

Задача. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постройте ее. Укажите координаты вершин, фокусов. Напишите уравнение директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

1. $4x^2 + y^2 - 8x + 4y = 0.$
2. $9x^2 - 4y^2 + 54x + 8y + 41 = 0.$
3. $2x^2 + 3y^2 + 12x - 6y + 21 = 0.$
4. $4x^2 - y^2 + 8x - 2y + 3 = 0.$
5. $9x^2 + 16y^2 + 36x - 64y - 44 = 0.$
6. $4x^2 - 25y^2 + 8x - 10y + 4 = 0.$
7. $9x^2 + 4y^2 + 36x - 8y + 36 = 0.$
8. $x^2 - 4y^2 + 10x + 24y - 7 = 0.$
9. $4x^2 + 25y^2 - 8x + 100y + 4 = 0.$
10. $x^2 - 4y^2 + 6x + 8y + 5 = 0.$
11. $2x^2 + 3y^2 + 8x - 6y + 11 = 0.$
12. $9x^2 - 4y^2 + 36x + 8y + 68 = 0.$
13. $4x^2 + 9y^2 - 32x + 36y + 64 = 0.$
14. $4x^2 - y^2 - 8x - 4y - 16 = 0.$
15. $9x^2 + 4y^2 + 18x - 8y + 49 = 0.$
16. $4x^2 - y^2 + 16x - 2y + 15 = 0.$
17. $x^2 + 25y^2 + 4x - 150y + 204 = 0.$
18. $4x^2 - 9y^2 + 16x + 54y - 101 = 0.$
19. $3x^2 + 2y^2 + 12x - 16y + 44 = 0.$
20. $9x^2 - 16y^2 - 36x - 64y - 172 = 0.$
21. $4x^2 + 9y^2 + 32x - 16y + 37 = 0.$
22. $9x^2 - 4y^2 - 18x - 16y - 7 = 0.$
23. $4x^2 + y^2 - 8x + 4y + 24 = 0.$
24. $4x^2 - y^2 - 16x - 6y + 11 = 0.$
25. $x^2 + 4y^2 + 10x - 24y + 57 = 0.$
26. $x^2 - 4y^2 + 6x + 8y + 21 = 0.$
27. $4x^2 + 9y^2 + 32x - 18y + 109 = 0.$
28. $5x^2 + 3y^2 - 10x + 12y + 17 = 0.$
29. $9x^2 - 16y^2 - 54x - 64y - 127 = 0.$
30. $4x^2 + 9y^2 - 40x + 36y + 100 = 0.$

Задача

1. Найдите уравнение плоскости, проходящей через точки $M(1; 1; 1)$ и $N(-1; 1; -1)$ параллельно прямой, проходящей через точки $A(5; -2; 3)$ и $B(6; 1; 0)$.
2. Составьте уравнение плоскости, проходящей через перпендикуляры, опущенные из точки $A(2; 0; 1)$ на плоскости $x - 3y + 2z = 0$ и $2x - y + 2z = 0$.
3. Напишите уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; -1; 3)$ перпендикулярно прямой $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$.
4. Напишите канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2; 3; -1)$ и перпендикулярной к плоскости $2x + 4y - 3z = 2$.
5. При каком значении λ прямая $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{\lambda} = \frac{z-3}{3}$ параллельна плоскости $2x + y - z = 0$?
6. При каком значении коэффициента a плоскость $ax + 2y - z + 3 = 0$ параллельна прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{-2}$?
7. При каких значениях коэффициентов a и b плоскость $ax + by - 2z + 1 = 0$ перпендикулярна прямой $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$?
8. Даны точки $A(1; 3; -2)$ и $B(7; -4; 4)$. Напишите уравнение плоскости, проходящей через точку B и перпендикулярной к отрезку AB .

9. При каких значениях a и b прямая $\frac{x+a}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+2}{-1}$ лежит в плоскости $bx + 2y - z + 1 = 0$.
10. Напишите уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{3}$ и точку $M(3; 4; 0)$.
11. Найдите проекцию точки $A(2; 3; 4)$ на прямую $x = y = z$.
12. Принадлежит ли прямая $\frac{x-13}{8} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{3}$ плоскости $x + 2y - 4z + 1 = 0$?
13. Найдите угол между прямой $\begin{cases} x + y + z - 2 = 0; \\ 2x + y - z - 1 = 0 \end{cases}$ и плоскостью, проходящей через точки $A(2; 3; -1)$, $B(1; 1; 0)$ и $C(0; -2; 1)$.
14. Составьте параметрические уравнения прямой, проходящей через точки пересечения плоскости $x - 3y + 2z + 1 = 0$ с прямыми $\frac{x-5}{5} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-1}$ и $\frac{x-3}{4} = \frac{y+4}{-6} = \frac{z-5}{2}$.
15. Составьте канонические уравнения прямой, которая проходит через точку $A(4; 0; -1)$ и пересекает прямые $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-5}{3}$ и $\frac{x}{5} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$.
16. Найдите точку, симметричную точке $A(3; -1; 4)$ относительно прямой $\begin{cases} 2x - 2y + z - 3 = 0; \\ 2x + y - 2z + 3 = 0. \end{cases}$

17. Найдите угол между прямой, которая проходит через точки $A(-1; 0; -5)$ и $B(1; 2; 0)$, и плоскостью $x - 3y + z + 5 = 0$.

18. Найдите основание перпендикуляра, опущенного из точки $A(-1; 3; 2)$ на плоскость $2x - y + z + 3 = 0$.

19. Проверьте, что прямые $\frac{x}{0} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$ и $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$ пересекаются.

Найдите уравнение плоскости, в которой они лежат.

20. Напишите канонические уравнения прямой, которая проходит через точку $M(3; -2; -4)$ параллельно плоскости $3x - 2y - 3z - 7 = 0$ и пересекает прямую

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}.$$

21. При каком значении λ плоскость $5x - 3y + \lambda z + 1 = 0$ будет параллельна прямой $\begin{cases} x - 4z - 1 = 0; \\ y - 3z + 2 = 0? \end{cases}$

22. Найдите расстояние от точки $A(2; 3; -1)$ до прямой $\begin{cases} 2x - 2y + z + 3 = 0; \\ 3x - 2y + 2z + 17 = 0. \end{cases}$

23. Напишите уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(1; -1; 2)$ и которая параллельна прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{1}$ и $\frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{3}$.

24. Найдите проекцию точки $M(3; 1; -1)$ на плоскость $x + 2y + 3z - 30 = 0$.

25. Напишите уравнение плоскости, проходящей через прямые $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ и $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$.
26. Найдите точку B , симметричную точке $A(2; 0; 1)$ относительно прямой $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$.
27. Напишите уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{2}$ и перпендикулярной плоскости $2x + 3y - z = 4$.
28. Найдите точку B , симметричную точке $A(1; 2; 0)$ относительно плоскости $2x - 3y + 5z = 5$.
29. Напишите уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+4}{-1}$ перпендикулярно плоскости $3x + y - 2z + 5 = 0$.
30. Напишите уравнение плоскости, которая проходит через прямую $x = 2t + 1$, $y = -t + 2$, $z = 3t - 2$ и параллельна прямой $\frac{x}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$.