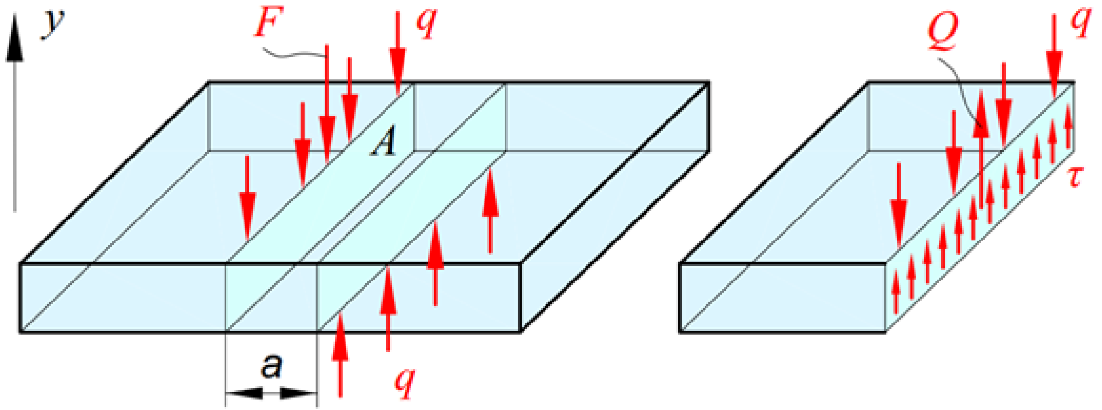
$$[\sigma] = \sigma_c / [n],$$

unde [n] este coeficientul de siguranță. Acest coeficient are valori mai mari ca 1 și vine să acopere inexactitățile admise la determinarea tensiunilor. În dependență de gradul de responsabilitate a piesei, acest coeficient poate atinge valoarea de 10.

3.4. Calculul la solicitări de forfecare

Solicitarea la forfecare pură are loc atunci când asupra corpului acționează forțe transversale, adică forțe aplicate perpendicular pe axa piesei, egale și dispuse în sens contrar. Acest tip de solicitare este întâlnit la asamblările cu nituri, buloane, în angrenajele în care sunt utilizate pene, sudură etc.

În figura alăturată este prezentată o placă supusă forfecării sub acțiunea a două forțe *q* distribuite pe o linie, de o parte și de alta a piesei. Fenomenul de forfecare pură se manifestă în cazul, în care distanța a dintre planele de aplicație a forțelor este mică. Pentru o distanță a mai mare, pe lângă forfecare, apar efectele caracteristice încovoierii.



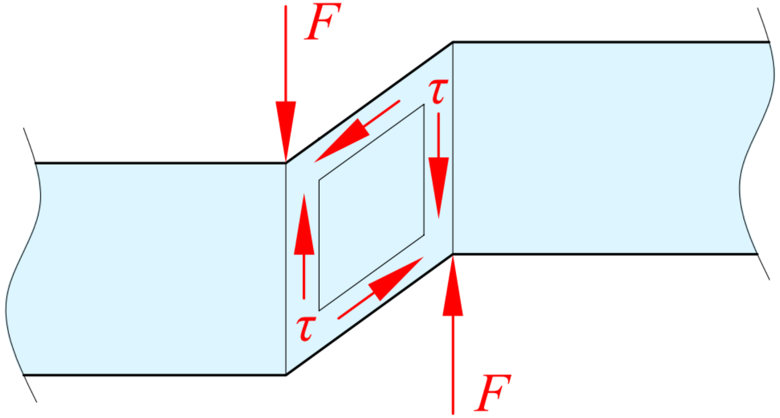
Sarcina distribuită *q* poate fi înlocuită cu o forță concentrată echivalentă *F*. Aplicăm un plan perpendicular în limitele distanței *a*, care secționează placa, împărțind-o în două sectoare și înlăturăm unul din ele, spre exemplu cel din partea dreaptă. În secțiune apar tensiuni tangențiale *τ* care se opun forfecării și au drept rezultantă forța tăietoare interioară *Q*. Formulăm o ecuație de echilibru care implică forțele orientate dea lungul axei *y*:

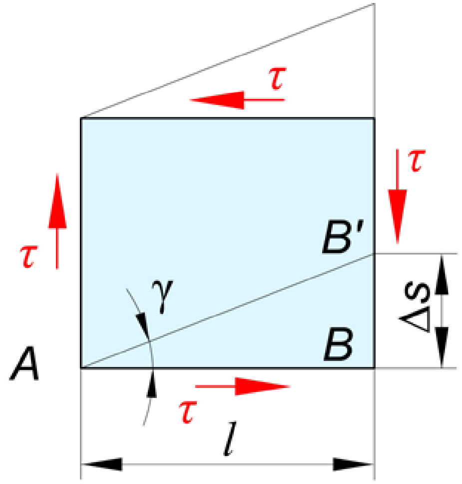
$$\Sigma F_y = 0; \qquad \Sigma F_y = -F + Q = 0; \qquad Q = F.$$

3.4. Calculul la solicitări de forfecare

Vom analiza vederea laterală a piesei solicitate la forfecare. Deformarea porțiunii, aflate între punctele de aplicare a celor două forțe echivalente *F*, are drept consecință deplasarea punctelor pe corp. Spre exemplu, punctul *B* s-a deplasat în poziția *B'*, mărimea deplasării fiind notată cu *Δs*. Admitem că punctele, pe întreaga secțiune transversală, s-au deplasat cu aceeași mărime *Δs*. Pornind de la această premisă, putem afirma că tensiunile tangențiale sunt distribuite uniform și pot fi determinate cu relația:

$$\tau = F/A \leq [\tau],$$





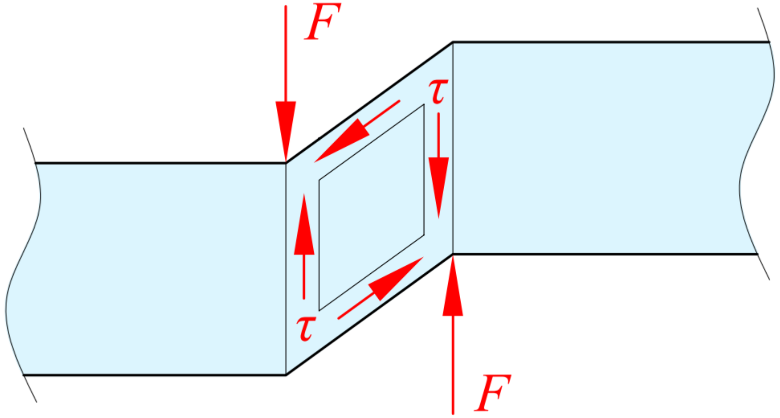
unde *A* este aria secțiunii transversale a piesei. Tensiunile calculate nu trebuie să depășească valoarea admisibilă *[τ]*. Pentru materialele plastice, *[τ]* = (0,5..0,6)·*[σ]*, iar pentru cele casante *[τ]* = (0,7..1,0)·*[σ]*. *[σ]* sunt tensiunile normale admisibile pentru solicitarea la întindere.

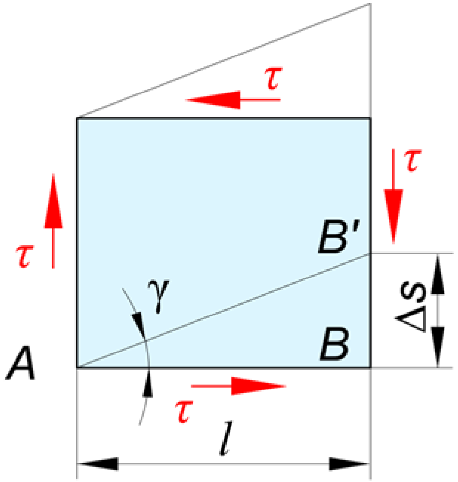
3.4. Calculul la solicitări de forfecare

Vom analiza vederea laterală a piesei solicitate la forfecare. Deformarea porțiunii, aflate între punctele de aplicare a celor două forțe echivalente *F*, are drept consecință deplasarea punctelor pe corp. Spre exemplu, punctul *B* s-a deplasat în poziția *B'*, mărimea deplasării fiind notată cu *Δs*. Admitem că punctele, pe întreaga secțiune transversală, s-au deplasat cu aceeași mărime *Δs*.

