

V. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

ТЕМА 5.1 *СЛОЖЕНИЕ ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ С ФИКСИРОВАННОЙ ТОЧКОЙ*

- Правила сложения

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = (1)0 \text{ где } (1) \text{ перенос}$$

- Правила вычитания

$$0 - 0 = 0$$

$$0 - 1 = (1)1, \text{ где } (1) \text{ единица заема в старшем разряде.}$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

перенос		1	1		
A=6	0	0	1	1	0
B=3	0	0	0	1	1
A+B	0	1	0	0	1

заем		0	1		
A=9	0	1	0	0	1
B=7	0	0	1	1	1
A-B	0	0	0	1	0

СЛОЖЕНИЕ В ПРЯМОМ КОДЕ

- Правила сложения двоичных чисел в прямом коде.
- Если оба слагаемых (операнда) имеют одинаковые знаки, то следует сложить разряды цифровой части, а сумме приписать знак одного из операндов.
- Если знаки операндов разные, то из разрядов цифровой части большего по модулю числа вычитается меньшее, а сумме приписывается знак большего числа.

перенос		1	1		
A=6	0	0	1	1	0
B=3	0	0	0	1	1
A+B	0	1	0	0	1

заем		0	1		
A=9	0	1	0	0	1
B=7	0	0	1	1	1
A-B	0	0	0	1	0

A=3
B=-14
A+B|

заем				0	0		
B=-14		1	1	1	1	0	
A=3		0	0	0	1	1	вычитание 14-10
B - A		1	1	0	1	1	

СЛОЖЕНИЕ В ОБРАТНОМ КОДЕ

Операцию вычитания двух чисел желательно заменить сложением соответствующих чисел:

$$A-B=A+(-B).$$

Нетрудно заметить, что замена вычитания сложением возможна в случае представления отрицательного числа в обратном коде. Используя представление чисел в обратном коде, операцию вычитания $A-B$ выполняют путем сложения числа A с обратным кодом числа B , то есть

$$A-B=A+B_{\text{ок}}$$

При этом знаковый разряд и цифровая часть операнда обрабатываются как единое целое. Правильный знак суммы получается автоматически в процессе суммирования цифр знаковых разрядов операндов и единицы переноса из цифровой части, если она появляется.

- Характерной особенностью сложения в обратном коде является наличие циклического переноса (если он возникает) из знакового разряда в младший разряд цифровой части, в результате чего получается правильная сумма.

ПРИМЕРЫ

$A=46, B=73 \quad A+B$

		перенос				1			
46		0.	0	1	0	1	1	1	0
73		0.	1	0	0	1	0	0	1
1 19		0.	1	1	1	0	1	1	1

$A=-76, B=100 \quad A+B$

$A=-76$

$A_{\text{пк}} = 1.1001100$

$A_{\text{ок}} = 1.0110011$

			1	1	1				
-76		1.	0	1	1	0	0	1	1
1 00		0.	1	1	0	0	1	0	0
24		0.	0	0	1	0	1	1	1
		0.	0	0	1	1	0	0	0
					16	8			24

Diagram illustrating the addition of $A=-76$ and $B=100$ in two's complement. The result is 24. A carry of 1 is shown moving from the 4th bit to the 5th bit.

СЛОЖЕНИЕ В ДОПОЛНИТЕЛЬНОМ КОДЕ

В дополнительном коде, как и в обратном коде, операция вычитания заменяется операцией алгебраического сложения. При этом знаковый разряд и цифровая часть операнда обрабатываются так же, как единое целое. Правильный знак суммы получается автоматически в процессе суммирования цифр знаковых разрядов операндов и единицы переноса из цифровой части, если она появляется.

$$A - B = A + (-B).$$

$$A - B = A + B_{\text{ДК}}.$$

При сложении двух чисел в дополнительном коде знаковый разряд и цифровая часть обрабатываются как единое целое. Результат сложения получается в дополнительном коде. Если результат суммирования лежит в диапазоне, определяемом разрядностью обрабатываемых операндов, то полученный результат верный.

ПРИМЕРЫ

$A = +0110100$ ($52_{(10)}$)

$B = +1000111$ ($71_{(10)}$).

$A+B = 52+71=123$

A=	0.	0	1	1	0	1	0	0	
B=	0.	1	0	0	0	1	1	1	
Z=	0.	1	1	1	1	0	1	1	
		64	32	16	8		2	1	123

$A = -1001100$ ($-76_{(10)}$)

$B = +1111111$ ($127_{(10)}$).

