

Т6: Проекции

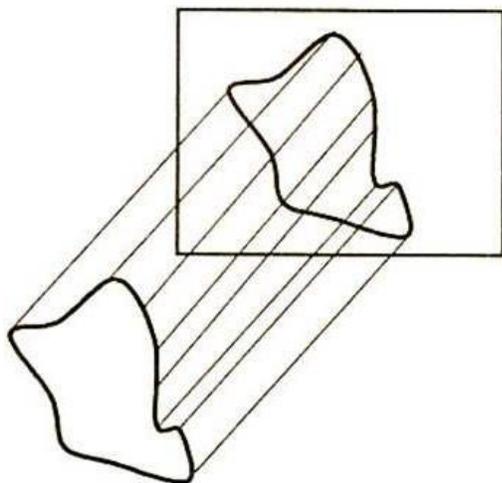
Проекции преобразуют точки, заданные в системе координат размерностью n , в системы координат размерностью меньше чем n . Проекция трехмерного объекта (представленного в виде совокупности точек) строится при помощи прямых проекционных лучей, которые называются *проекторами* и которые проходят через каждую точку объекта и, пересекая картинную плоскость, образуют *проекцию*.

Проекций существует под названием *плоских геометрических проекций*, так как проецирование производится на плоскость, а не на искривленную поверхность и в качестве проекторов используются прямые, а не кривые линии.

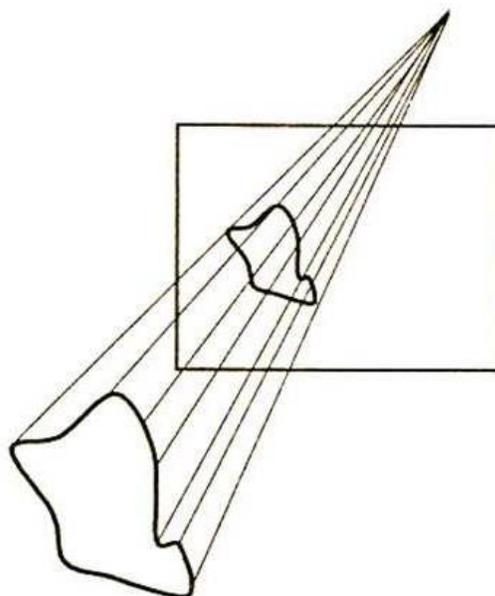
Изображение пространственных объектов на картинной плоскости основано на операции проецирования. Рассмотрим математическое описание

Есть два типа лучей проецирования:

- параллельные (аксонометрические) - пучок лучей, параллельных заданному направлению (когда центр проекции находится на бесконечном расстоянии от проекционной плоскости);
- центральные (перспективные) - пучок лучей, исходящих из одной точки () когда центр проекции находится на конечном расстоянии от проекционной плоскости).



Параллельный



Центральные

Каждый вид проецирования разделяется на классы



I Параллельные проекции делятся на три типа в зависимости от соотношения между направлением проецирования и нормалью к проекционной плоскости.

1. **Ортогографические проекции** - картинная плоскость совпадает с одной из координатных плоскостей или параллельна ей;
2. **Аксонметрические проекции** - проецирующие прямые перпендикулярны картинной плоскости.

В соответствии со взаимным расположением плоскости проецирования и координатных осей различают три аксонметрические проекции:

- *триметрия* - нормальный вектор картинной плоскости образует с осями различные углы (см. рис.40,а);
- *диметрия* - два угла между картинной плоскостью и координатными осями равны между собой, а третий отличается (см. рис.40,б);
- *изометрия* - все три угла между осями и картинной плоскостью равны (см. рис.40,в).

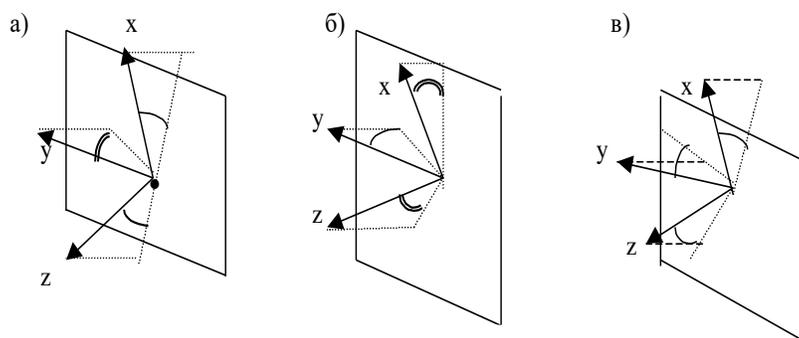
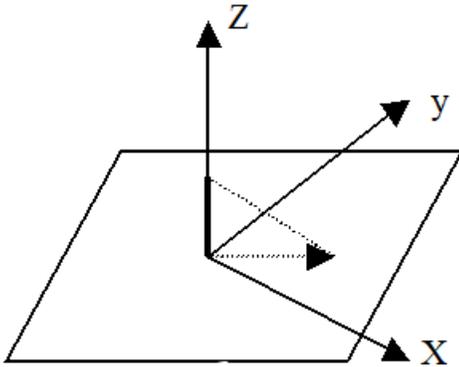


Рис.40

Каждый из трех видов получается комбинацией поворотов вокруг осей координат, затем - параллельное проецирование.

3. *Косоугольные проецирования* координата оси Oz на плоскости *xу*

преобразуется следующим образом: $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ где α и β – углы наклона



Матрица соответствующего преобразования имеет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 1 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Особенности проекций:

а) при *свободной проекции* угол наклона проецирующих прямых к картинной плоскости равен половине прямого, тогда $\alpha = \beta = \cos \pi/4$;

б) *кабинетная проекция* – частный случай свободной проекции – масштаб по третьей оси вдвое меньше: $\alpha = \beta = 1/2 \cos \pi/4$.

II Перспективные (центральные) проекции строятся более сложно.

В перспективной проекции расстояние от центра проекции до проектной плоскости конечно, и размер объекта изменяется обратно пропорционально расстоянию, которое выглядит более реалистичным. Расстояние и углы не сохраняются и параллельные линии не остаются параллельными. Вместо этого все они сходятся в одной точке, называемой **центром проекции** или **контрольной точкой проекции**.

Есть три типа перспективных проекций:

Проекция **одной точки** зрения проста для рисования.

Двухточечная проекция дает лучшее представление о глубине.

Трехточечная перспективная проекция наиболее трудна для рисования.