Deformația la forfecare este caracterizată de unghiul de deformație *γ*. Se constată că există o legătură directă în unghiul de deformație *γ* și tensiunile tangențiale *τ*.

$$\gamma = \tau / G,$$





unde *G* este modulul de elasticitate la forfecare care, ca și modulul de elasticitate longitudinală (modulul lui Young), este o proprietate a materialului.

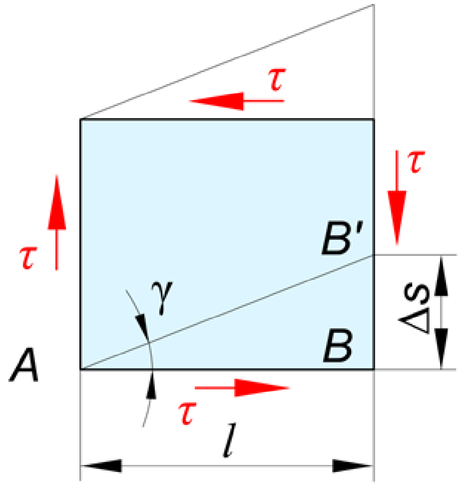
Relația dată se numește Legea lui Hooke pentru solicitarea la forfecare.

3.4. Calculul la solicitări de forfecare

Între modulul de elasticitate la forfecare *G*, coeficientul de contracție universală (coeficientul Poisson) *ν* și modulul de elasticitate longitudinal (modulul lui Young) *E* există o legătură dată de expresia:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}.$$

Din figură putem deduce legătura dintre unghiul de deformație *γ* și deplasarea punctelor piesei. Astfel, dacă considerăm distanța dintre punctele *AB* drept lungimea *l* a elementului analizat, putem afirma că:



$$tg\gamma = \frac{\Delta s}{l}.$$

Deformația reflectată de unghiul *γ*, are o mărime exagerată. În general, în limita comportamentului elastic al materialului, aceste unghiuri sunt mici. În aceste condiții, tangenta unghiului *γ* este aproximativ egală cu valoarea acestui unghi, astfel:

$$\gamma = \frac{\Delta s}{l}, \quad \text{de unde} \quad \Delta s = \gamma \cdot l.$$

Ținând cont de legea lui Hooke $\Delta s = \frac{\tau}{G} l.$ Înlocuind în expresia condiția de rezistență la forfecare obținem:

$$\Delta s = \frac{Fl}{GA},$$ unde produsul *GA* este numit *rigiditatea la forfecare a secțiunii transversale*.

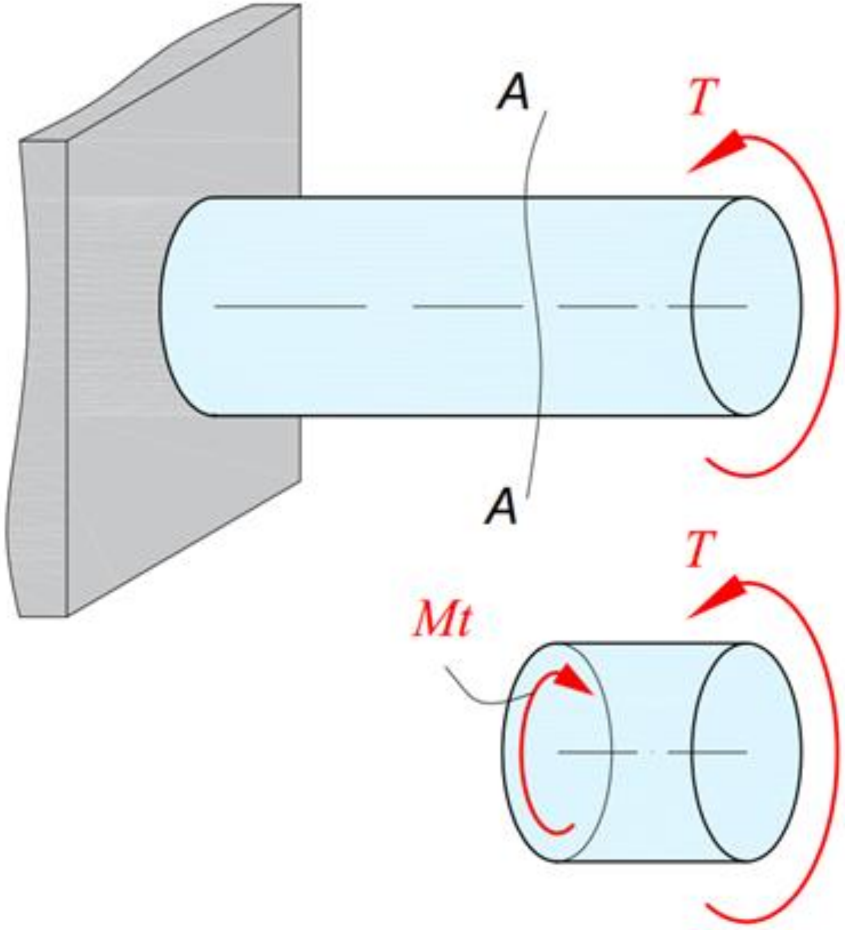
3.5. Calculul la solicitări de torsiune

Torsiunea sau răsucirea se petrece în cazul în care pe bară este aplicat un moment care acționează în jurul axei barei. Acest tip de solicitare este întâlnit la arborii de transmisie ai mașinilor, burghie etc.

Calculul de rezistență la torsiune, este simplu în cazul barelor cu secțiune circulară și complicat pentru alte forme ale secțiunii.

În secțiunile transversale ale pieselor supuse răsucirii apar momente interne de torsiune. Figura prezintă o bară acționată de momentul de răsucire exterior *T*, care are drept efect apariția momentului de răsucire interior M_t (secțiunea *A*-*A*).

Determinarea acestuia este unul din pașii necesari pentru efectuarea calculului de rezistență sau rigiditate. Realizarea calculelor implică metoda secțiunilor și aplicarea ecuațiilor de echilibru.



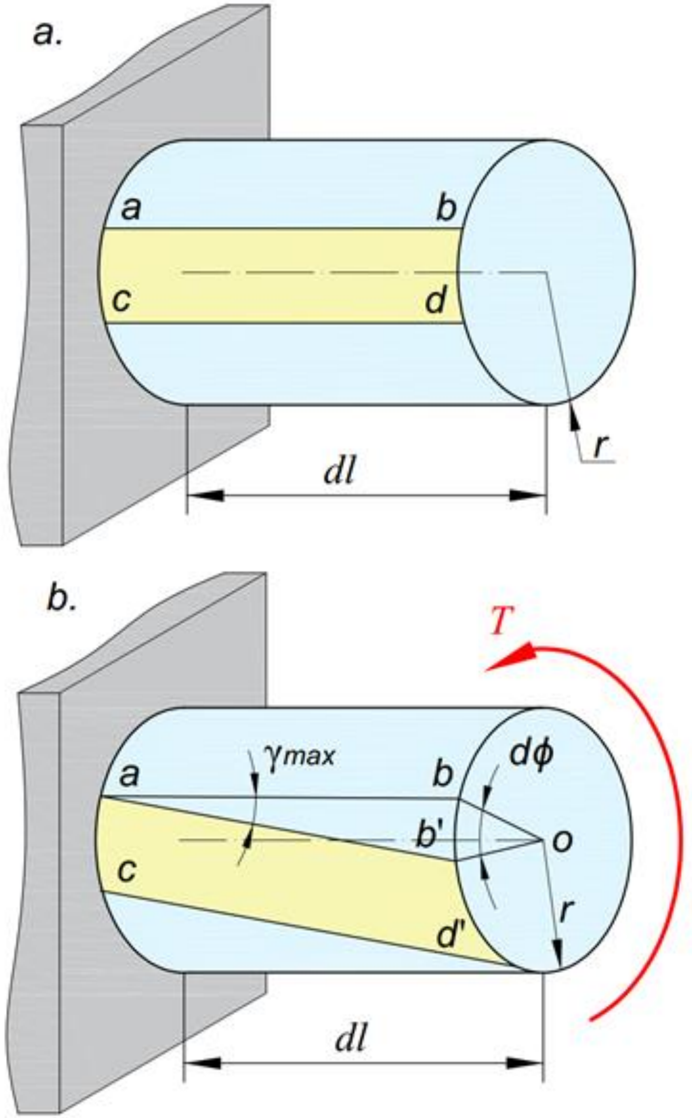
3.5. Calculul la solicitări de torsiune

Pentru determinarea tipurilor de tensiuni care apar la torsiune dar și repartizarea lor, vom analiza deformația barei. Analizăm un element de bară cilindrică încastrată, de rază *r* și lungime *dl*. Pe suprafața barei sunt trasate linii astfel încât acestea formează un element de arie dreptunghiular *abcd* (fig. *a*).

