Задача. Вычислите приближенно сумму ряда с заданной точностью ε. Укажите N – наименьшее число членов ряда, которое обеспечивает заданную точность суммы ряда.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n!(2n+1)},\ \varepsilon = 10^{-3}.$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n^2(n+3)},\ \varepsilon = 10^{-3}.$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{(2n+1)!},\ \varepsilon = 10^{-3}.$

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n!},\ \varepsilon = 10^{-3}.$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n n^2}{3^n},\ \varepsilon = 10^{-2}.$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{(2n+1)!},\ \varepsilon = 10^{-3}.$

7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^2}\left(-\dfrac{2}{5}\right)^n,\ \varepsilon = 10^{-3}.$

8. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n}\left(-\dfrac{2}{3}\right)^n,\ \varepsilon = 10^{-3}.$

9. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{3n!},\ \varepsilon = 10^{-3}.$

10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n(2n+1)}{(2n)!\,n!},\ \varepsilon = 10^{-3}.$

11. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \dfrac{1}{3^n n!},\ \varepsilon = 10^{-4}.$

12. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\cos \pi n}{3^n(n+1)},\ \varepsilon = 10^{-3}.$

13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)^n}$, $\varepsilon = 10^{-3}$.

14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi n\right)}{n^3}$, $\varepsilon = 10^{-3}$.

15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!}$, $\varepsilon = 10^{-3}$.

16. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3n^2}$, $\varepsilon = 10^{-3}$.

17. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2^n n!}$, $\varepsilon = 10^{-4}$.

18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(2n)!}$, $\varepsilon = 10^{-3}$.

19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!2n}$, $\varepsilon = 10^{-3}$.

20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!}$, $\varepsilon = 10^{-3}$.

21. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{7^n}$, $\varepsilon = 10^{-3}$.

22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!!}$, $\varepsilon = 10^{-3}$.

23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{(2n-1)^2 (2n+1)^2}$, $\varepsilon = 10^{-3}$.

24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{2^n}$, $\varepsilon = 10^{-3}$.

25. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(2n)^3}$, $\varepsilon = 10^{-3}$.

26. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n^3(n+1)}$, $\varepsilon = 10^{-3}$.

27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2(n+3)}$, $\varepsilon = 10^{-3}$.

28. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3n^2}$, $\varepsilon = 10^{-3}$.

29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(n+2)}$, $\varepsilon = 10^{-3}$.

30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3(n+3)}$, $\varepsilon = 10^{-3}$.

Задача 1. Напишите уравнения касательной плоскости и нормали к заданной поверхности в точке M_0.

1. $z-\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{y}{x}=0,\ M_0\left(1;\ 1;\ \frac{\pi}{8}\right)$.
2. $z=y\operatorname{tg}\frac{x}{a},\ M_0\left(\frac{\pi a}{4};\ a;\ a\right)$.
3. $\sin x\cdot\cos y=z,\ M_0\left(\frac{\pi}{4};\ \frac{\pi}{4};\ \frac{1}{2}\right)$.
4. $z=e^x\cdot\cos y,\ M_0(1;\ \pi;\ -e)$.
5. $z^3-4xz+y^2-4=0,\ M_0(1;\ -2;\ 2)$.
6. $z=y+\ln\frac{x}{y},\ M_0(1;\ 1;\ 1)$.
7. $z=\operatorname{arctg}\frac{y}{x},\ M_0\left(1;\ 1;\ \frac{\pi}{4}\right)$.
8. $z=\ln(x^2+y^2),\ M_0(1;\ 0;\ 0)$.
9. $x(y+z)(xy-z)=-8,\ M_0(2;\ 1;\ 3)$.
10. $z=x^2+y^2,\ M_0(1;\ 2;\ 5)$.
11. $\frac{1}{3}(\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z})=1,\ M_0(1;\ 1;\ 1)$.
12. $2^{\frac{x}{z}}+2^{\frac{y}{z}}=8,\ M_0(2;\ 2;\ 1)$.
13. $z-2x+\ln\frac{y}{x}+1=0,\ M_0(1;\ 1;\ 1)$.
14. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{16}=1,\ M_0(0;\ 0;\ 4)$.
15. $z=1+x^2+y^2,\ M_0(1;\ 1;\ 3)$.
16. $z=e^{\frac{x}{y}}+e^{\frac{x}{z}}-y,\ M_0(0;\ 1;\ 1)$.
17. $x^2+y^2-z^2=-1,\ M_0(2;\ 2;\ 3)$.
18. $z=\operatorname{arctg}\frac{x}{y},\ M_0\left(1;\ 1;\ \frac{\pi}{4}\right)$.
19. $z^2+4z+x^2=0,\ M_0(0;\ 1;\ -4)$.
20. $x^2+y^2+z^2=3,\ M_0(1;\ 1;\ 1)$.
21. $x^2+y^2+z^2=169,\ M_0(3;\ 4;\ 12)$.
22. $z=x\operatorname{tg}\frac{y}{2},\ M_0\left(1;\ \frac{\pi}{2};\ 1\right)$.
23. $z=x^2-2xy+y^2-x+2y,\ M_0(1;\ 1;\ 1)$.
24. $x^2+2y^2-3z^2+xy+yz-2xz+16=0,\ M_0(1;\ 2;\ 3)$.
25. $2x^2+y^2-z^2+xy-yz+2xz=2,\ M_0(1;\ 0;\ 0)$.
26. $x(x-y)+y(x-z)+z(x+y)-2=0,\ M_0(1;\ 0;\ 1)$.
27. $x^2+y^2+xy-yz+z^2+xz=3,\ M_0(1;\ 1;\ 0)$.
28. $x^2+2y^2+3z^2+2xy+2xz+4yz=6,\ M_0(1;\ 0;\ 1)$.
29. $x^2+y^2+z^2-xy=1,\ M_0(1;\ 1;\ 0)$.
30. $x^2+y^2-z^2+3xy+3yz-2xz=4,\ M_0(1;\ 1;\ 3)$.