$A+B = -76+127=51$

	1	1	1	1	1	1			
Адк=	1.	0	1	1	0	1	0	0	
B=	0.	1	1	1	1	1	1	1	
	0.	0	1	1	0	0	1	1	
			32	16			2	1	51

$A = +0101010 (42_{(10)})$

$B = +1110000 (112_{(10)})$

$A-B$

$A-B = A + (-B) = 42 + (-112) = -70$

$-B = -112 = -1110000$

$-B_{\text{ПК}} = 1.1110000$

$-B_{\text{ДК}} = 1.0010000$

A=	0.	0	1	0	1	0	1	0		
-B _{ДК}	1.	0	0	1	0	0	0	0		
Z _{ДК} =	1.	0	1	1	1	0	1	0		
инверсия	1.	1	0	0	0	1	0	1		
+1								1		
Z _{ПК} =	1.	1	0	0	0	1	1	0		
	sg=-	64				4	2			-70

$A = -0101111 (-47_{(10)})$

$B = 1001011 (75_{(10)})$

$A - B$

$A - B = A + (-B) = -47 + (-75) = -122$

$A_{\text{ДК}} = 1.1010001$

$-B = -75 = -1001011$

$-B_{\text{ПК}} = 1.1001011$

$-B_{\text{ДК}} = 1.0110101$

	1	1		1	1				1		
$A_{\text{ДК}} =$	1.		1	0	1	0	0	0	0	1	
$-B_{\text{ДК}}$	1.		0	1	1	0	1	0	0	1	
$Z_{\text{ДК}} =$	1.		0	0	0	0	1	1	0		
инверсия	1.		1	1	1	1	0	0	0	1	
+1										1	
$Z_{\text{ПК}} =$	1.		1	1	1	1	0	1	0		
	sg=-		64	32	16	8		2			-122

ПЕРЕПОЛНЕНИЕ РАЗРЯДНОЙ СЕТКИ

При сложении двух чисел одинакового знака возможно переполнение разрядной сетки

A=100
B=120
A+B
A+B=100+120=220 (>127)

A=-100
B=-120
A+B
A+B=-100+(-120)=-220 (<-128)

	1	1						
A=	0.	1	1	0	0	1	0	0
B=	0.	1	1	1	1	0	0	0
Z=	1.	1	0	1	1	1	0	0

положительное переполнение.

	1			1	1	1			
Адк=	1.	0	0	1	1	1	0	0	
Вдк=	1.	0	0	0	0	1	0	0	
Zдк=	0.	0	1	0	0	0	0	0	

отрицательное переполнение

В случае сложения двух положительных чисел, переполнение разрядной сетки сопровождается появлением переноса в знаковый разряд суммы при отсутствии переноса из знакового разряда. В этом случае имеет место **положительное переполнение.**

В случае сложения двух отрицательных чисел, переполнение разрядной сетки сопровождается появлением переноса из знакового разряда суммы при отсутствии переноса в знаковый разряд. В этом случае имеет место **отрицательное переполнение.**

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ ИЛИ ОБРАТНЫЙ КОДЫ

	1	1						
A=	0 0.	1 1	0 0	1 0	0 0	1 0	0 0	
B=	0 0.	1 1	1 1	1 1	0 0	1 0	0 0	
Z=	0 1.	1 0	1 1	1 1	1 1	0 0	0 0	
	1		1 1	1 1				
Acc=	1 1.	0 0	1 1	1 1	1 0	0 0	0 0	
Bcc	1 1.	0 0	0 0	0 0	1 0	0 0	0 0	
Zcc=	1 0.	0 1	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	

Представление числа, в котором используется два знаковых разряда, называется модифицированным. Модифицированный код положительного числа содержит в поле знака два нуля. В случае отрицательных чисел, в поле знака присутствуют две единицы. Признаком переполнения разрядной сетки, при использовании модифицированного кода, является наличие разных цифр в знаковых разрядах результата.

СДВИГ ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ

Операции сдвига могут быть:
логического,
арифметического
циклического типов.

Двоичное число может быть сдвинуто влево или вправо.

Сдвиг влево на один разряд соответствует умножению на 2, а сдвиг вправо на один разряд соответствует делению на 2.

Сдвиг двоичных чисел необходим при выполнении таких операций, как умножение и деление, сложение чисел с плавающей точкой.

ЛОГИЧЕСКИЙ СДВИГ

$$A=00100110 \text{ (} 38_{(10)} \text{)}$$

$\text{SHL}(A)=01001100 \text{ (} 76_{(10)} \text{)}$ – логический сдвиг влево;

$$A=00100110 \text{ (} 38_{(10)} \text{)}$$

$\text{SHR}(A)=00010011 \text{ (} 19_{(10)} \text{)}$ – логический сдвиг вправо

АРИФМЕТИЧЕСКИЙ СДВИГ

В случае арифметического сдвига цифра знака сохраняется. При сдвиге влево теряется цифра следующая за знаковой, а в случае сдвига вправо цифра знака дублируется и теряется цифра в младшем разряде

$A_{cc}=00010101$ ($21_{(10)}$), $ASL(A_{cc})=00101010$ ($42_{(10)}$);	} арифметический сдвиг влево;
$A_{cc}=11011111$ ($-33_{(10)}$), $ASL(A_{cc})=10111110$ ($-66_{(10)}$).	
$A_{cc}=00010101$ ($21_{(10)}$), $ASR(A_{cc})=00001010$ ($10_{(10)}$);	} арифметический сдвиг вправо.
$A_{cc}=11011111$ ($-33_{(10)}$), $ASR(A_{cc})=11101111$ ($-17_{(10)}$).	

ЦИКЛИЧЕСКИЙ СДВИГ

În acest caz nu se pierde nici un bit din numărul deplasat.

$$A=11010010$$

$ROL(A)=10100101$ –циклический сдвиг влево;

$$A=11010010$$

$ROR(A)=01101001$ – циклический сдвиг вправо.