La aplicarea momentului de torsiune exterior *T*, bara se răsucește și în consecință, dreptunghiul *abcd* ia forma unui paralelogram *ab'cd'* (fig. b). Deformația dreptunghiului este cuantificată cu ajutorul unghiului de răsucire γ_{max}. După cum a fost menționat în cazul forfecării, între unghiul de răsucire și tensiunile tangențiale, există o dependență exprimată de legea lui Hooke:

$$\tau_{\max} = G\gamma_{\max}$$

Pe lângă deformația unghiulară γ_{max}, momentul de torsiune exterior *T* mai generează o altă deformație unghiulară – $d\phi$, care se manifestă la capătul barei.



3.5. Calculul la solicitări de torsiune

Analizând cele două triunghiuri dreptunghice *abb'* și *obb'*, descrise de unghiurile γ_{max} și $d\phi$, care au cateta comună *bb'*, putem formula următoarele relații:

$$tg\gamma_{\max} = bb'/ab \qquad tgd\phi = bb'/ob.$$

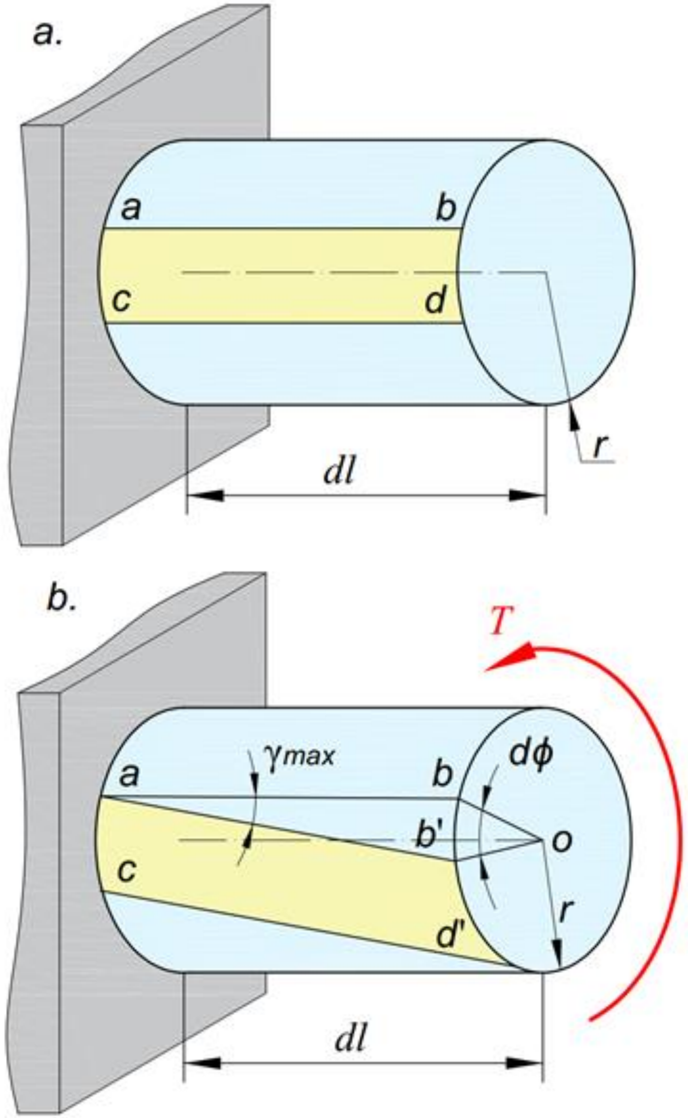
Pentru că $bb' = tg\gamma_{max} \cdot ab = tgd\phi \cdot ob$, putem scrie:

$$tg\gamma_{\max} = tgd\phi \, ob/ab.$$

Deoarece pentru unghiurile mici, tangentele sunt egale cu valoarea unghiurilor, exprimate în radiani, putem înlocui tangentele unghiurilor γ_{max} și $d\phi$ cu valoarea propriu-zisă a unghiurilor. De asemenea, latura *ob* o putem înlocui cu raza *r* a cilindrului iar latura *ab* cu lungimea *dl*. Astfel, relația capătă forma:

$$\gamma_{\max} = r \, d\phi/dl.$$

Expresia dată este valabilă pentru valori mici ale unghiurilor γ_{max} și $d\phi$.



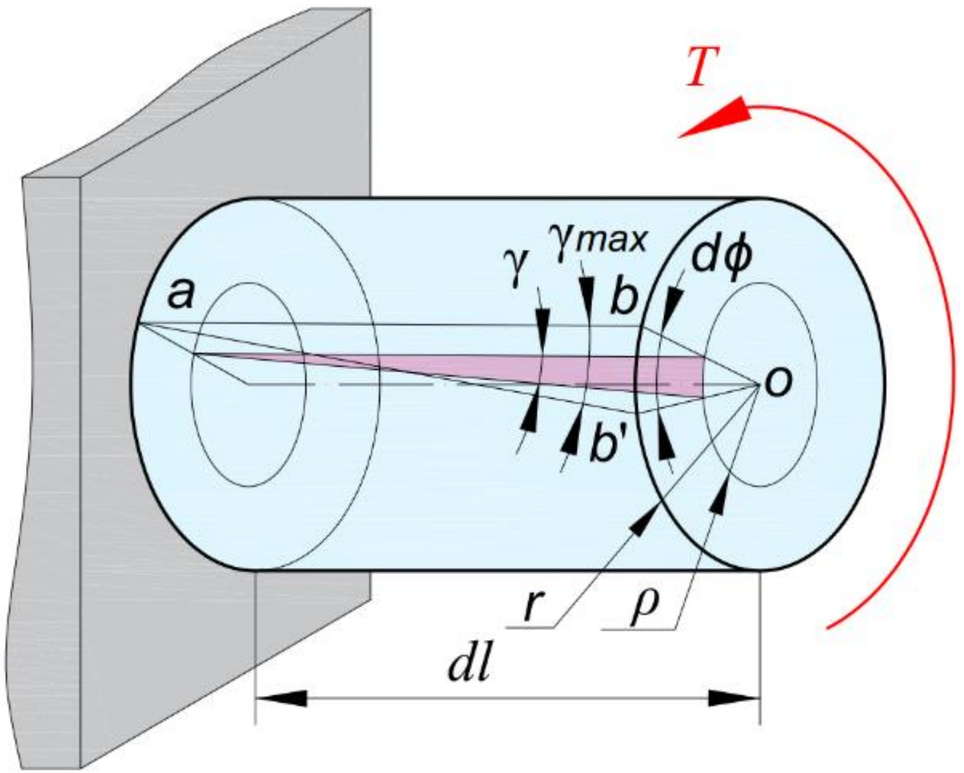
3.5. Calculul la solicitări de torsiune

Deformația unghiulară maximă γ_{max} are loc la suprafața cilindrului. Dacă e să considerăm o secțiune cilindrică în interiorul corpului, definită de raza ρ, atunci valoarea γ este mai mică. Între raza ρ a secțiunilor interne ale cilindrului și deformația unghiulară γ există o legătură direct proporțională:

$$\gamma = \rho \, {}^{d\phi}\!/_{dl}.$$

Înlocuind această formulă în relația, care exprimă legea lui Hooke, obținem o nouă expresie pentru tensiunile tangențiale:

$$\tau = G\gamma = G\rho \, {}^{d\phi}\!/_{dl}.$$



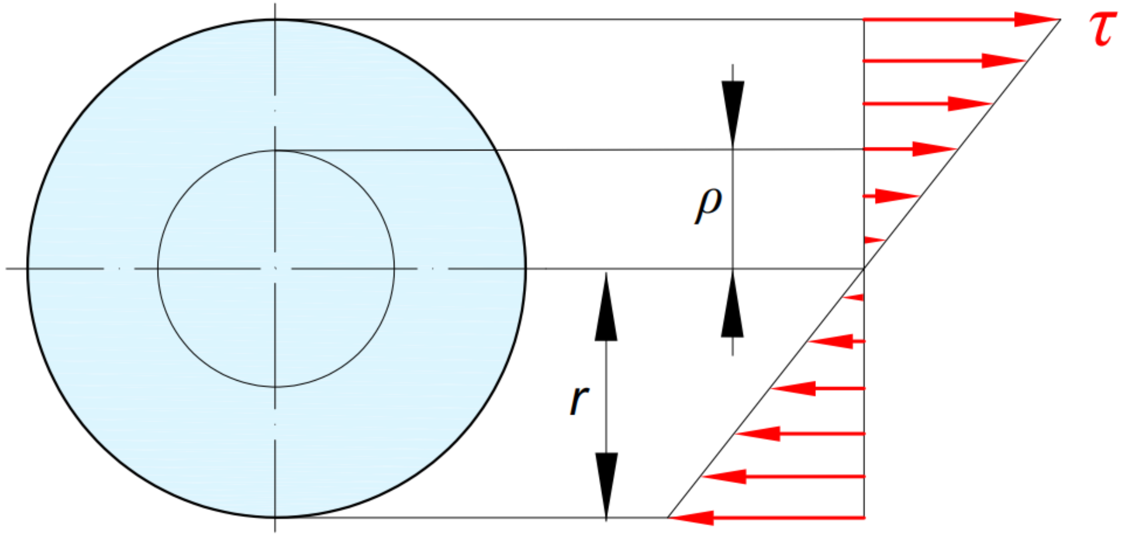
De aici, la solicitarea statică, tensiunile tangențiale τ sunt direct proporționale cu raza ρ a secțiunii cilindrice interioare a barei. În centrul de greutate al secțiunii tensiunile sunt nule, în timp ce tensiunile maxime se dezvoltă pe stratul superior al piesei.

3.5. Calculul la solicitări de torsiune

Odată stabilit tipul și modul de distribuție a tensiunilor, identificăm legătura dintre acestea și momentele interne.

Momentul de torsiune intern M_t, dezvoltat pe secțiunea transversală de arie *A*, este egală cu suma tuturor momentelor de torsiune elementare $\tau \cdot \rho \cdot dA$ generate de tensiunile tangențiale, care acționează pe elementele de arie *dA* ale secțiunii:

$$M_t = \int_A \tau \rho dA.$$



Înlocuind în expresia dată relația pentru τ, obținem:

$$Mt = \int_A G \rho^2 \frac{d\phi}{dl} dA.$$

Întrucât mărimile *G*, *dϕ* și *dl* sunt constante, putem scrie:

$$Mt = G \frac{d\phi}{dl} \int_A \rho^2 dA.$$

De aici $\int_A \rho^2 dA = I_p$ este momentul polar de inerție, fiind o caracteristică geometrică a secțiunii

3.5. Calculul la solicitări de torsiune

Ținând cont de momentul de inerție polar și de relația precedentă avem:

$$d\phi / dl = M_t / GI_p .$$

Introducem această expresie în relația tensiunii tangențiale:

$$\tau = G\rho \, M_t / GI_p . \qquad \tau = \rho \, M_t / I_p .$$

Tensiunile maxime, generate la suprafața arborelui, pot fi determinate utilizând valoarea razei *r* a cilindrului:

$$\tau_{\max} = r \, M_t / I_p .$$

Pentru simplificarea calculului, valorile razei *r* și ale momentului polar de inerție sunt comasate într-o mărime, numită *momentul polar de rezistență* W_p al arborelui:

$$W_p = I_p / r .$$

Această mărime este utilizată pentru calculul tensiunilor tangențiale maxime: $$\tau_{\max} = Mt / W_p .$$

3.5. Calculul la solicitări de torsiune

În cazul barei cu secțiune circulară de diametru *d*, momentul polar de inerție I_p și momentul polar de rezistență W_p pot fi calculate cu relațiile:

$$I_p = \pi d^4 / 32 \qquad r = d/2;$$

$$W_p = \pi d^4 2 / 32d = \pi d^3 / 16.$$

Condiția de rezistență statică la solicitarea de torsiune este:

$$\tau_{\max} = Mt / W_p \le [\tau].$$

Pentru determinarea momentului de torsiune admisibil, avem relația:

$$[Mt] \le W_p [\tau].$$

3.6. Calculul la solicitări de încovoiere

Bara este supusă solicitării de încovoiere în cazul în care asupra ei acționează **cupluri de forțe** (momente) sau forțe aflate în plane, care conțin axa acesteia. De asemenea, forțele, care solicită bara la încovoiere, sunt normale pe axa barei. În cazul unei forțe externe aplicate sub un unghi, această se descompune în componente. Componenta normală solicită bara la încovoiere, iar componenta orientată dea lungul axei barei solicită piesa la întindere sau compresiune. În rezultatul încovoierii, pe una din părțile grinzii fibrele se întind, pe partea opusă, fibrele se comprimă.

Problemele de rezistență pentru barele solicitate la încovoiere încep, de obicei, cu determinarea reacțiunilor în reazeme, după care urmează determinarea forțelor și momentelor interioare (eforturilor). Odată calculate eforturile, pot fi determinate tensiunile.

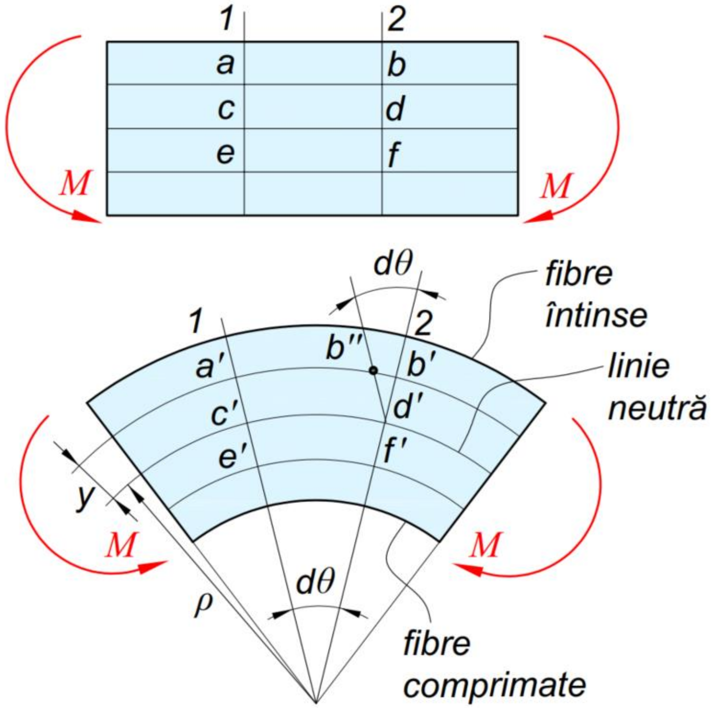
Încovoierea poate fi de două tipuri: încovoiere pură și încovoiere transversală. În cazul încovoierii transversale, eforturile în secțiune sunt sub forma forțelor tăietoare și momentelor de încovoiere. În rezultat apar atât tensiuni normale, cât și tensiuni tangențiale. La încovoierea pură, în secțiune se dezvoltă doar momente de încovoiere și sunt generate doar tensiuni normale.

3.6. Calculul la solicitări de încovoiere

O bară este solicitată la încovoiere pură, în cazul în care asupra celor două capete ale ei sunt aplicate două momente de încovoiere. Pentru a stabili repartizarea tensiunilor normale în secțiune, vom analiza modul în care se deformează bara, întrucât, între deformații și tensiuni există o relație exprimată de legea lui Hooke.

Pe suprafața unei barei din cauciuc de secțiune dreptunghiulară, solicitată la încovoiere pură, sunt trasate linii longitudinale și transversale care formează o rețea de dreptunghiuri. La aplicarea momentelor de încovoiere *M* pe capete, bara se deformează. În rezultat observăm că:

- Liniile transversale 1 și 2, inițial paralele, sunt dispuse sub un unghi $d\vartheta$ una față de alta;
- Liniile transversale, inițial drepte, se deformează în mod diferit și își schimbă lungimile.

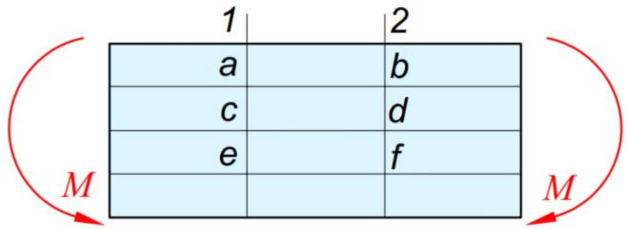


În partea de sus liniile se alungesc, iar în partea de jos, liniile se scurtează. Trecerea de la liniile alungite la cele scurtate se face în mod continuu, de unde rezultă că există o linie pentru care lungimea a rămas cea inițială. Această linie se numește **linie neutră**, iar stratul, care conține toate liniile neutre, se numește **strat neutru**. Deformația barei este caracterizată de raza de curbură ρ a liniei neutre.

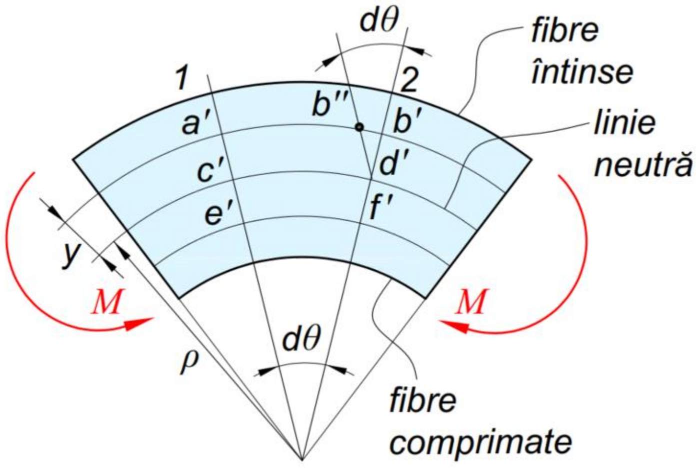
3.6. Calculul la solicitări de încovoiere

O bară este solicitată la încovoiere pură, în cazul în care asupra celor două capete ale ei sunt aplicate două momente de încovoiere. Pentru a stabili repartizarea tensiunilor normale în secțiune, vom analiza modul în care se deformează bara, întrucât, între deformații și tensiuni există o relație exprimată de legea lui Hooke.

Linia *a-b*, care se află la distanța *y* față de linia neutră *c-d*, se deformează astfel încât după deformație devine *a'-b'*. Lungimea deformației acesteia este *b'-b''*. Deformația relativă a liniei *a-b* este:

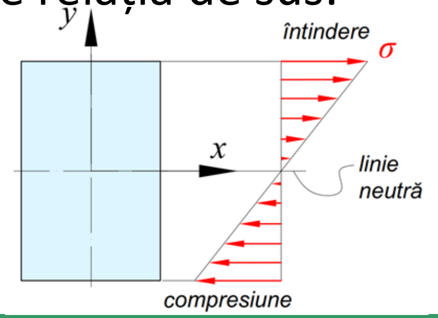


$$\varepsilon = \frac{b'b''}{ab} = \frac{b'b''}{cd} = \frac{b'b''}{c'd'} = \frac{y d\theta}{\rho d\theta} = \frac{y}{\rho}.$$



Observăm că fibrele barei sunt solicitate fie la întindere, în partea de sus, fie la compresiune, în partea de jos. Pornind de aici, putem aplica legea lui Hooke pentru întindere și compresiune, ținând cont, în același timp, de relația de sus:

$$\sigma = \varepsilon E = \frac{y}{\rho} E.$$



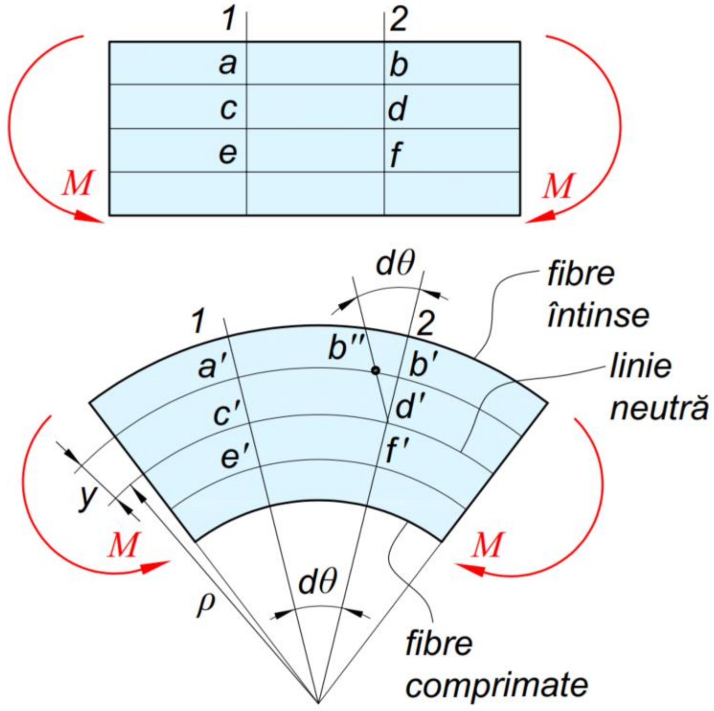
Tensiunile normale *σ*, dezvoltate în secțiunile barei, sunt direct proporționale cu distanța y față de linia neutră. Astfel, pentru *y* = 0 avem *σ* = 0, iar pentru valori *y* maxime avem tensiuni *σ* maxime.

3.6. Calculul la solicitări de încovoiere

O bară este solicitată la încovoiere pură, în cazul în care asupra celor două capete ale ei sunt aplicate două momente de încovoiere. Pentru a stabili repartizarea tensiunilor normale în secțiune, vom analiza modul în care se deformează bara, întrucât, între deformații și tensiuni există o relație exprimată de legea lui Hooke.

Poate fi demonstrat că legătura dintre tensiunile normale σ și momentul de încovoiere interior $M_î$ are forma:

$$\sigma = \frac{M_{\hat{\imath}}\, y}{I_x},$$



unde I_x este momentul de inerție al secțiunii în raport cu axa *x*. Această mărime caracterizează dimensiunile și forma secțiunii transversale și, la rezolvarea problemelor, trebuie determinată pentru forma secțiunii barei analizate. În general, momentul de inerție a unei secțiuni oarecare în raport cu axa *x* se determină cu relația:

$$I_x = \int_A y^2 dA.$$

În raport cu axa *y* avem:

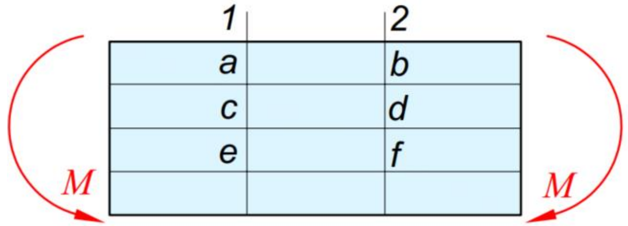
$$I_y = \int_A x^2 dA.$$

3.6. Calculul la solicitări de încovoiere

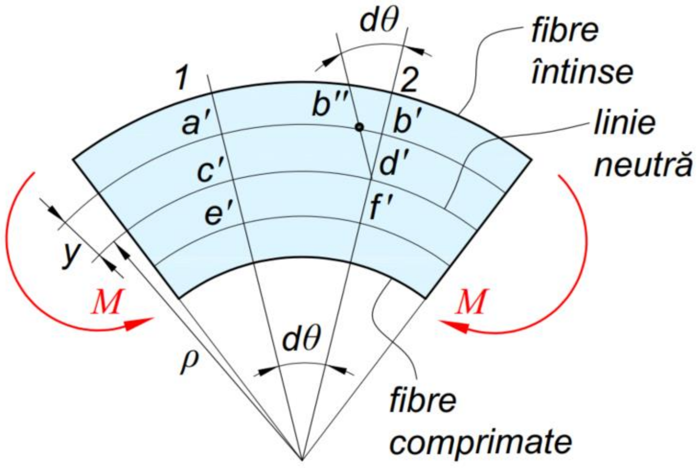
O bară este solicitată la încovoiere pură, în cazul în care asupra celor două capete ale ei sunt aplicate două momente de încovoiere. Pentru a stabili repartizarea tensiunilor normale în secțiune, vom analiza modul în care se deformează bara, întrucât, între deformații și tensiuni există o relație exprimată de legea lui Hooke.

Calculul tensiunilor normale maxime σ_{max}, care apar la distanța y_{max} față de axa neutră, se face cu relația:

$$\sigma_{\max}=\frac{M_{î}y_{\max}}{I_x}=\frac{M_{î}}{\dfrac{I_x}{y_{\max}}}=\frac{M_{î}}{W_x},$$



unde W_x este modulul axial de rezistență al secțiunii.



Pentru secțiunea transversală dreptunghiulară cu lățimea b și înălțimea h, momentul de inerție și modulul de rezistență față de axele x și y sunt calculate cu formulele:

$$I_x=\frac{bh^3}{12};\qquad I_y=\frac{b^3h}{12};\qquad y_{\max}=\frac{h}{2};\qquad x_{\max}=\frac{b}{2};$$

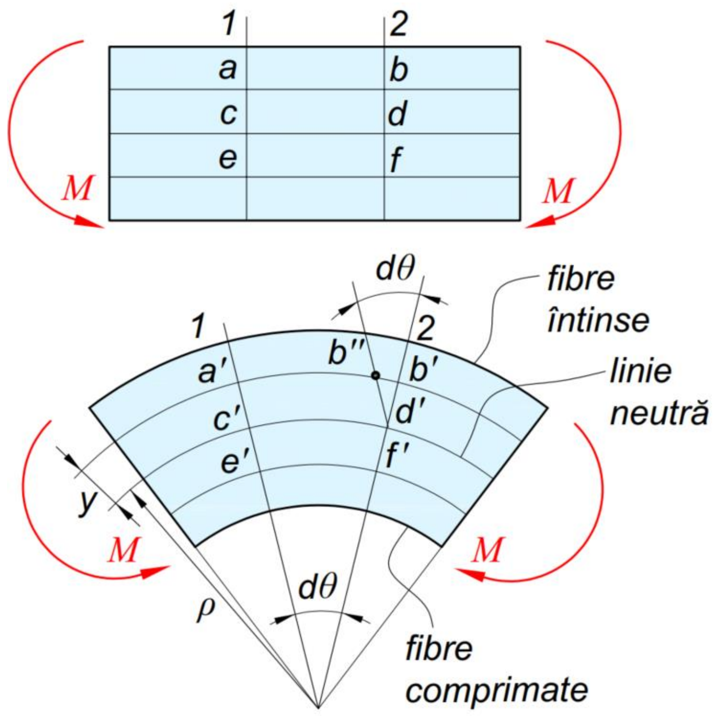
$$W_x=\frac{I_x}{y_{\max}}=\frac{bh^3}{12}\Big/\frac{h}{2}=\frac{bh^3 2}{12h}=\frac{bh^2}{6};\qquad W_y=\frac{I_x}{x_{\max}}=\frac{b^3h}{12}\Big/\frac{b}{2}=\frac{b^3h2}{12b}=\frac{b^2h}{6}.$$

3.6. Calculul la solicitări de încovoiere

O bară este solicitată la încovoiere pură, în cazul în care asupra celor două capete ale ei sunt aplicate două momente de încovoiere. Pentru a stabili repartizarea tensiunilor normale în secțiune, vom analiza modul în care se deformează bara, întrucât, între deformații și tensiuni există o relație exprimată de legea lui Hooke.

Calculul tensiunilor normale maxime σ_{max}, care apar la distanța y_{max} față de axa neutră, se face cu relația:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{î} y_{\max}}{I_x} = \frac{M_{î}}{\frac{I_x}{y_{\max}}} = \frac{M_{î}}{W_x},$$



unde W_x este modulul axial de rezistență al secțiunii.

Pentru secțiunea circulară de diametru d, avem relațiile:

$$I_x = I_y = \frac{\pi d^4}{64}; \qquad x_{\max} = y_{\max} = \frac{d}{2};$$

$$W_x = W_y = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{I_y}{x_{\max}} = \frac{\pi d^4}{64} \Big/ \frac{d}{2} = \frac{\pi d^4 2}{64d} = \frac{\pi d^3}{32}.$$

3.7. Calculul tensiunilor de contact

Când două corpuri sunt forțate unul spre celălalt, în contactul dintre ele apar tensiuni. Fenomenele de contact sunt importante, în special, în cazul roților dințate aflate în angrenaj, a rulmenților, elementelor mecanismelor cu came, șinelor de cale ferată etc.

Vom analiza modelul dezvoltat, în baza teoriei elasticității, de către fizicianul german Heinrich Hertz. Relațiile matematice au fost formulate, ținând cont de următoarele ipoteze:

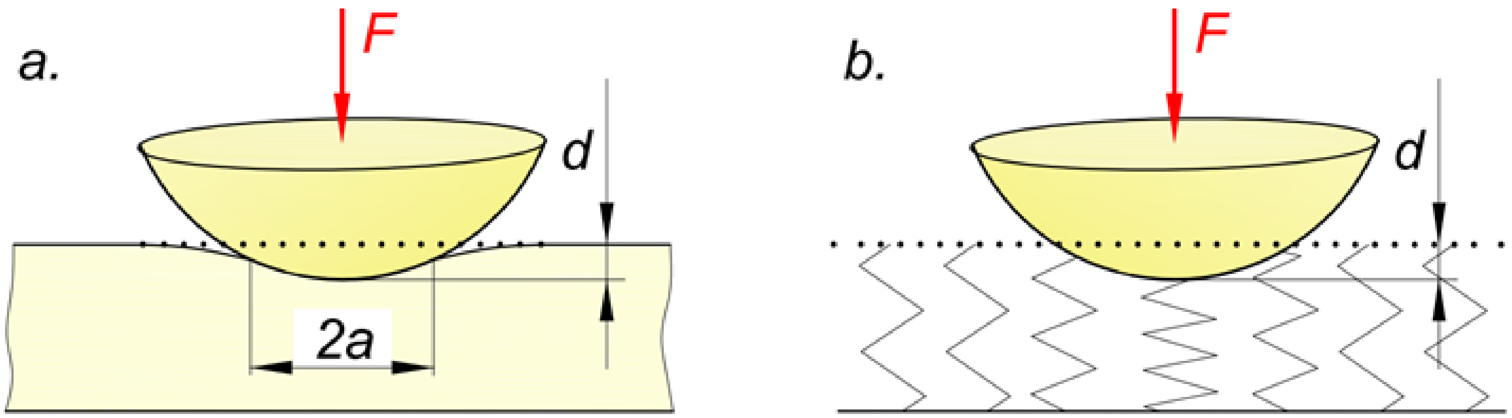
- corpurile în contact sunt izotrope, omogene și nu se mișcă unul față de celălalt;
- în zona de contact, sarcinile provoacă deformații elastice care respectă legea lui Hooke;
- forța, care cauzează interacțiunea prin contact dintre corpuri, este constantă și normală pe suprafețele de contact ale acestora;
- între suprafețele de contact nu există peliculă de lubrifiant.

Vom analiza cazul, în care cel puțin unul dintre obiectele care intră în contact, are formă curbă. În dependență de forma specifică a corpului, contactul inițial are loc fie într-un punct, fie pe o linie. Odată cu creșterea forței, punctul sau linia de contact se transformă într-o suprafața cu o arie de o anumită valoare. Pe lângă forța solicitantă, mărimea suprafeței generate depinde de proprietățile elastice ale materialelor obiectelor aflate în contact și caracteristicile geometrice ale acestora.

3.7. Calculul tensiunilor de contact (Compresiunea bilelor)

În figura *a* este prezentată interacțiunea dintre o semisferă și un obiect cu suprafață plană (placă). Ca urmare a aplicării forței *F*, placa se deformează, facilitând generarea suprafeței de contact între cele două obiecte. În cazul dat, suprafața are formă circulară cu diametrul 2*a*. Deformația cea mai mare, definită de distanța *d*, are loc la mijlocul suprafeței de contact. Pentru o mai bună înțelegere a fenomenului, în figura *b* este prezentată aceeași semisferă, forțată, de această dată, pe în câmp de arcuri.

Cu creșterea forței *F* crește numărul de arcuri, care vin în contact cu semisfera, respectiv, crește aria suprafeței de contact. Arcurile cele mai deformate sunt cele aflate la mijlocul suprafeței. Cunoaștem că există o legătură directă între valoarea deformației și tensiunile dezvoltate în obiect.

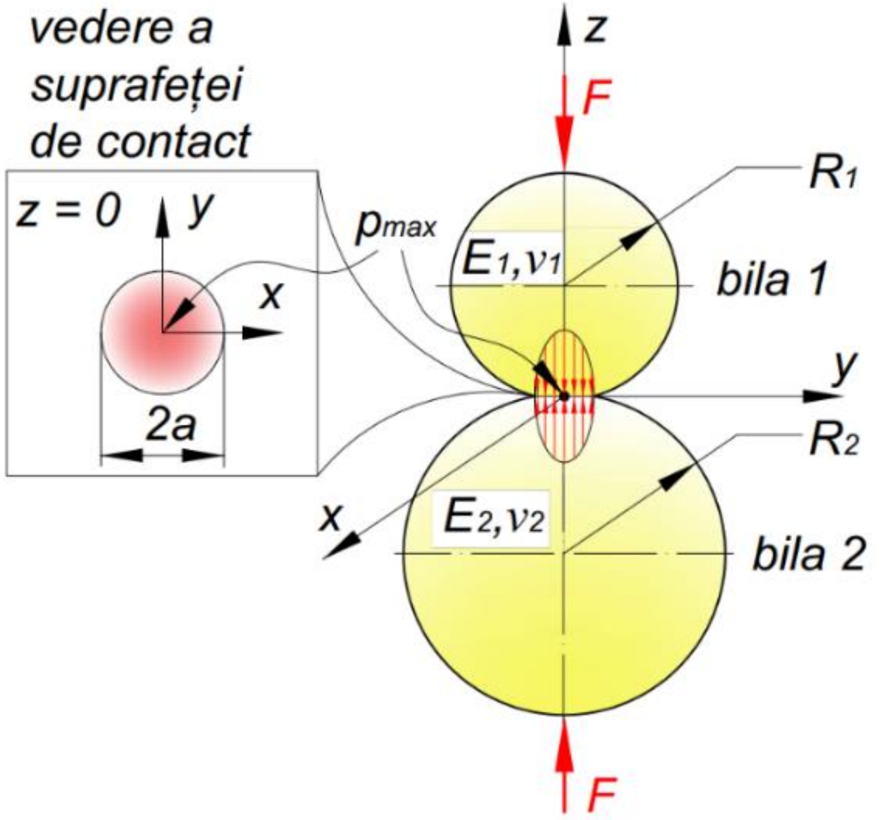


3.7. Calculul tensiunilor de contact (Compresiunea bilelor)

Să ne referim la cazul a două bile sferice cu razele *R*1 și *R*2. Raza *a*, a suprafeței de contact formate, poate fi calculată cu relația:

$$a = \sqrt[3]{3F\left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1}+\frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right)\Big/ 4\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)},$$

unde: *F* este forța, care acționează pe cele două bile; E_1 și E_2 sunt modulele de elasticitate longitudinală pentru materiale bilelor; ν_1 și ν_2 sunt coeficienții Poisson.



Forța *F*, acționând pe suprafața de contact, generează presiune, care este distribuită parabolic. Presiunea are valoarea maximă în centrul suprafeței de contact și poate fi calculată cu relația:

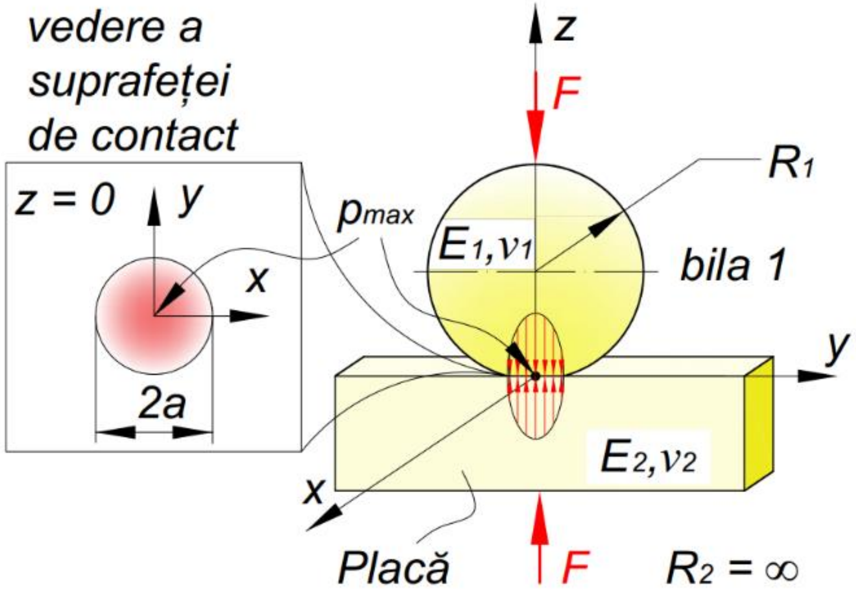
$$p_{\max} = 3F\big/ 2\pi a^2 .$$

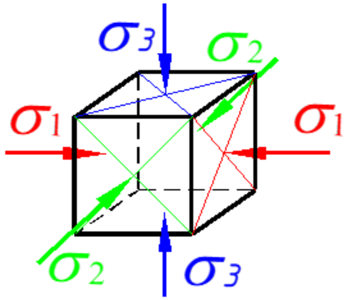
Aceleași relații pentru calculul razei de contact *a* și a presiunii maxime p_{max} sunt valide și în cazurile contactului dintre o bilă și o suprafață plană.

3.7. Calculul tensiunilor de contact (Compresiunea bilelor)

În cazul contactului cu planul, drept valoare R_2 considerăm ∞, întrucât linia, care formează un cerc, tinde să fie dreaptă la creșterea razei către infinit. În cazul interacțiunii dintre bilă și suprafața sferică concavă, introducem în relație o valoare negativă pentru raza R_2.

Tensiunile, care apar în regiunea de contact, sunt distribuite tridimensional, caracterul fiind același pentru ambele corpuri aflate în contact. Tensiunile de contact sunt date în termeni de tensiuni principale.





$$\sigma_3 = -|\sigma_{\max}| = -1,5\frac{F}{\pi a^2} = -0,388\sqrt[3]{4F\frac{E_1^2E_2^2}{(E_1+E_2)^2}\cdot\frac{(R_1+R_2)^2}{R_1^2R_2^2}}$$

celelalte două tensiuni principale vor fi:

$$\sigma_1 = \sigma_2 \approx -0,8\sigma_{\max}$$

Deci, în punctul cel mai tensionat al suprafeței de contact materialul suportă o stare de tensiune apropiată de compresiunea uniformă. Datorită acestui fapt în zona de contact materialul poate rezista la presiuni foarte mari, care practic depășesc de 5 ori tensiunile de curgere.

3.7. Calculul tensiunilor de contact (Compresiunea cilindrilor)

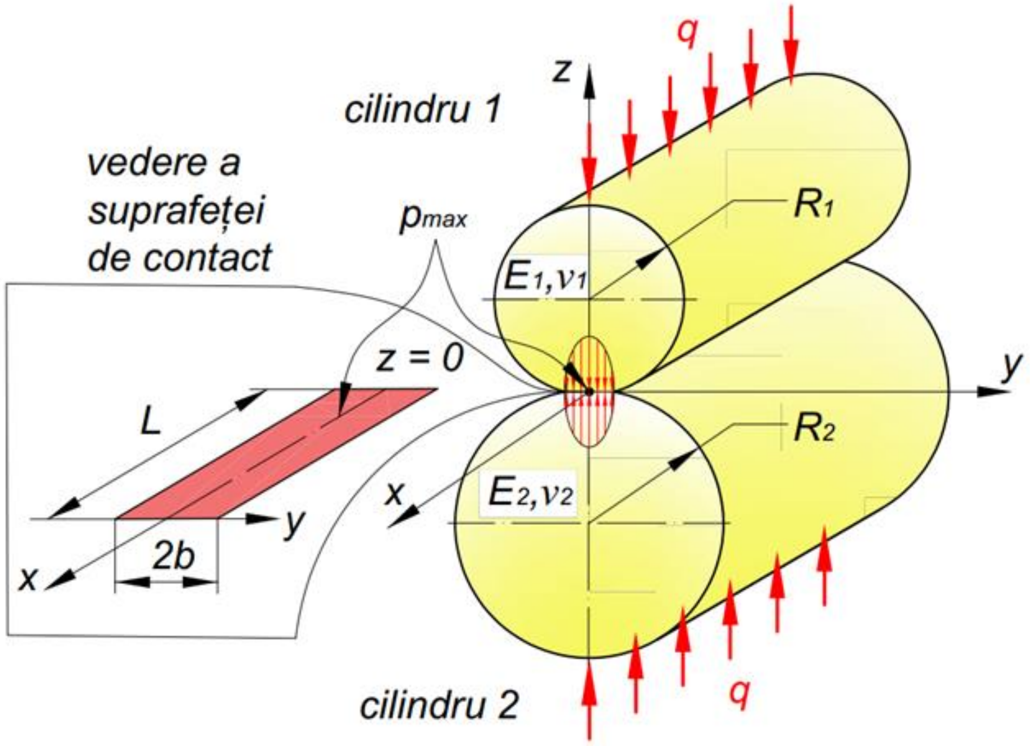
În cazul contactului dintre două suprafețe cilindrice, pata de contact are formă dreptunghiulară cu lățimea 2*b* și lungimea *L*. Mărimea *b*, care reprezintă jumătate din lățimea dreptunghiului, poate fi calculată cu relația:

$$b = \sqrt{4F\left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1}+\frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right)\Big/\pi L\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)}.$$

Expresia este validă și pentru contactul dintre un cilindru și o suprafață plană, pentru care raza $R_2 = \infty$ sau pentru contactul dintre un cilindru și o suprafață cilindrică concava pentru care, drept valoare R_2, este introdusă raza suprafeței cu valoare negativă.

Presiunea pe suprafața de contant are o distribuție eliptică, cu valoare maximă p_{max} dispusă pe linia de mijloc a dreptunghiului, paralelă la axa *x*.

$$p_{\max} = 2F\big/\pi bL.$$



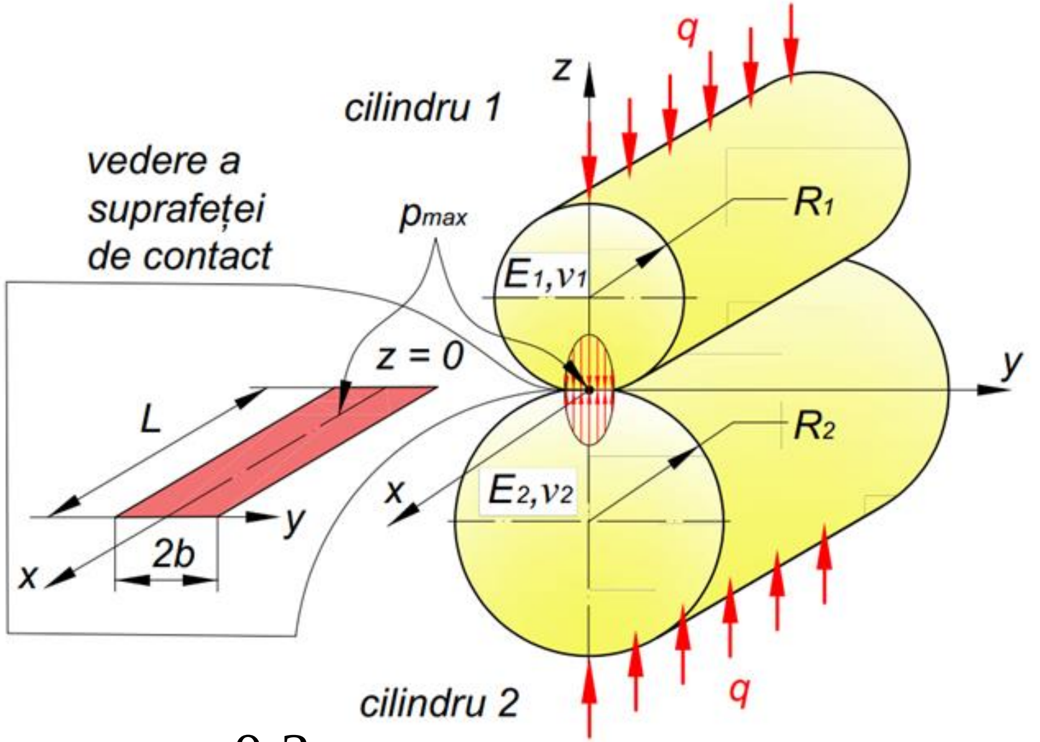
3.7. Calculul tensiunilor de contact (Compresiunea cilindrilor)

În cazul contactului dintre două suprafețe cilindrice, pata de contact are formă dreptunghiulară cu lățimea 2*b* și lungimea *L*. Mărimea *b*, care reprezintă jumătate din lățimea dreptunghiului, poate fi calculată cu relația:

$$b=\sqrt{4F\left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1}+\frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right)\bigg/\pi L\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)}.$$

Tensiunea maximă de compresiune, care acționează în punctele axei suprafeței de contact va fi:

$$\sigma_{\max}=0,635\frac{q}{b}=0,209\sqrt{2q\frac{E_1\cdot E_2}{E_1+E_2}\cdot\frac{R_1+R_2}{R_1\cdot R_2}}$$



Analiza stării de tensiune arată că punctul periculos este situat pe axa *z* la adâncimea egală cu 0,8*b*. Tensiunile principale în acest punct au următoarele valori:

$$\sigma_1=-0,18\sigma_{\max};\sigma_2=-0.288\sigma_{\max};\sigma_3=-0,78\sigma_{\max}$$

Tensiunea tangențială în punctul periculos se determină din relația: $\tau_{\max}=0,3\sigma_{\max}$

Sarcină pentru lucrul individual:

Studiul și analiza diverselor tipuri de deformații și calculul lor de rezistență.